Kleyers Encyklopädie

der gesamten

mathematischen, technischen und exakten Natur-Wissenschaften.

Lehrbuch

des

bürgerlichen und kaufmännischen Rechnens.

Zweiter Teil.

Lehrbuch der Prozent- und Zinsrechnung nebst ihren Anwendungen

von

Dr. Richard Olbricht.
Oberlehrer am Königl. Realgymnasium zu Döbeln.

Lehrbuch

der

Prozent- und Zinsrechnung

nebst ihren Anwendungen, mit Einschluss

der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente

mit

130 Fragen, 444 Erklärungen, 27 Anmerkungen, 1520 Aufgaben, zahlreichen schematischen Figuren, einem Formelverzeichnis, einer Fristen- und Zinsberechnungstabelle, sowie den Ergebnissen der nicht gelösten Aufgaben.

Zum Selbststudium, Nachschlagen und zum Schulgebrauch

bearbeitet

nach System Kleyer

von

Dr. **Richard Olbricht.**

Oberlehrer am Königl. Realgymnasium zu Döbeln.

Stuttgart.

Verlag von Julius Maier.

1893.

Druck der Stuttgarter Vereins-Buchdruckerei.

Vorwort.

Nachdem die Grundlage alles bürgerlichen und kaufmännischen Rechnens, die Schlussrechnung, in ausführlicher Weise in dem ersten Bande dieses Lehrbuches ihre Erledigung gefunden hat, giebt dieser zweite Teil die Anwendung der Schlussrechnung in der Prozent- und Zinsrechnung und die auf diesen beruhenden Rechnungen. Es war mein Bestreben, den Aufbau möglichst einfach zu gestalten, alle Aufgabengruppen gesondert zu behandeln, dabei aber ihren Zusammenhang hervorzuheben und dem Ganzen wie dem Einzelnen eine übersichtliche Form zu verleihen. Darum wurde neben der Ableitung der Rechenregeln und Formeln durch den Einheitsschluss auch eine Darstellungsform benutzt, welche durch einige wenige, einfache, schematische Figuren das Ergebnis einer Regeldetriaufgabe sofort finden lässt und besonders in der Prozentrechnung von grossem Vorteil ist. Ich habe diese Methode in kurzen Zügen zuerst 1890 veröffentlicht und später etwas ausführlicher in einem Hefte, betitelt „Die wichtigsten Rechenregeln nebst Musterbeispielen" (Herm. Ulrich, Leisnig), entwickelt. Sie hat sich im praktischen Unterrichte an verschiedenen Schulen sehr gut bewährt, da sie alle Fälle einer jeden Rechnungsart durch einen und denselben Ansatz erledigt, den Zusammenhang der verschiedenen Rechnungsarten und ihr Hervorgehen aus der einfachen Schlussrechnung deutlich vor Augen stellt und mit grosser Leichtigkeit auch von den schwächeren Schülern verstanden und behalten wird.

Zur Bezeichnung der vorkommenden Grössen, wie Diskont, Gewinn, Zinsen und dergleichen wurden grosse Buchstaben gewählt, damit sie nach Belieben als Abkürzungen oder als algebraische Zahlen betrachtet werden können. Der gesuchten Grösse x ist, entgegengesetzt dem Gebrauche im Lehrbuche der Schlussrechnung, im Ansatze die Benennung beigefügt worden, weil ich es für praktischer gefunden habe, obwohl es nicht ganz genau ist.

Aus der von mir benutzten Litteratur mögen besonders die Lehrbücher und Aufgabensammlungen über das kaufmännische Rechnen von Amthor, Bothe, Braune, Feller und Odermann, Löwe, Schellen, Trempenau, Wenzely sowie Schär, Das Kontokorrent mit Zinsen, hervorgehoben werden.

Zum Schlusse will ich es nicht unterlassen, auch an dieser Stelle meinem Vater, Herrn Schuldirektor Olbricht, und meinem Kollegen, Herrn Oberlehrer Kirsten, welche mich beim Ausrechnen von Aufgaben und Durcharbeiten der Korrektur getreulich unterstützten, sowie dem Herrn Verleger für die sorgfältige Ausstattung des Buches, den gebührenden Dank auszudrücken.

Indem ich somit das Buch der Oeffentlichkeit mit dem Bemerken übergebe, dass die weiteren Teile, welche die Gold-, Silber-, Effekten-, Wechsel-, Gesellschafts- und Mischungsrechnung enthalten sollen, in Vorbereitung sind, bitte ich um gütige Beurteilung und freundliche Aufnahme desselben.

Döbeln, am 6. Juli 1893.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

I. Ueber die Prozentrechnung.

II. Ueber die Zinsrechnung.

1202. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente. Seite 1—16.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst**, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren **Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Seite 1—16.

Inhalt:

Stuttgart 1893.

·rlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens etc. etc. und zwar in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen nebst Angabe und Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen und alsdann auch alle Teile der reinen und angewandten Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die Lösungen hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen, etc.

Die Schüler, Studierenden und Kandidaten der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, Schritt für Schritt gelöste, Aufgabensammlung immerwährend an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum unfehlbaren Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren Prüfungen zu lösen haben, zugleich aber auch die überaus grosse Fruchtbarkeit der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem Lehrer soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des praktischen Teiles der mathematischen Disziplinen — zum Auflösen von Aufgaben — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, hiermit aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende Aufgaben zu lösen, die gehabten Regeln, Formeln, Sätze etc. anzuwenden und praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis für den Schul-Unterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den Ingenieuren, Architekten, Technikern und Fachgenossen aller Art, M... etc. etc. soll diese Sammlung zur Auffrischung der erworbenen und vielleicht vergess... mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre praktischen in allen Be... zweigen vorkommenden Anwendungen einem toten Kapitale lebendige Kraft verleihen ... somit den Antrieb zu weiteren praktischen Verwertungen und weiteren Forschungen ge...

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische ... gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Na... verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfa... Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird deren Er... thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlu...**

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung

nebst ihren Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Anmerkung 1. In dem I. Teile des Lehrbuches des bürgerlichen und kaufmännischen Rechnens wurde gezeigt, wie sich das Rechnen gestaltet, wenn 2 Grössen in geradem oder umgekehrtem Verhältnisse stehen. Die Aufgabe dieses Teiles ist es, die Rechengeschäfte für einen besonders wichtigen Fall davon und seine mannigfachen Anwendungen im praktischen Leben zu erörtern, nämlich für den Fall des geraden Verhältnisses, in welchem eine der beiden als gleichartig (gleich benannt) vorausgesetzten Grössen gleich Hundert oder Tausend angenommen wird.

Das dadurch bestimmte Zahlenverhältnis kann aber noch eine weitere Begrenzung insofern erhalten, dass es als abhängig von der Zeit angenommen wird, also nur für einen bestimmten Zeitraum giltig ist und sich mit diesem ändert. Demgemäss gliedert sich das vorliegende Buch in zwei Hauptabschnitte, deren erster das Rechnen mit dem Zahlenverhältnis, von welchem die eine Zahl 100 oder 1000 ist, ohne Einschränkung durch die Zeit behandelt, die Prozentrechnung nebst ihren vielen Anwendungen einschliesslich der Kalkulationen, und deren anderer dasselbe Zahlenverhältnis abhängig von der Zeit umfasst, die Zinsrechnung und die auf ihr beruhenden weiteren Rechnungsarten, die Diskont- und die Terminrechnung und die Kontokorrente.

Anmerkung 2. Die Prozentrechnung hat ihre grosse Bedeutung erst neuerdings erhalten durch ihre allgemeine Anwendung im Handel und Verkehr und ganz besonders in der Statistik und den Wissenschaften. Ihre Uranfänge greifen aber sehr weit zurück. Die erste Prozentbestimmung finden wir im alten Testamente bei Nehemia (445 bis 410 v. Chr.), wo es im 5. Kapitel, Vers 11 heisst: „So gebet ihnen nun heutigen Tages wieder ihre Aecker, Oelgärten und Häuser und den Hundertsten am Gelde ..., das ihr an ihnen gewuchert habt.“ (Dies wäre 1 %, wahrscheinlich vom Monat gerechnet.) Dass aber lange vorher, schon bei den Erzvätern des Volkes Israel ähnliche Berechnungen und Abzählungen im Gebrauche waren, geht aus den Bestimmungen hervor, als gottesdienstliche Abgabe den Zehnten (also 10 %) von allerlei zu geben (1. Moses 14, 20 und 28, 22) und keinen Zins (näschäch, von Luther mit Wucher übersetzt) vom Stammesbruder zu nehmen (5. Moses 23, 19). Da nun aber die Juden in der Hauptsache ihre Kultur den Aegyptern und Babyloniern verdanken, so kann man daraus schliessen, dass die ältesten Kulturvölker des Altertums bei Abgaben und dergleichen sich der Prozentbestimmung bedienten.

In der Literatur der Griechen und Römer, woselbst schon Aktiengesellschaften, wenn auch nicht ganz in modernem Sinne, Handelsgeschäfte unternahmen, Bergwerke betrieben und die Verwaltung der Staatsgüter wie das Einziehen der Steuern und Zölle gegen Pacht versorgten, begegnen uns ziemlich häufig Prozent- und Zinsberechnungen. So wurden z. B. die Bergwerke Athens für eine verhältnis-

mässige Summe als Pachtpreis und ausserdem $4^1/_6$ % des Ertrages als jährliche Abgabe einzelnen reichen Bürgern oder Gesellschaften überlassen; alle Ausfuhr aus Attika war um das Jahr 400 v. Chr. mit 2 % Zoll belegt; in einer Schuldverschreibung, die sich in einer Einlage der Rede des Demosthenes gegen Lakritos (341 v. Chr.) findet, heisst es: „Androkles aus Sphettos und Nausikrates aus Karystos haben dem Artemon und Apollodorus aus Phaselis 3000 Drachmen Silber geborgt zu einer Fahrt von Athen nach Mende und Skione und von da nach dem Bosporus ... zu $22^1/_2$ % und für den Fall, dass sie Anfang September aus dem Pontus zurücksegeln sollten, zu 30 %." Zinszahlungen also auch Zinsberechnungen sind bei den Römern ungemein alt, so dass schon 342 v. Chr. die Lex Genucia gegen jede Zinsverleihung Gesetzeskraft gewann. Zur Zeit der römischen Republik betrug der Zoll fast immer $2^1/_2$ % vom Werte der Ware, in Sizilien 5 %, während die indischen Waren in den Häfen des roten Meeres eine Einfuhrsteuer von 25 % zahlten.

Bei den indischen Mathematikern Aryabhatta (geboren 476 n. Chr.) und Bramegupta (7. Jahrh. n. Chr.) kommen mehrfach Zinsrechnungen vor, wobei die Höhe des Zinsfusses (5 % monatlich) und die Anrechnung von Zinseszinsen auffallen. Wir haben es auch hier mit einer Entwickelung zu thun, deren Anfänge vielleicht bei den Babyloniern zu suchen sind.

In Deutschland schritt die Entwickelung des kaufmännischen Rechnens mit der Ausdehnung des Handels naturgemäss vorwärts. Dieser, anfangs ganz in den Händen der Römer, baute sich auf römischer Grundlage auf, ebenso auch das Rechnen, welches durch das ganze 1. Jahrtausend der christlichen Zeitrechnung römisch blieb. Es wurde in den Lateinschulen gelehrt, die überall da entstanden, wo Bistümer und Klöster gegründet wurden. Freilich kam man dort nicht viel über die 4 Species hinaus und konnte auch nicht, der Natur jener Schulen angemessen, die Bedürfnisse des Handelsstandes besonders berücksichtigen. Da begannen im 12. und 13. Jahrhundert, zugleich mit der Ausbreitung der indisch-arabischen Rechenkunst die Städte Schreib- und Rechenschulen zu gründen, welche die eigentlichen Pfleg- und Pflanzstätten der kaufmännischen Rechenkunst wurden. Dort lehrte man nach den Species und der Bruchrechnung auch die Prozent- und Zinsrechnung, Mischungs- und Geldwertberechnungen. Ueber den Inhalt und die Methode des Rechnens der folgenden Jahrhunderte sind wir durch die aus jenen Zeiten stammenden Lehrbücher der Rechenkunst ziemlich genau unterrichtet. So findet sich bei Widman von Eger 1489 in sorgfältiger und deutlicher Behandlung die Zins-, Zinseszins- und Terminrechnung, ebenso auch bei den Italienern Lucas Pacioli (1494) und Tartaglia (1556), woselbst wir zuerst den Zinszahlen begegnen. Im 17. Jahrhundert wurde die Arithmetik immer weiter mit besonderer Rücksicht auf das Volksleben vervollkommnet. Man fertigte Tabellen zur Berechnung der Zinsen an (Stevin † 1620) und trug die einzelnen Anwendungen der Prozentrechnung unter besonderen Namen, wie Proviggions-, Courratagie- und Assekuranz-Rechnungen, Abzugsrechnungen (Diskont), Garbulier- oder Fusti-Rechnungen (Tara) und dergl. vor. Das 18. Jahrhundert baute das bisher Gewonnene weiter aus. Man unterschied die einzelnen Fälle, stellte sie in Gruppen zusammen, z. B. in der Gewinn- und Verlustrechnung: Berechnung des Verkaufspreises, des Gewinnes, des Prozentfusses u. s. f. und verbesserte dadurch die Methode. Auch in neuerer Zeit ist viel daran gearbeitet worden, die Rechenkunst im allgemeinen wie die Prozent- und Zinsrechnung im besonderen zu verbessern und in Rücksicht auf die Lernenden und die Anforderungen des praktischen Lebens in möglichst geeignete Form zu bringen. Dazu möge auch dieses Buch ein Scherflein beitragen.

Anmerkung 3. Für das Studium wie für den Unterricht in der Prozentrechnung wird empfohlen nach Durchnahme der Abschnitte A und B, No. 1 die Gewinn- und Verlustrechnung (G, No. 7) zu behandeln, weil in Folge der Einfachheit des Sachverhältnisses sich an ihr die Berechnung des Prozentwertes aus den verschiedenen (dem reinen, vermehrten oder verminderten) Beträgen, also die Prozente vom, auf und im Hundert am geeignetsten deutlich machen

lassen. Der 2. Teil, die Zinsrechnung u. s. w., ist von dem Anfänger in der gegebenen Ordnung vorzunehmen.

Es wird vorausgesetzt, dass der Lernende mit den Grundrechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen (siehe Frömters und Maiers Lehrbücher der Grundrechnungsarten) und der Schluss- und Kettenrechnung (siehe Olbrichts Lehrbuch hierüber) vollständig vertraut ist.

I. Ueber die Prozentrechnung.

A. Ueber Prozent- und Promillerechnung im allgemeinen.

Frage 1. Was versteht man unter Prozent und Promille?

Antwort. Prozent (franz. pour cent; engl. per cent) kommt von dem lateinischen pro centum her und heisst fürs Hundert.

Werden nun zwei gleichartige (gleichbenannte) Grössen so miteinander verglichen, dass man angiebt, wieviel Teile der einen auf je 100 Teile der andern kommen, so hat man eine Prozentangabe (siehe Erkl. 1).

Das Zeichen für Prozent ist:

% oder pc oder pCt.

Promille (lat. pro mille; franz. pour mille; engl. per thousand) bedeutet fürs Tausend, und man versteht darunter das Verhältnis einer Grösse zu 1000 Teilen einer anderen gleichartigen (gleichbenannten) Grösse.

Das Zeichen für Promille ist:

‰ oder p. m. oder pr. M. (s. Erkl. 2).

Erkl. 1. Die Zahlen 10, 100, 1000 gewähren eine schnelle vergleichende Beurteilung von gegebenen Grössen und grosse Bequemlichkeit beim Berechnen, da sowohl unser Zahlsystem als auch die meisten Münz-, Mass- und Gewichtssysteme auf diese Einheiten aufgebaut sind. Es ist daher leicht erklärlich, dass im Handelsverkehr und in der Wissenschaft, insbesondere auch in der Statistik bei Verhältnisangaben die Zahlen 100 und 1000 zu Grunde gelegt werden.

Streng genommen könnte man schon von einer Prozentbestimmung reden, wenn der Preis für 100 kg oder Pfund oder Stück angegeben wird; allein man beschränkt diesen Begriff und bezeichnet damit, wieviel auf 100 derselben Art kommen, also wieviel Mark auf jede 100 *M.*, wieviel Kilogramm auf jede 100 kg u. s. f.

Erkl. 2. Promillebestimmungen werden immer dann angewendet, wenn Prozentangaben auf kleine Brüche führen würden.

Frage 2. Was versteht man unter Prozentrechnung und durch welche Rechnungsart werden die Aufgaben derselben gelöst?

Antwort. Mit dem Worte Prozentrechnung fasst man alle diejenigen Rechnungen zusammen, bei denen Prozentbestimmungen vorkommen.

Jede hierher gehörende Aufgabe lässt sich durch einen Regeldetri- oder Kettensatz lösen. (Siehe Olbricht, Lehrbuch der Schluss- und Kettenrechnung und Erkl. 3.)

Erkl. 3. Eine Begrenzung kann eine Prozentangabe dadurch erlangen, dass das durch sie ausgedrückte Verhältnis für einen bestimmten Zeitraum gilt, also auch noch abhängig ist von der Zeit. Dies ist der Fall bei Prozentbestimmungen in der Zins- und Diskontorechnung.

Frage 3. Mit welchen Grössen hat man es in der Prozentrechnung zu thun?

Erkl. 4. 100 und der Prozentfuss einerseits, der Betrag und die Prozente andererseits bilden zusammengehörige Grössenpaare (siehe Olbricht, Lehrbuch der Schluss- und Kettenrechnung, pag. 11). Dabei ist besonders hervorzuheben, dass man es hierbei immer mit geradem (direktem) Verhältnisse zu thun hat: Wächst also der Betrag, so nehmen die Prozente um dasselbe Vielfache zu; wird der Betrag kleiner, so ist auch von den Prozenten derselbe Teil zu nehmen. Z. B. bedeutet 6 %

auf 100 kommen 6; ist nun

der Betrag:	so ist der Prozentwert:
200	12
300	18
1000	60
50	3
$33\frac{1}{3}$	2
20	1,2
5	0,3

Antwort. Um die Grundzahl 100 als eine Vergleichszahl benutzen zu können, ist erstens eine Zahl erforderlich, welche damit verglichen werden soll, und zweitens eine, welche angiebt, wieviel Einheiten von jedem 100 der zu vergleichenden Zahl zu nehmen sind. Die letztere bezeichnet man mit dem Namen Prozentfuss oder Prozentsatz (Zeichen p). Die erstere, d. i. die mit der Normalzahl 100 nach Massgabe des Prozentfusses zu vergleichende Zahl heisst Betrag oder Valuta (Zeichen B). Die sich aus dem Vergleiche ergebende Zahl nennt man den Prozentwert oder kurz die Prozente (Zeichen W). Diese Prozente sind nun je nach dem Inhalte der Aufgabe zum Betrage entweder hinzuzuzählen oder von demselben abzuziehen, wodurch der um die Prozente vermehrte (Zeichen B_+) oder verminderte Betrag (Zeichen B_-) entsteht (siehe Erkl. 4).

Frage 4. Welches sind die wichtigsten kaufmännischen Bezeichnungen, bei denen die Prozentrechnung in Anwendung kommt?

Antwort. Zum Verständnis der Aufgaben ist eine Kenntnis der folgenden kaufmännischen Kunstausdrücke nötig:

Abschlag, Ausschlag oder **stilles Gewicht** ist eine an manchen grossen Handelsplätzen übliche Gewichtsvergütung, welche der Verkäufer dem Käufer sogleich beim Zuwiegen der Ware giebt, und die in der Rechnung gar nicht erwähnt wird. Er ist gewöhnlich durch Usanzen (Gebräuche) festgesetzt, findet jedoch meist nur bei Verkäufen aus erster Hand statt (siehe Erkl. 5).

Agio (aus dem Französischen, franz. prime; engl. premium) ist das nach Prozenten bestimmte Aufgeld, welches man beim Wechseln einer Geldsorte gegen eine andere, namentlich von Goldmünzen gegen Silber zahlt oder empfängt. Mit Disagio (franz. perte; engl. loss) oder Damno (lat.) bezeichnet man mitunter den nach Prozenten ausgedrückten Verlust beim Umwechseln von Geldsorten.

Assekuranz-Prämie (franz. prime; engl. insurance-money) nennt man die Vergütung, welche der Versichernde (Assekurant) dem Versicherer (Assekurateur) im voraus zahlt für die von letzterem übernommene Verpflichtung, gewisse Schäden zu vergüten, die den versicherten Gegenstand treffen können.

Augmento (lat.) ist ein in Prozenten bestimmter, im Warenhandel (hauptsächlich in Oesterreich) gebräuchlicher Aufschlag zu einem vorher festgesetzten Einheitspreise, unter welchen beim äussersten Sinken der Preis voraussichtlich nicht herabgehen wird.

Ausschlag siehe Abschlag.

Besenschon, Besemschon oder **Besenrein** (rein durch den Besen) ist eine besonders bei rohem Zucker in Hamburg übliche Gewichtsvergütung für das an Fässern und Kisten Hängenbleibende (siehe Erkl. 5).

Bonifikation (franz.) oder Dekort (vom franz. décourt; franz. déduction; engl. deduction) heisst der von dem Betrage für solche Waren bewilligte Abzug, welche den Kaufbedingungen nicht ganz entsprechen.

Brakerlohn ist die Vergütung der Braker (Beschauer), d. s. beeidigte Personen in Russland, welche darauf zu sehen haben, dass die ausgehenden Rohwaren von vorgeschriebener guter Art und richtig ausgelesen sind.

Brokerage siehe Mäklergebühr.

Brutto, Bruttogewicht (B^tto, Br, aus dem Italienischen; franz. poids brut; engl. gross-weight) ist das Gewicht einer Ware mit der Umhüllung (Fass, Kiste, Sack etc.). In Süddeutschland und Oesterreich ist dafür der Ausdruck Sporco gebräuchlich. Bruttoertrag, Bruttogewinn ist der Ertrag oder Gewinn eines Geschäftes einschliesslich der entstandenen Unkosten. Bruttopreis oder Ladenpreis (im Buchhandel) ist der Preis, zu welchem der Sortimentsbuchhändler dem Käufer ein Buch verkauft, (siehe Netto und Tara).

Courtage siehe Mäklergebühr.

Damno siehe Agio.

Dekort siehe Bonifikation.

Delcredere (aus dem Ital., franz. ducroire; engl. guarantee) heisst die Vergütung, welche der Auftraggeber (Kommittent) dem Verkaufs-Kommissionär für die Gefahr des Kreditgebens ausser der Kommission (s. d.) noch gewährt. Es wird in der Verkaufsrechnung nur von den Posten berechnet, die Verkäufe mit Ziel enthalten und von dem Bruttoertrage mit der Kommission und den Spesen gleichzeitig in Abrechnung gebracht. Delcredere in Einkaufsrechnungen ist sinnlos.

Disagio siehe Agio.

Diskont, Diskonto (aus dem Ital., franz. escompte; engl. discount) im Wechselhandel und Skonto im Warenhandel ist die von der Schuldsumme in Prozenten zu berechnende Vergütung, wenn die Zahlung früher erfolgt, als bedungen bezw. als der Wechsel fällig ist.

Dividende (vom lat. dividere, teilen) heisst das zur Verteilung Kommende. Man versteht darunter den Gewinnanteil der Teilhaber an einem von mehreren Personen für gemeinschaftliche Rechnung unternommenen Geschäft insbes. Aktienunternehmen oder den Anteil an dem zur Verteilung kommenden Vermögen (Aktiva) eines zahlungsunfähigen (bankerotten, insolventen) Schuldners.

Don siehe Gutgewicht.

Emballage, Fastage (franz.) ist der zur Verpackung eines Warenstückes benutzte Stoff (Holz, Glas, Leinwand, Papier, Pappe).

Escompte siehe Diskont.

Fusti (vom ital. fusto, Stengel) heisst ursprünglich der Gewichtsabzug für Stiele, die sich bei einer Ware, z. B. Rosinen befinden, im allgemeinen eine Vergütung für beigemischte Unreinigkeiten (siehe Erkl. 5).

Gutgewicht (Ggw. franz. don; engl. allowance, draft) ist ein Erlass vom Nettogewicht einer Ware, welche der Grosshändler dem Detaillisten für die Verluste beim Abwägen der Ware in kleine Mengen bewilligt (siehe Erkl. 5).

Havarie (franz. avarie; engl. average) nennt man den Schaden, den ein Schiff und die darin verladenen Güter während der Seereise erleiden, und die dadurch verursachten Unkosten und Verluste, welche entweder den Eigentümer treffen oder auf den geretteten Teil der Ladung verteilt werden.

Incassoprovision nennt man die Entschädigung für das Einziehen von Forderungen und Wechselbeträgen.

Interusurium (lat.) ein wenig gebräuchliches Wort für Zins und Diskont.

Kaplaken (franz. primage; engl. hat-money), Primgeld war ursprünglich eine Art Geschenk, welches ein Schiffer oder Schiffskapitän ausser der Fracht erhielt, damit er sich Stoff zu einer Kappe (Kappen-Laken) kaufen konnte. Jetzt erhält das Kaplaken, welches gewöhnlich 8 bis 12 % von der Fracht beträgt, der Schiffseigentümer, und dieser entschädigt seinerseits den Schiffer.

Kommission (vom lat. committere, überlassen, anvertrauen). Kommissionsgebühr oder Provision ist die Vergütung, welche der Kommissionär (Beauftragte) von seinem Kommittenten (Auftraggeber) für Ein- oder Verkauf von Waren oder Wertpapieren erhält.

Kurtage (sprich Kurtásche), ins Deutsche übergegangen vom franz. courtage siehe Mäklergebühr.

Leckage oder **Leccage** (franz. coulage; engl. leakage) nennt man die Entschädigung für den Abgang, welche Flüssigkeiten (durch Lecken der Fässer) auf Transport oder Lager erleiden (siehe Erkl. 5).

Maklergebühr, Maklerlohn (franz. courtage; engl. brokerage) oder Sensarie (aus dem Ital.) ist die Vergütung, welche ein Makler (Sensal oder Courtier) für den Abschluss eines Geschäftes erhält. Für Wechsel- und Staatspapiergeschäfte beträgt sie in Deutschland meistens 1 ‰, für Warengeschäfte ½ % vom Käufer und ebensoviel vom Verkäufer.

Netto, Nettogewicht (Ntto, Ne aus dem Ital. bedeutet rein; franz. poids net; engl. neat oder suttle weight) ist das Gewicht einer Ware ohne ihre Verpackung. Nettobetrag, Nettogewinn nennt man den Reinertrag eines Geschäftes, also den Ertrag oder Gewinn nach Abzug der Auslagen und Unkosten. Nettopreis ist im Buchhandel derjenige Preis, welcher nach Abzug des Rabatts (s. d.) vom Ladenpreise bleibt, und zu dem der Verlagsbuchhändler dem Sortimenter ein Buch berechnet.

Prämie siehe Assekuranz.

Primage, Primgeld siehe Kaplaken.

Provision (vom lat. providere, vorsehen) siehe Kommission.

Rabatt (vom ital. rabbáttere, wieder abschlagen; franz. rabais, déduction, remise; engl. tret, rebate, abatement) bedeutet der Ableitung nach die Wiederwegnahme eines dem Werte vorher hinzugefügten Betrages und ist ein Abzug, den der Verkäufer dem Käufer gewährt. Er ist für den letzteren nur ein eingebildeter Vorteil, da der Kaufmann, um 10 % Rabatt (vom 100) gewähren zu können, vorher den Preis um 10 % (im 100) erhöht haben muss. Berechtigt ist der Rabatt im Buchhandel (siehe Nettopreis), weil dadurch die Bücher überall zu demselben Preise verkauft werden. Vielfach nimmt man Rabatt gleichbedeutend mit Diskont.

Refaktie (franz. réfaktion; engl. abatement) ist eine Gewichtsvergütung für teilweise beschädigte Ware (siehe Erkl. 5).

Ristorno (ital.) oder **Storno** heisst die Zurückerstattung eines Teiles der Versicherungsprämie. Dies geschieht, wenn die Ware überhaupt nicht oder nicht in der versicherten Menge verladen wird.

Skonto siehe Diskont.

Sensarie siehe Maklergebühr.

Spesen (aus dem Ital.) nennt man alle Unkosten, die bei einem Geschäfte entstehen, wie Assekuranzprämie, Fracht, Lagerkosten, Mietzins, Porto, Provision, Stempel, Steuer, Verpackungskosten, Zoll etc.

Sporco siehe Brutto.

Tantième (aus dem Franz., engl. percentage, portion) bezeichnet den Anteil am Gewinne eines Geschäftes, der einzelnen mitwirkenden Personen ausser ihrem Gehalte gewährt wird, um sie für das Gedeihen des Geschäftes mehr zu interessieren.

Tara (Ta, aus dem Spanischen, franz. und engl. tare) nennt man das Gewicht der Verpackung einer Ware. Man unterscheidet:

a) Netto oder reine Tara oder Originaltara, d. i. das wirkliche, durch Abwägen ermittelte Gewicht der Verpackung.

b) Usotara (gebräuchliche Ta). Diese wird nach gewissen durch den Gebrauch festgesetzten Sätzen berechnet, entweder nach dem Stück (Collo, z. B. per Sack 1 kg) oder nach Prozenten vom Bruttogewicht. Hierher gehört auch die durch Gesetze festgestellte Zolltara (gesetzliche Ta), um die nicht immer ausführbare Ermittelung der reinen Tara zu ersparen.

c) Supertara oder Sopratara. Sie wird bei gewissen Waren ausser der Usotara bewilligt, weil diese von dem wirklichen Gewicht überschritten wird, z. B. in Hamburg bei Reis in Tonnen.

d) Reduzierte Tara. So nennt man die in ausländischem Gewichte ursprünglich angegebene, aber nach einem durch Gebrauch festgestellten Satze in das inländische Gewicht umgerechnete Tara.

e) Durchschnittstara. Diese wird ermittelt, indem man von einigen Warenstücken das Gewicht der Verpackung durch Abwiegen bestimmt und mit der Anzahl der gewogenen Stücke in das Gesamtgewicht dividiert.

Vielfach werden auch die Zölle und Steuern nach Prozentsätzen erhoben. Ausserdem berechnet man Gewinn und Verlust und Zinsen vermittelst der Prozente. (Betreffs der letzteren siehe den Abschnitt der Zinsrechnung.)

Erkl. 5. In neuerer Zeit strebt man danach, die grosse Zahl der gebrauchsmässigen Abzüge zu verringern, da der daraus entstehende Vorteil für den Käufer ein eingebildeter ist. Denn offenbar muss der Verkäufer durch eine vorhergehende Preiserhöhung sich so decken, dass er ohne Nachteil dem Käufer Gewichts- und Betragsabzüge gewähren kann. Ausserdem erschweren diese die Berechnung und gestatten durch ihre grosse Verschiedenheit an den einzelnen Handelsplätzen kein sicheres Urteil über den Preis einer Ware. Sinngemässe Abzüge sind nur Tara, Bonifikation und Diskont.

Frage 5. Was versteht man unter p% Gewinn und unter p% Verlust?

Antwort. p% Gewinn bedeutet auf je 100 Einheiten des Einkaufspreises oder der Auslage kommen p ebensolche Einheiten Gewinn, also:

auf 100 ℳ Einkaufspreis kommen p ℳ Gewinn
„ 100 fs „ „ p fs „
„ 100 £ „ „ p £ „

Dieser Satz heisst der Erklärungssatz von p% Gewinn.

Durch die beiden Grössen, Einkaufspreis und Gewinn, ist aber eine 3. Grösse, nämlich der Verkaufspreis mitbestimmt. Er beträgt (100 + p) Einheiten. Daraus ergiebt sich der vollständige Erklärungssatz von p% Gewinn. Er lautet:

„Auf 100 Einheiten Auslage kommen p Einheiten Gewinn, der Verkaufspreis ist dann (100 + p) Einheiten.“

Erkl. 6. Bezeichnen wir den Einkaufspreis mit E, den Verkaufspreis mit V, den Gewinn mit G und den Verlust (Defizit) mit D, so erhalten wir, wie eine sehr einfache Ueberlegung zeigt, die Formeln:

$$\begin{cases} E = V - G \\ V = E + G \\ G = V - E \end{cases}$$

$$\begin{cases} E = V + D \\ V = E - D \\ D = E - V \end{cases}$$

Der vollständige Erklärungssatz

von 5% Gewinn heisst: 100 E, 5 G, 105 V;
„ 6% „ „ 100 E, 6 G, 106 V;
„ $12\frac{1}{2}$% „ „ 100 E, $12\frac{1}{2}$ G, $112\frac{1}{2}$ V;

von 5 % Verlust heisst: 100 E, 5 D, 95 V;
„ 7 % „ „ 100 E, 7 D, 93 V;
„ $33\frac{1}{3}$ % „ „ 100 E, $33\frac{1}{3}$ D, $66\frac{2}{3}$ V;

oder in Worten: Man gewinnt 5 %, wenn man an jedem Hundert der Auslage 5 gewinnt, den Verkaufspreis also 105 stellt; und man verliert 5 %, wenn man an jedem Hundert der Auslage 5 verliert, den Verkaufspreis also 95 nimmt.

Der Erklärungssatz von p % Verlust ist:

„Auf 100 Einheiten Auslage kommen p Einheiten Verlust."

Er findet seine Vervollständigung durch den Zusatz:

„Der Verkaufspreis ist dann (100—p) Einheiten" (siehe Erkl. 6).

Frage 6. Wie heissen die vollständigen Erklärungssätze der wichtigsten unter Frage 4 angeführten Ausdrücke?

Antwort. 2 % Bonifikation bedeutet: Auf 100 ℳ Rechnung werden 2 ℳ Bonifikation gewährt, die Schuldsumme ist also 98 ℳ.

3 % Diskont heisst: 100 ℳ Schuldsumme, 3 ℳ Diskont, 97 ℳ Barzahlung.

1 % Gutgewicht heisst: Werden 100 kg Netto erhalten, so geht 1 kg Gutgewicht ab, es sind also 99 kg zu bezahlen (siehe Erkl. 7).

4 ‰ Kommission bei Einkaufsrechnungen bedeutet: Auf 1000 ℳ Einkauf kommen 4 ℳ Kommission; der Auftraggeber hat also 1004 ℳ zu bezahlen.

4 ‰ Kommission bei Verkaufsrechnungen heisst: Der Kommissionär hat für 1000 ℳ Verkauf 4 ℳ Kommission zu berechnen; der Auftraggeber erhält also 996 ℳ (s. Erkl. 8).

10 % Spesen heisst beim Einkauf: 100 ℳ Einkauf, 10 ℳ Spesen ergeben 110 ℳ Auslage.

10 % Spesen heisst beim Verkauf: Auf 100 ℳ Verkauf mit Spesen kommen 10 ℳ Spesen und 90 ℳ Verkauf ohne Spesen (s. Erkl. 8).

8 % Tara heisst: 100 kg Brutto, 8 kg Tara, 92 kg Netto (s. Erkl. 9).

Man sieht also, dass jeder Erklärungssatz an erster Stelle die Zahl 100, an zweiter Stelle die Zahl des Prozentfusses enthält, die dritte Zahl folgt aus den beiden ersten bald durch Addition bald durch Subtraktion (s. Erkl. 10).

Erkl. 7. Das Gutgewicht wird meistens vom Nettogewicht berechnet, selten vom Bruttogewicht (so z. B. in Hamburg bei den meisten Waren), ausserdem wird es je nach den ortsüblichen Usanzen (Gebräuchen) abgerundet.

Dabei mag sogleich hervorgehoben werden, dass es nicht die Aufgabe dieses Buches sein kann, den Lernenden mit den Usanzen der verschiedenen Handelsplätze vertraut zu machen, da dies unbedingt Aufgabe der Praxis bleiben muss, und ihre jeweilige Kenntnis nur für den Fachmann erforderlich ist. Demnach beschränken wir uns hier darauf, ihnen bei den einzelnen Aufgaben vorkommenden Falles die nötige Beachtung zu schenken.

Erkl. 8. Man merke sich den allgemein gültigen Satz:

„Beim Einkaufe sind die Unkosten zu addieren (sie erhöhen die Einkaufsrechnung) beim Verkaufe dagegen zu subtrahieren (sie vermindern den Ertrag)."

Erkl. 9. Die Tara wird in Prozenten vom Bruttogewicht angegeben, nur in ganz seltenen Fällen kommt es vor, dass sie vom Nettogewicht zu berechnen ist.

Es dürfte nicht uninteressant sein zu erörtern, zu welcher Zeit und unter welchen Umständen die beiden italienischen Wörter Brutto und Netto und das spanische Wort Tara, die inhaltlich doch zusammengehören, in die deutsche Kaufmannssprache eingedrungen sind.

Erkl. 10. Die nebenstehenden Erklärungssätze sind unter genauer Beachtung der vorkommenden Benennungen sorgfältig dem Gedächtnisse einzuprägen.

Frage 7. Wie kann man aus dem ursprünglichen Erklärungssatze abgeleitete Erklärungssätze bilden?

Antwort. Die drei Zahlbestimmungen eines Erklärungssatzes können mit jeder beliebigen Zahl multipliziert oder dividiert werden. Dadurch entstehen unzählig viele abgeleitete Erklärungssätze, von denen ein jeder imstande ist, die Bedeutung der betreffenden prozentischen Bestimmung anzugeben. Infolge dieser Ableitung kann man auch durch geeignete Multiplikation oder Division aus jedem der unzählig vielen Erklärungssätze alle zugehörigen ableiten.

Jede der drei Zahlbestimmungen eines Satzes folgt aus den beiden anderen durch Addition oder Subtraktion (siehe Erkl. 11).

Erkl. 11. Aus dem ursprünglichen Erklärungssatze von 25 % Gewinn:

100 E   25 G   125 V

folgen durch Multiplikation mit 2 und 3 die abgeleiteten Erklärungssätze:

200 E   50 G   250 V

300 E   75 G   375 V

und durch Division mit 2 und 10:

50 E   12,5 G   62,5 V

10 E   2,5 G   12,5 V.

Das muss richtig sein, da 25 % G bedeutet auf jede 100 E kommen 25 G. An Stelle von 25 fürs Hundert Gewinn könnte man demnach sagen: 50 für Zweihundert oder 75 für Dreihundert oder 12,5 für Fünfzig oder 2,5 für Zehn.

Frage 8. Was folgt aus dieser Ableitung der zusammengehörigen Erklärungssätze?

Antwort. Aus dieser Ableitung ergiebt sich, dass je zwei von den drei einen Erklärungssatz bildenden Grössen zu einem derselben in geradem Verhältnisse stehen (direkt proportional sind). Sind also von einem Erklärungssatz 2 Glieder gegeben und von einem dazugehörigen ein entsprechendes, so lässt sich das andere entsprechende durch einen Regeldetrisatz finden.

Der ursprüngliche Erklärungssatz von p % und irgend ein dazugehöriger abgeleiteter enthalten zusammen 6 Glieder, von denen eins 100 und eins $100 \pm p$ ist. Es bleiben somit 4 Grössen übrig, zwischen denen 2 Beziehungen bestehen, nämlich der Regeldetrisatz und eine Additionsgleichung. Daraus lassen sich 2 Grössen berechnen. Demnach folgt erstens, dass bei jeder Aufgabe der Prozentrechnung 2 Grössen gegeben sein müssen, und zweitens, dass sich zu jedem ursprünglichen Erklärungssatz 12 verschiedene Aufgaben bilden lassen, von denen aber 3 sich durch blosse Addition oder Subtraktion lösen lassen (siehe Erkl. 12).

Erkl. 12. Soll eine von den 4 Grössen berechnet werden, so müssen 2 von den 3 übrigen gegeben sein. 3 Grössen (a, b, c) lassen aber 3 Kombinationen zu zweien (ab, bc, ca); also ergeben sich $3 \cdot 4 = 12$ Aufgaben.

Diese 12 Aufgaben sind z. B. für die Gewinnrechnung, wo die 4 Grössen p %, E, V, G vorkommen:

Gesucht:	Gegeben:
E	1. V, G
	2. V, p
	3. G, p
V	4. G, E
	5. G, p
	6. E, p
G	7. E, V
	8. E, p
	9. V, p
p %	10. E, V
	11. V, G
	12. G, E

Die Aufgaben 1, 4 und 7 führen auf eine blosse Addition oder Subtraktion (siehe Erkl. 6). Es sind diejenigen, bei denen p % überhaupt nicht vorkommt.

Frage 9. Wie lassen sich die Aufgaben der Prozentrechnung gruppieren?

Erkl. 13. Die wichtigste Aufgabe ist die Berechnung der Prozente, weil sie am häufigsten vorkommt, und weil sich ein Teil der 3. Gruppe darauf zurückführen lässt. Darum ist es für den Lernenden recht nötig, sich in der Berechnung derselben sorgfältig zu üben. Siehe Abschnitt B.

Antwort. Die Aufgaben der Prozentrechnung zerfallen in folgende Gruppen (siehe Erkl. 13):

1) Berechnung der Prozente (Aufgaben 8 und 9 in Erkl. 12).

2) Berechnung des Betrages (Aufgaben 2 und 3).

3) Berechnung des vermehrten oder verminderten Betrages (Aufgab. 5 und 6).

4) Berechnung des Prozentfusses (Aufgaben 10 bis 12).

Frage 10. Welche Arten von Prozenten unterscheidet man?

Antwort. Man unterscheidet Prozente vom 100, auf 100 und im 100.

Frage 11. Was versteht man unter Prozenten vom, auf und im Hundert?

Erkl. 14. In dem entwickelten Begriffe „Prozent" liegt an sich kein Grund, weshalb man Prozente vom, auf und im Hundert unterscheidet; ja die beiden letzten Ausdrücke sind sogar widersinnig; denn 5 % auf Hundert heisst wörtlich: „5 fürs Hundert sind 5 für 105." Bei Anwendung der Prozentrechnung in bestimmten Fällen macht es sich aber nötig, von dem vermehrten oder verminderten Betrage und dem Prozentfusse auszugehen. Weil sich nun bei Benutzung der Namen vom, auf und im Hundert in vielen Regeln eine kürzere Ausdrucksweise erzielen lässt, so ist es von Vorteil, diese althergebrachte Unterscheidung beizubehalten, man muss sich aber dabei bewusst sein, dass „Prozent" dann nicht mehr in der wörtlichen Bedeutung zu nehmen ist, sondern in der in nebenstehender Antwort erörterten. Wir bezeichnen die Prozente vom Hundert als eigentliche, die Prozente auf und im Hundert als uneigentliche Prozente.

Antwort. Zur Berechnung der Prozente ist gegeben der Prozentfuss und ausserdem entweder der reine, oder der vermehrte oder der verminderte Betrag.

Ist der reine Betrag gegeben, so sagt man, die Prozente sind vom Hundert zu berechnen. Die Bedingung heisst

bei p %: auf 100 kommen p
„ 5 %: „ 100 „ 5.

Sind die Prozente aus dem vermehrten Betrage zu finden, so lautet die Bedingung

bei p %: auf (100 + p) kommen p
„ 5 %: „ 105 „ 5.

Man hat dann Prozente auf Hundert.

Sind endlich die Prozente vom verminderten Betrage zu berechnen, so nennt man diese Art Prozente im Hundert. Die Bedingung lautet

für p %: auf (100 — p) kommen p
„ 5 %: „ 95 „ 5

(siehe Erkl. 14).

B. Ueber die Berechnung der Prozente (W).

1) Ueber die Berechnung der Prozente (W) aus dem Prozentfuss (p) und dem reinen Betrage (B).

Prozente vom Hundert.

Frage 12. Wie berechnet man p % von der Zahl B?

Antwort. Aus der Bedeutung von p % erhält man den

Bedingungssatz: Auf 100 kommen p. Der
Fragesatz ist: „ B „ x = W
Auflösung: „ 100 „ p
„ 1 kommt $\frac{p}{100}$
„ B kommen $\frac{p \cdot B}{100}$

Also ergiebt sich:

$$1) \ldots x = W = \frac{B \cdot p}{100} \text{ (s. Erkl. 15).}$$

Erkl. 15. In Worten heisst die gefundene Regel: p % der Zahl B werden berechnet, indem man die Zahl B mit p multipliziert und das Produkt durch 100 dividiert.

Für p ‰ ist die entsprechende Formel:

$$1a) \ldots W = \frac{B \cdot p}{1000}$$

Die Ableitung unterscheidet sich nur dadurch, dass Tausend an Stelle von Hundert tritt.

Frage 13. Was ergiebt sich für die Anwendung dieser Formel?

Antwort. Die Formel 1) kann man entweder $\frac{B}{100} \cdot p$ oder $B \cdot \frac{p}{100}$ schreiben. Aus der ersten Schreibweise folgt:

p % wird berechnet, indem man den 100. Teil des Betrages mit dem Prozentfuss multipliziert (siehe Erkl. 16).

Die zweite Schreibweise ergiebt in den Fällen einen grossen Vorteil, wenn p ein Bruch mit dem Zähler 1 oder ein Teil von 100 ist, weil sich dann die Berechnung von p % auf eine einfache Division zurückführen lässt. So ist z. B. 25 der 4. Teil von 100. Also hat man für 25 %:

$$B \cdot \frac{25}{100} = \frac{B}{4} = B : 4$$

d. h. 25 % wird berechnet, indem man den Betrag durch 4 dividiert.

Man muss sich daher die Teile von 100 einprägen (siehe Frömter, Lehrbuch der Grundrechnungsarten I, p. 143) und zu den folgenden Prozentsätzen die zugehörigen Divisoren merken:

$\frac{1}{4}$ %	Divisor 400	$\frac{1}{2}$ %	Divisor 200
$\frac{1}{3}$ %	„ 300	$\frac{5}{6}$ %	„ 120

Erkl. 16. Für p ‰ heisst der Satz:

„p ‰ wird berechnet, indem man den 1000. Teil des Betrages mit dem Promillefusse multipliziert.“

Erkl. 17. Der Anfänger ist leicht geneigt, den Divisor für den betreffenden Prozentfuss zu halten, also zu meinen, er finde 4 %, wenn er mit 4 dividiert. Er möge also streng auseinanderhalten:

Bei 25 % ist der 4. Teil zu nehmen,
„ 4 % „ „ 25. „ „ „ ;
„ 20 % „ „ 5. „ „ „
„ 5 % „ „ 20. „ „ „ etc.

Prozentfuss und Divisor decken sich nur bei 10 %.

Erkl. 18. In England bedient man sich oft des Ausdrucks so und soviel Schilling im Pfund Sterling, z. B. 2 sh 6 d im Pfund. Dies bedeutet auf 1 £ kommen $2\frac{1}{2}$ sh oder, da $2\frac{1}{2}$ sh $= \frac{1}{8}$ £ ist, auf 1 £ kommt $\frac{1}{8}$ £, auf 100 £ also $12\frac{1}{2}$. Diese Angabe ist folglich gleichbedeutend mit $12\frac{1}{2}$ %. Ferner gebraucht man oft so und soviel Schillinge pr Ct, d. h. auf 100 £. Man merke also: $2\frac{1}{2}$ sh pr Ct

heisst auf 100 ℒ kommen $2\frac{1}{2}$ sh, das ist soviel als $\frac{1}{8}$ %.

In Nordamerika giebt man statt des Prozentfusses an, wieviel Cents auf 100 Dollar kommen. Da nun 1 \$ = 100 cs, so ist z. B. 5 Cents im Dollar gleichbedeutend mit 5 %.

In Frankreich benutzt man, besonders als Bestimmung des Zinsfusses, nicht den Prozentfuss sondern den Teil, welchen dieser von 100 bildet. Man bezeichnet diesen Teil durch das Wort denier. Mit Rücksicht auf beistehende Divisorentabelle ist somit 4 % ebensoviel als au denier 25, und au denier 50 heisst 2 %.

1 %	Divisor	100	$6\frac{2}{3}$ %	Divisor	15
$1\frac{1}{4}$ %	„	80	$8\frac{1}{3}$ %	„	12
$1\frac{1}{3}$ %	„	75	$9\frac{1}{11}$ %	„	11
$1\frac{2}{3}$ %	„	60	10 %	„	10
2 %	„	50	$11\frac{1}{9}$ %	„	9
$2\frac{1}{2}$ %	„	40	$12\frac{1}{2}$ %	„	8
$3\frac{1}{8}$ %	„	32	$14\frac{2}{7}$ %	„	7
$3\frac{1}{3}$ %	„	30	$16\frac{2}{3}$ %	„	6
4 %	„	25	20 %	„	5
$4\frac{1}{6}$ %	„	24	25 %	„	4
5 %	„	20	$33\frac{1}{3}$ %	„	3
$5\frac{5}{9}$ %	„	18	50 %	„	2
$6\frac{1}{4}$ %	„	16	100 %	„	1

(Siehe Erkl. 17 und 18.)

Frage 14. Welche weitere Regel ist zu merken, insbesondere wenn der Prozentfuss Brüche enthält?

Antwort. Vielfach ist es von Vorteil, den gegebenen Prozentfuss aus solchen zusammenzusetzen, die sich, wie die eben angeführten, bequem berechnen lassen (siehe Erkl. 19). So ist z. B.:

$$35\,\% = 25\,\% + 10\,\%$$
$$40\,\% = 20\,\% \cdot 2$$
$$60\,\% = 10\,\% \cdot 6$$
$$1\frac{1}{2}\,\% = 1\,\% + \frac{1}{2}\,\%$$
$$15\,\% = 10\,\% + \frac{1}{2} \text{ von } 10\,\%$$

Erkl. 19. Diese Art der Zusammensetzung ist nichts anderes als die Anwendung des Schlusses durch Zerlegen oder Zerfällen (siehe Olbricht, Lehrbuch der Schlussrechnung, p. 50 ff. und die Aufgaben 392 bis 400) bei der Berechnung von Prozenten. Sie führt in vielen Fällen bei weitem rascher, bequemer und sicherer zum Ziele als die gewöhnliche Multiplikation, und darum ist ihre Anwendung recht zu empfehlen.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1. Berechne:
a) 1 %, b) 1 ‰, c) 10 %, d) 100 % von 42 386 (siehe Erkl. 20).

Auflösung. Man hat nach der Antwort auf Frage 13 bei a) den 100., bei b) den 1000., bei c) den 10. Teil und bei d) die Zahl selbst zu nehmen. Somit erhält man als Lösung von:

a) 423,86 b) 42,386
c) 4238,6 d) 42 386

Erkl. 20. Der Rechner muss für diese Prozent- bezw. Promillefusse die Lösung rasch zur Hand haben, sich die entsprechenden Divisoren also ganz besonders merken.

Aufgabe 2. Wieviel ergeben 5 % von 378,35 ℳ?

Erkl. 21. Ergebnisse mit benannten Zahlen sind nur auf soviel Stellen anzugeben, als die Benennung Sinn hat; sie sind daher abzukürzen nach der durch den Gebrauch festgesetzten Regel, dass die letzte benutzte Stelle um 1 zu erhöhen ist, wenn die folgende 5 oder grösser als 5 ist.

Auflösung. Der zu 5 % gehörende Divisor ist 20, also hat man zu rechnen:

$$378{,}35 ℳ : 20 = 37{,}835 ℳ : 2 = 18{,}9175 ℳ = 18{,}92 ℳ$$

5 % von 378,35 ℳ sind 18,92 ℳ (siehe Erkl. 21).

Aufgabe 3. Was ergeben 6 % von 746,50 fs?

Erkl. 22. Dies folgt aus der Formel:

$$\frac{B}{100} \cdot p$$

Auflösung. (Siehe Erkl. 22.)

1 % von fs 746,50 = fs 7,465

6 % sind also fs 7,465 · 6 = fs 44,79

Aufgabe 4. Was sind $2\frac{3}{4}$ % von 3850 fl?

Erkl. 23. Nach der Formel

$$1) \ldots W = \frac{B \cdot p}{100}$$

hätte man:

$$\frac{3850 \cdot 11}{100 \cdot 4} = 42\,350 : 400 = 105{,}875$$

Auflösung.

$$2\frac{3}{4}\,\% = 2\,\% + \frac{1}{2}\,\% + \frac{1}{4}\,\%$$

1 % ist 38,50 fl

2 % „ 77,00 fl

$\frac{1}{2}$ % „ 19,25 fl

$\frac{1}{4}$ % „ 9,625 fl

$2\frac{3}{4}$ % sind 105,875 fl (s. Erkl. 23).

Aufgabe 5. Wieviel Spesen zu $4\frac{3}{4}$ % kommen auf 4836,45 £?

Erkl. 24. Die Benutzung der Formel ergiebt:

$$\frac{4836{,}45 \cdot 19}{400} = 12{,}091 \cdot 19$$

108819

229,729 = 229,73

Auflösung.

$$4\frac{3}{4}\,\% = 5\,\% - \frac{1}{4}\,\%$$

5 % von 4836,45 £ = 4836,45 £ : 20 = 241,823 £

$-\frac{1}{4}$ % = $\frac{1}{20}$ von 5 % = 12,091 £

$4\frac{3}{4}$ % sind also = 229,73 £ (siehe Erkl. 24).

Aufgabe 6. Berechne:

$13\frac{1}{3}$ % von 9186,50 Rb

Auflösung.

10 % = 918,65 Rb

hiervon $\frac{1}{3}$ giebt $3\frac{1}{3}$ % = 306,22 Rb

$13\frac{1}{3}$ % = 1224,87 Rb

Aufgabe 7. Wieviel sind:

$3\frac{5}{8}$ % von £ 814·17·6?

Erkl. 25. Verwandelt man die £ und d in sh, so erhält man £ 814 = 16280 sh
und da 6 d = 0,5 sh + 17,5 sh
16297,5 sh

Hiervon ist

1 % = 162,975 sh und $\frac{1}{8}$ % = 20,372

3 % = 488,925 sh

$\frac{5}{8}$ % = 101,860 sh

$3\frac{5}{8}$ % = 590,785 sh

590 sh = 29 £ 10 sh und

0,785 sh = (0,785·12) d = 9,42 d.

Man hat also £ 29·10·9,42. Die Differenz von 0,04 d erklärt sich aus den gemachten Abkürzungen.

Auflösung.

$3\frac{5}{8}$ % = 3 % + $\frac{4}{8}$ % + $\frac{1}{8}$ %

1 % = £ 8,14 ·0,17·0,06

3 % = £ 24,42 ·0,51·0,18

$\frac{4}{8}$ % = £ 4,07 ·0,09·0,03

$\frac{1}{8}$ % = £ 1,0175·0,02·0,01

$3\frac{5}{8}$ % = £ 29,5075·0,62·0,22

Nun sind die Bruchteile noch in die niederen Sorten zu verwandeln:

0,5075 £ = (0,5075·20) sh = 10,15 sh

0,15 sh + 0,62 sh = 0,77 sh = (0,77·12) d = 9,24 d

Also findet man:

£ 29·10·9,46 (siehe Erkl. 25).

Aufgabe 8. Wieviel Kurtage geben:

£ 389·10· — zu $\frac{17}{6}$ % (siehe Erkl. 26)?

Erkl. 26. $\frac{17}{6}$ % ist die gebräuchliche Schreibweise für 17 sh 6 d. $\frac{17}{6}$ % heisst nach Erkl. 18: 17 sh 6 d pr Ct, also

17 sh 6 d auf 100 £

Auflösung. £ 389·10 = 389,5 £ und 17 sh 6 d = 17,5 sh, also hat man:

Auf 100 £ kommen 17,5 sh Kurtage
„ 389,5 £ „ x.

$$x = \frac{17{,}5 \cdot 389{,}5}{100} \text{ sh} = 68{,}16 \text{ sh}$$

Die Kurtage beträgt £ 3·8·2.

Aufgabe 9. Berechne $2\frac{1}{2}$ ‰ Provision von 4346,80 ℳ.

Erkl. 27. Da 2 Dezimalstellen zu finden sind, so führt man die Rechnung mit 3 Stellen durch und kürzt dann das Ergebnis noch um die letzte Stelle.

Auflösung.

1 ‰ = 4,347 (siehe Erkl. 27)

2 ‰ = 8,694

$\frac{1}{2}$ ‰ = 2,174

$2\frac{1}{2}$ ‰ = 10,868

Die Provision ist 10,87 ℳ.

Aufgabe 10. Wieviel erhält ein Gläubiger aus einer Konkursmasse für seine Forderung von 9 586,50 ℳ, wenn die Dividende $87\frac{1}{2}$ % beträgt?

Erkl. 28. $87\frac{1}{2}$ % könnte man auch in folgender Weise zusammensetzen:

100 % — $12\frac{1}{2}$ % = 100 % — $\frac{1}{8}$ von 100 %

oder: $12\frac{1}{2}$ %·7

Auflösung.

$87\frac{1}{2}$ % = 50 % + 25 % + $12\frac{1}{2}$ %

50 % = 4793,25 ℳ

25 % = 2396,625 ℳ

$12\frac{1}{2}$ % = 1198,313 ℳ

$87\frac{1}{2}$ % = 8388,19 ℳ (siehe Erkl. 28).

Der Gläubiger erhält 8388,19 ℳ

b) Ungelöste Aufgaben.

Anmerkung 4. Die Aufgaben 16 bis 30 sind unter Anwendung der in der Antwort zu Frage 13 aufgeführten Divisoren zu rechnen. Die Aufgaben a) bis c) sind für das Kopfrechnen, d) bis f) für das schriftliche Rechnen bestimmt. Die folgenden Aufgaben sind auf die jeweilig geeignetste Weise zu lösen. Von den angewandten Beispielen sind fernerhin die im Kopfe zu lösenden den schriftlich zu rechnenden vorangestellt und von ihnen durch einen starken Strich getrennt.

Berechne	11. 1 °/o von:	12. 1 °/oo von:	13. 10 °/o von:	14. 200 °/o von:
a)	200	27000	380	50
b)	5 000	4 800	12	324
c)	856	3 490	1	1 892
d)	748,5	389,50 ℳ	52,3	£ 26 · 14 · 3
e)	$11\frac{1}{9}$	$2746\frac{1}{2}$ fs	$1\frac{1}{4}$	$17\frac{2}{3}$
f)	$16\frac{2}{3}$	$1644\frac{4}{5}$ fl	$226\frac{2}{3}$	$312\frac{3}{5}$

Berechne	15. $\frac{1}{2}$ °/o von:	16. 50 °/o von:	17. 25 °/o von:	18. $12\frac{1}{2}$ °/o von:
a)	200	900	488	72
b)	1 400	20,48	40,72	64,32
c)	840	$86\frac{2}{3}$	$47\frac{5}{9}$	$83\frac{1}{5}$
d)	69 ℳ	57 318	2 112	54 968
e)	$960\frac{1}{2}$ £	1 397,35 ℳ	389,74 fl	82 317,30 fs
f)	$444\frac{1}{4}$ \$	$217\frac{2}{3}$	$3162\frac{10}{11}$	$598\frac{2}{3}$

Berechne	19. $6\frac{1}{4}$ °/o von:	20. $4\frac{1}{6}$ °/o von:	21. 20 °/o von:	22. 5 °/o von
a)	32	96	7000	8 200
b)	9,6	24,48	80,75 ℳ	462,20 ℳ
c)	$69\frac{1}{3}$	$28\frac{4}{5}$	$58\frac{3}{4}$	$46\frac{2}{3}$
d)	384	13 992	1 390	5 387
e)	762,70 ℳ	905,28	1 231,18 fs	547,50 ℳ
f)	$521\frac{3}{5}$	$765\frac{6}{7}$	$2644\frac{1}{6}$	$393\frac{1}{3}$

Berechne	23. $3\frac{1}{3}$ °/o von:	24. $2\frac{1}{2}$ °/o von:	25. 2 °/o von:	26. $33\frac{1}{3}$ °/o von:
a)	600	1000	350	48
b)	42,30 ℳ	40,40 ℳ	5,50 ℳ	54,27
c)	$333\frac{3}{4}$	$43\frac{1}{3}$	$166\frac{2}{3}$	$36\frac{3}{5}$
d)	15 510	14 248	192	73 000 fs
e)	1 421,59 fl	351,72 £	633,5	883 214,51 fl
f)	$687\frac{1}{2}$	$1417\frac{7}{9}$	$4108\frac{1}{3}$	$1642\frac{4}{5}$

Berechne	27. $16\frac{2}{3}$ % von:	28. $11\frac{1}{9}$ % von:	29. $6\frac{2}{3}$ % von:	30. 4 % von:
a)	3	108	45,3	75
b)	54,6	18,9	3 ℳ	450,25 ℳ
c)	$21\frac{3}{4}$	$47\frac{1}{4}$	$82\frac{1}{2}$	$112\frac{1}{2}$
d)	3 138	47 547	3 270	2 384
e)	748,75 $	48 792,29 ℳ	738,31 fl	648,60 ℳ
f)	$742\frac{4}{5}$	$4118\frac{2}{5}$	$2706\frac{3}{7}$	$731\frac{1}{4}$

Was sind:

31. 12 % von 4 320 ℳ
32. ℳ 1 732 à 6 %
33. 23 % von 629,80 ℳ
34. 15 % von 4 542 fs.
35. ℳ 612,50 à 8 %
36. 13 % von 22 814 fs
37. $7\frac{3}{4}$ % von 576,50 ℳ
38. ℳ 8 740 à $1\frac{1}{4}$ %
39. $3\frac{1}{2}$ % von 476,30 ℳ
40. $2\frac{1}{4}$ % von 4 317,20 ℳ
41. fs 3 840,58 à $6\frac{4}{5}$ %
42. $2\frac{5}{8}$ % von 2 376,25 fs
43. $7\frac{1}{2}$ % von 503 Rb
44. fl ö 2 864 à $3\frac{1}{8}$ ‰
45. $2\frac{1}{4}$ % von 3 008,80 ℳ

Was sind:

46. $9\frac{3}{4}$ % von $763\frac{1}{2}$ $
47. £ 329,75 à $5\frac{5}{8}$ %
48. $3\frac{3}{4}$ % von 317,28 fl ö
49. $7\frac{1}{2}$ % von 5 260,75 ℳ
50. fs 24 846 à $6\frac{2}{3}$ %
51. $6\frac{1}{2}$ % von 5 640 fs 50 cs
52. 1,4 ‰ von 3 820 fl h
53. Rb 2 174,8 à 7,3 %
54. 7,21 % von 84 712 ℳ
55. 12,78 % von 8 742,50 ℳ
56. ℳ 13 775 à 9,48 %
57. 2,36 ‰ von 84 700 000 ℳ
58. $5\frac{3}{8}$ % von £ 4 320
59. £ 1803·18· — à $3\frac{5}{8}$ %
60. $22\frac{1}{2}$ % von £ 312·8·10

Aufgabe 61. Wieviel beträgt die Tara zu 10 % von dem Bruttogewicht a) 4 749 kg; b) 6 852 kg?

Aufgabe 62. Wieviel Spesen zu 25 % kommen auf den Einkauf von a) 48,24 ℳ; b) 83,20 ℳ?

Aufgabe 63. Berechne den Zoll zu 4 % von 77,50 ℳ; b) 125,50 ℳ

Aufgabe 64. Wieviel Steuer sind von a) 340,60 ℳ; b) 826,40 zu 15 % zu zahl ?

Aufgabe 65. Wieviel Tantieme à 2 % erhält ein Beamter von a) 21 400 ; b) 38 900 ℳ?

Aufgabe 66. Wieviel Assekuranzprämie zu 2 ‰ ist für a) 15 300 ℳ; b) 5130 ℳ Versicherungssumme zu zahlen?

Aufgabe 67. Wieviel Delcredere à 3 % ergeben a) 1 807 ℳ; b) 1 519 ℳ?

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der ausführliche Prospekt und das ausführliche Inhaltsverzeichnis der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung gratis und portofrei bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den sofortigen und dauernden Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem Abonnementspreise von 25 Pfg. pro Heft

5). Die Reihenfolge der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, wie aus dem Prospekt ersichtlich, **ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

er bis jetzt erschienenen Hefte

kai ede Buchhandlung bezogen werden.

---

erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart

1203. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente. Forts. v. Heft 1202. — Seite 17—32.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-)und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach System Kleyer bearbeitet von Dr. R. Olbricht.

Fortsetzung von Heft 1202. — Seite 17—32.

Inhalt:

Stuttgart 1893.

Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens etc. etc. und zwar in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen nebst Angabe und Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen und alsdann auch alle Teile der reinen und angewandten Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die Lösungen hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen, etc.

Die Schüler, Studierenden und Kandidaten der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, Schritt für Schritt gelöste, Aufgabensammlung immerwährend an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum unfehlbaren Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren Prüfungen zu lösen haben, zugleich aber auch die überaus grosse Fruchtbarkeit der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem Lehrer soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des praktischen Teiles der mathematischen Disziplinen — zum Auflösen von Aufgaben — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, hiermit aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende Aufgaben zu lösen, die gehabten Regeln, Formeln, Sätze etc. anzuwenden und praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis für den Schul-Unterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den Ingenieuren, Architekten, Technikern und Fachgenossen aller Art, a etc. etc. soll diese Sammlung zur Auffrischung der erworbenen und vielleicht verg mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre praktischen in allen zweigen vorkommenden Anwendungen einem toten Kapitale lebendige Kraft verleihen somit den Antrieb zu weiteren praktischen Verwertungen und weiteren Forschungen g

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktiscl gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe de verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der V Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird deren thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagsha**

Aufgabe 68. Welche Provision erhält man von a) 5 600 ℳ; b) 480 ℳ zu $1\frac{1}{2}$ %?

Aufgabe 69. Eine Konkursmasse liefert $66\frac{2}{3}$ % Dividende. Wieviel erhält ein Gläubiger für seine Forderung von a) 3 900 ℳ; b) 519 ℳ?

Aufgabe 70. Von einer Ware trockneten $2\frac{1}{2}$ % auf dem Transport ein. Wieviel verloren a) 4 160 kg; b) 8 640 kg an Gewicht?

Aufgabe 71. Wieviel Einkaufsspesen ergeben a) 376,50 fs à $3\frac{3}{8}$ %; b) 302,62 fs à $4\frac{1}{5}$ %?

Aufgabe 72. Wieviel Diskont wird auf a) 1 768,67 ℳ à 3 %; b) 884,33 ℳ à 6 % gewährt?

Aufgabe 73. Wieviel Kommission ergiebt ein Verkauf von a) 1 756,20 ℳ à $2\frac{1}{4}$ %; b) 1 693,30 ℳ à $2\frac{1}{3}$ %?

Aufgabe 74. Auf ein Buch, dessen Ladenpreis 16,50 ℳ ist, erhält der Sortimenter 30 %, auf ein anderes, welches 19,80 ℳ kostet, 25 % Rabatt. Wie gross ist derselbe in beiden Fällen?

Aufgabe 75. Wieviel beträgt der Verlust auf eine Kapitalanlage von a) 8 273,50 ℳ zu 7 %; b) 6 435 ℳ zu 9 %?

Aufgabe 76. Wieviel beträgt der Gewinn auf eine Kapitalanlage von a) 9 765 ℳ zu 7,75 %; b) 9 009,40 ℳ zu 8,4 %?

Aufgabe 77. Berechne die Kurtage von a) 7 630 ℳ zu $2\frac{7}{8}$ ‰; b) 5 983,60 zu $3\frac{2}{3}$ ‰.

Aufgabe 78. Wieviel Tantieme zu $\frac{3}{4}$ % erhält ein Beamter von 224 600 ℳ Gewinn und zu $\frac{5}{6}$ % von 202 140 ℳ Gewinn?

Aufgabe 79. Welche Dividende liefert eine Konkursmasse a) zu 32 % für eine Forung von £18·12·—; b) zu 45 % für eine Forderung von £ 13·4·5?

Aufgabe 80. Die Einfuhr eines Artikels belief sich auf 38 208,90 ℳ, die eines [illegible]ern auf 24 846,80 ℳ. Im folgenden Jahre zeigte sich beim ersten eine Zunahme von 25 %, beim zweiten von 17,3 %. Wie gross war dieselbe?

---

2) Ueber die Berechnung der Prozente (W) aus dem Prozentfuss (p) und dem vermehrten Betrage (B_+).

Prozente auf Hundert.

Frage 15. Wie berechnet man p % vom vermehrten Betrage (B_+), oder mit anderen Worten, wie berechnet man p % auf Hundert?

Erkl. 29. Durch den Schluss von $(100 + p)$ auf 1 und von 1 auf B_+ findet man:

auf $100 + p$ kommen p

„ 1 „ $\frac{p}{100+p}$

„ B_+ „ $\frac{p \cdot B_+}{100+p}$

Für p ‰ ist 1000 an Stelle von 100 zu setzen. Man erhält dann die Formel:

$$2a) \ldots x = W = \frac{p \cdot B_+}{1000 + p}$$

und den Satz:

„p ‰ auf 1000 wird berechnet, indem man den gegebenen Betrag mit p multipliziert und das Produkt durch $1000 + p$ dividiert."

Antwort. Ist der um die Prozente vermehrte Betrag gegeben, so lautet (siehe Frage 11)

	vermehrter Betrag:	Prozente:
die Bedingung	$100 + p$	p
und die Frage	B_+	$x = W$

Hieraus folgt:

$$2) \ldots x = W = \frac{p \cdot B_+}{100 + p}$$

d. h. p % auf 100 wird berechnet, indem man den gegebenen (vermehrt gedachten) Betrag mit p multipliziert und das Produkt durch $100 + p$ dividiert (siehe Erkl. 29).

Frage 16. Wie gestaltet sich die Formel 2) für die Fälle, in denen der Prozentfuss ein Teil von 100 ist?

Erkl. 30. Die Divisorentabelle wird für die wichtigsten Prozentfüsse, wenn Prozente auf 100 zu rechnen sind, folgende:

1 %	Divisor	101	10 %	Divisor	11
2 %	„	51	$12\frac{1}{2}$ %	„	9
$2\frac{1}{2}$ %	„	41	$16\frac{2}{3}$ %	„	7
$3\frac{1}{3}$ %	„	31	20 %	„	6
4 %	„	26	25 %	„	5
$4\frac{1}{6}$ %	„	25	$33\frac{1}{3}$ %	„	4
5 %	„	21	50 %	„	3
$6\frac{2}{3}$ %	„	16	100 %	„	2

Antwort. Dividiert man Zähler und Nenner der Formel 2) mit p, so kommt:

$$W = \frac{B_+}{\frac{100}{p} + 1}$$

$\frac{100}{p}$ ist aber der zu p % gehörende Divisor (siehe die bei Frage 13 angeführte Divisorentabelle). Also findet man zu den dort aufgeführten Prozentfüssen die Prozente auf 100, indem man den gegebenen Betrag durch den um 1 vermehrten Divisor dividiert (siehe Erkl. 30).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 81. Berechne 7 % auf 100 von 72345 ℳ.

Auflösung vermittelst Ansatzes. 7 % auf 100 bedeutet:

Erkl. 31. Durch Subtraktion der 4732,85 ℳ von dem vermehrten Betrage 72345 ℳ erhält man den reinen Betrag 67612,15 ℳ. Von diesem müssen 7 % in gewöhnlicher Weise gerechnet auch 4732,85 ℳ sein. Die Rechnung bestätigt dies.

Auf 107 ℳ kommen 7 ℳ
Fragesatz: Auf 72345 ℳ kommen x ℳ

Ausrechnung.

Auf 107 ℳ kommen 7 ℳ

„ 1 ℳ „ $\frac{7}{107}$ ℳ

„ 72345 ℳ „ $\frac{72345 \cdot 7}{107}$ ℳ

Dies giebt x = 4732,85 ℳ (s. Erkl. 31).

Aufgabe 82. Wieviel sind $1\frac{1}{3}$ % auf 100 von 4318,50 fs?

Erkl. 32. Probe:

Vermehrter Betrag:	4318,50 fs
Prozente:	56,82 fs
Reiner Betrag:	4261,68 fs

Hiervon $1\frac{1}{3}$ % ergeben 56,82, wie erwartet wurde.

Auflösung nach der Antwort auf die Frage 16. Der zu $1\frac{1}{3}$ % gehörende Divisor bei Prozenten vom Hundert ist 75 (siehe Frage 13), also bei Prozenten auf Hundert 76 (siehe Frage 16). Also ist zu rechnen: 4318,50 fs : 76 = 56,82 fs (siehe Erkl. 32) $1\frac{1}{3}$ % auf 100 von 4318,50 fs ergeben 56,82 fs.

Aufgabe 83. Ein Posten Ware kostete im Einkaufe mit 15 % Steuer 2116 ℳ. Wieviel Steuer war berechnet worden?

Erkl. 33. Die Ausrechnung des Regeldetrisatzes ist folgende:

115 ℳ Eink. m. St. geben 15 ℳ Steuer

1 ℳ „ „ „ giebt $\frac{15}{115}$ ℳ Steuer

2116 ℳ „ „ „ geben $\frac{15 \cdot 2116}{115}$ ℳ Steuer

$$\frac{15 \cdot 2116}{115} = \frac{3 \cdot 2116}{23} = 6348 : 23 = 276$$

Auflösung vermittels Ansatzes. Der vollständige Erklärungssatz von 15 % Steuer lautet: Auf 100 ℳ Rechnungsbetrag kommen 15 ℳ Steuer, also 115 ℳ Einkauf mit Steuer. Daher der

Bds.: 115 ℳ Eink. mit St. geben 15 ℳ St.
Fgs.: 2116 ℳ „ „ „ „ x ℳ „

Man erhält:

$$x = \frac{2116 \cdot 15}{115} \text{ ℳ} = 276 \text{ ℳ}$$ (siehe Erkl. 33).

Aufgabe 84. Eine Einkaufsrechnung betrug einschliesslich $8\frac{1}{3}$ % Spesen 456,30 ℳ. Wieviel Spesen kamen in Anrechnung?

Erkl. 34. Der vollständige Erklärungssatz von $8\frac{1}{3}$ % Spesen lautet:

„Auf 100 Einkauf kommen $8\frac{1}{3}$ Spesen, also $108\frac{1}{3}$ Einkauf mit Spesen.“

Auflösung durch Ansatz (siehe Erkl. 34).

Bds.: $108\frac{1}{3}$ Eink. m. Sp. geben $8\frac{1}{3}$ Spesen
Fgs.: 456,30 „ „ „ „ x „

Man findet:

$$x = \frac{456{,}3 \cdot 25}{325} = \frac{456{,}3}{13} = 35{,}10.$$

Die Spesen betrugen 35,10 ℳ

Aufgabe 85. Aus dem Verkaufe einer Ware mit 18 % Gewinn löste man 86,50 ℳ Wie gross war der Gewinn?

Auflösung. Nach Formel 2 (Frage 15) hat man zu rechnen:

Erkl. 85. Man erhält den Wert von W aus der Formel, wenn man in dieselbe einsetzt:

$B_{+} = 86{,}50;\quad p = 18;\quad (100 + p) = 118.$

$$W = \frac{86{,}5 \cdot 18}{118} \text{ ℳ} = 13{,}19 \text{ ℳ}$$

Der Gewinn betrug 13,19 ℳ (s. Erkl. 35).

Aufgabe 86. Ein Fabrikbesitzer gewährte seinen Arbeitern $4\frac{1}{6}$ % Lohnerhöhung, so dass nunmehr der Wochenlohn 27,50 ℳ betrug. Wieviel Zulage hatte er gegeben?

Auflösung. Zu $4\frac{1}{6}$ % gehört der Divisor 25 (siehe Erkl. 30). Also ist die Zulage:

$$27{,}50 \text{ ℳ} : 25 = 1{,}10 \text{ ℳ}$$

Aufgabe 87. A in Wien bot infolge Preissteigerung 1000 kg Roggen mit $7\frac{1}{2}$ % Augmento zu 124 fl an. Wie gross war die Preiserhöhung?

Erkl. 86. Der Ansatz ist:

$$107\frac{1}{2} \text{ —— } 7\frac{1}{2}$$
$$124 \text{ —— } x$$

Auflösung. Setzt man in die Formel 2):

$$B_{+} = 124 \text{ und } p = 7\frac{1}{2}$$

so erhält man:

$$W = \frac{124 \cdot 15}{215} \text{ fl} = 8{,}65 \text{ fl}$$

Die Erhöhung betrug 8,65 fl (s. Erkl. 36).

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aehnlich den gelösten Aufgaben 81 und 82. 88 bis 96 im Kopfe, 97 bis 105 schriftlich zu lösen.

Was sind in Prozenten auf Hundert:

88. 50 % von 24 ℳ
89. 20 % von 600 ℳ
90. 4 % von 130 ℳ
91. $16\frac{2}{3}$ % von 49,91 fs
92. $6\frac{2}{3}$ % von 64,80 fs
93. $2\frac{1}{2}$ % von 123,41 fs.
94. 6 % von 212 fl
95. 3 % von 1 133 fl
96. 8 % von 81 fl
97. 13 % von 860,10 ℳ

Was sind in Prozenten auf Hundert:

98. 15 % von 581,90 ℳ
99. 23 % von 364,70 ℳ
100. $3\frac{1}{2}$ % von 2 799,68 Rb
101. $3\frac{1}{8}$ % von 3 052,50 £
102. $2\frac{1}{4}$ % von 4 741,43 fl
103. $8\frac{2}{3}$ % von 10 862 ℳ
104. $1\frac{1}{2}$ % von 977,85 ℳ
105. $6\frac{3}{8}$ % von 34 837,81 fs

Aufgabe 106. Die Einkaufsrechnung eines Kommissionärs betrug mit 1 % Provision 1 414 ℳ. Wieviel Provision war gerechnet worden?

Aufgabe 107. Ein Apotheker verkaufte eine Medizin mit 100 % Gewinn für 4,70 ℳ. Wieviel gewann er daran?

Aufgabe 108. Eine Ware kam einschliesslich 10 % Spesen auf 257,40 fs zu stehen. Wie hoch beliefen sich die Spesen?

Aufgabe 109. Nach der Verzollung kostete ein Posten Ware 4263 fl. Es waren 5 % Zoll gerechnet worden. Wieviel betrug derselbe?

Aufgabe 110. Ein Setzer erhielt in Berlin mit $33\frac{1}{3}$ % Ortszuschlag 36 ℳ Wochenlohn. Wieviel Zuschlag erhielt er?

Aufgabe 111. Ein Landmann hatte durch bessere Düngung eines Feldes einen um $4\frac{1}{6}$ % bessern Ertrag erzielt als früher und zwar 417,50 hl. Wieviel hatte er mehr geerntet?

Aufgabe 112. Unter Zurechnung von 3 ‰ Kurtage betrug eine Nota 5115,30 ℳ Wie gross war die Kurtage?

Aufgabe 113. Ein Unternehmer vermehrte durch glückliche Spekulation sein Vermögen um $12\frac{1}{2}$ % auf 23878,50 ℳ Wieviel hatte er durch die Spekulation gewonnen?

Aufgabe 114. A erhielt bei $3\frac{1}{3}$ % Agio für Goldmünzen 4939,33 £ an Silbergeld. Wieviel Agio bekam er?

Aufgabe 115. Eine Faktur (Rechnung) betrug mit 2 % Kommission 3782,75 fs. Wie hoch war die Kommission?

Aufgabe 116. Eine Ware wurde mit 26 % Gewinn für 1058,90 ℳ verkauft. Wieviel davon wurde gewonnen?

Aufgabe 117. Die Einfuhr eines Artikels belief sich auf 302863,770 kg und zeigte gegen früher eine Zunahme um $5\frac{3}{4}$ %. Wie gross war dieselbe?

Aufgabe 118. Durch Einverleibung eines Vorortes vermehrte sich die Einwohnerzahl einer Stadt um 22,3 % und belief sich auf 689724 Köpfe. Wie gross war die Bewohnerzahl des Vorortes?

Aufgabe 119. Nach Erhöhung um 12 % wurden 100 kg einer Ware für 243,60 ℳ angeboten. Wieviel wurde gegen früher mehr gefordert?

Aufgabe 120. Die Tageseinnahme in einem Geschäfte von 55,74 ℳ war um 14,7 % grösser als am vorhergehenden Tage. Wieviel beträgt die Mehreinnahme?

3) Ueber die Berechnung der Prozente (W) aus dem Prozentfuss (p) und dem verminderten Betrage (B).

Prozente im Hundert.

Frage 17. Wie berechnet man p % vom verminderten Betrage B_-, oder mit anderen Worten, wie berechnet man p % im Hundert?

Antwort. Ist der um die Prozente verminderte Betrag gegeben, so lautet (siehe Frage 11):

Erkl. 37. Durch den Schluss von (100 — p) auf 1 und von 1 auf B— findet man:

Auf 100 — p kommen p

„ 1 „ $\frac{p}{100-p}$

„ B— „ $\frac{p \cdot B_-}{100-p}$

Für p ‰ ist 1000 an Stelle von 100 zu setzen. Man erhält dadurch die Formel:

$$3a) \ldots x = W = \frac{p \cdot B_-}{1000-p}$$

und den Satz:

„p ‰ im 1000 wird berechnet, indem man den gegebenen Betrag mit p multipliziert und das Produkt durch 1000—p dividiert."

	verminderter Betrag:	Prozente:
die Bedingung	100 — p	p
und die Frage	B—	x = W

Hieraus folgt (siehe Erkl. 37):

$$3) \ldots x = W = \frac{p \cdot B_-}{100-p}$$

d. h. p % im Hundert wird berechnet, indem man den gegebenen (vermindert gedachten) Betrag mit p multipliziert und das Produkt durch 100 — p dividiert.

Frage 18. Wie gestaltet sich die Formel 3) für die Fälle, in denen der Prozentfuss ein Teil von 100 ist?

Erkl. 38. Die Divisorentabelle wird bei Potenzen im 100 für die wichtigsten Prozentfüsse folgende:

1 %	Divisor	99	$8\frac{1}{3}$ %	Divisor	11
2 %	„	49	10 %	„	9
$2\frac{1}{2}$ %	„	39	$12\frac{1}{2}$ %	„	7
$3\frac{1}{3}$ %	„	29	$16\frac{2}{3}$ %	„	5
4 %	„	24	20 %	„	4
$4\frac{1}{6}$ %	„	23	25 %	„	3
5 %	„	19	$33\frac{1}{3}$ %	„	2
$6\frac{2}{3}$ %	„	14	50 %	„	1

Antwort. Dividiert man Zähler und Nenner der Formel 3) mit p, so kommt:

$$W = \frac{B_-}{\frac{100}{p} - 1}$$

Da nun $\frac{100}{p}$ der zu p % gehörende Divisor ist (siehe Frage 13), so findet man zu den in jener Tabelle aufgeführten Prozentfüssen die Prozente im Hundert, indem man den gegebenen Betrag durch den um 1 verminderten Divisor dividiert (siehe Erkl. 38).

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 121. Berechne 9 % im Hundert von 438,70 ℳ.

Erkl. 39. Durch Addition der 43,39 ℳ zu dem verminderten Betrage 438,70 ℳ erhält man 482,09 ℳ, d. i. der reine Betrag. Von diesem müssen 9 % in gewöhnlicher Weise berechnet auch 43,39 ℳ sein. Die Rechnung bestätigt dies.

Auflösung. 9 % im Hundert bedeutet:

Auf 91 ℳ kommen 9 ℳ

Fragesatz: Auf 438,70 ℳ kommen x ℳ

Ausrechnung:

Auf 91 ℳ kommen 9

„ 1 ℳ „ $\frac{9}{91}$

„ 438,70 ℳ „ $\frac{9 \cdot 438{,}7}{91}$ ℳ

Dies giebt x = 43,39 ℳ (siehe Erkl. 39).

Aufgabe 122. Wieviel sind $1\frac{2}{3}$ % im Hundert von 3 846,80 fs?

Erkl. 40. Probe:

Verminderter Betrag:	3 846,80 fs
+ Prozente:	65,20 fs
Reiner Betrag:	3 912,00 fs

Hiervon $1\frac{2}{3}$ % geben 65,20 fs.

Auflösung. Der zu $1\frac{2}{3}$ % gehörende Divisor bei Prozenten vom Hundert ist 60 (siehe Frage 13), also bei Prozenten im Hundert 59 (siehe Frage 18). Also ist zu rechnen 3 846,80 fs : 59 = 65,20 fs (siehe Erkl. 40). $1\frac{2}{3}$ % im 100 von 3 846,80 fs sind 65,20 fs.

Aufgabe 123. Aus einem Verkaufe mit 16 % Verlust löste man 865,80 ℳ. Wie gross war der Verlust?

Erkl. 41. Die Ausrechnung des Regeldetrisatzes ist folgende:

$$84 \text{ ——— } 16$$

$$1 \text{ ——— } \frac{16}{84}$$

$$865{,}8 \text{ ——— } \frac{16 \cdot 865{,}8}{84}$$

$$= \frac{4 \cdot 865{,}8}{21} = 3463{,}2 : 21 = 164{,}91$$

Auflösung. Der vollständige Erklärungssatz zu 16 % Verlust heisst: Auf 100 ℳ Einkauf kommen 16 ℳ Verlust, der Verkauf ergiebt dann 84 ℳ. Daher lautet der

Bds.: 84,00 ℳ Verkauf geben 16 ℳ Verlust
Fgs.: 865,80 ℳ „ „ x ℳ „

Man erhält:

$$x = \frac{16 \cdot 865{,}8}{84} ℳ = 164{,}91 ℳ$$

(siehe Erkl. 41).

Aufgabe 124. Bei Berechnung von $4\frac{1}{6}$ % Tara betrug das Nettogewicht 851 kg. Wie gross war die Tara?

Erkl. 42. $4\frac{1}{6}$ % Tara heisst: 100 kg Brutto; $4\frac{1}{6}$ kg Tara; $\left(100 - 4\frac{1}{6}\right)$ kg = $95\frac{5}{6}$ kg Netto.

Auflösung durch Ansatz (s. Erkl. 42).

Bds.: $95\frac{5}{6}$ kg Netto geben $4\frac{1}{6}$ kg Tara
Fgs.: 851 kg „ „ x kg „

Man findet:

$$x = \frac{851 \cdot 25}{575} \text{ kg} = \frac{851}{23} \text{ kg}$$

Die Tara beträgt 37 kg.

Aufgabe 125. Nach Abzug von $3\frac{1}{2}$ % Diskont wurde für eine Rechnung 498,66 ℳ bezahlt. Wieviel Diskont war abgezogen worden?

Erkl. 43. Man hat in die Formel 3) einzusetzen:

$$p = 3\frac{1}{2}; \quad B_- = 498{,}66; \quad 100 - p = 96\frac{1}{2}$$

Auflösung. Nach Formel 3), Frage 17 hat man zu rechnen:

$$W = \frac{7 \cdot 498{,}66}{193} ℳ = 18{,}09 ℳ$$

Der Diskont betrug 18,09 ℳ (siehe Erkl. 43).

Aufgabe 126. Eine Ware verlor auf dem Transport durch Eintrocknen $6\frac{2}{3}$ % und wog am Ankunftsorte nur noch 791 kg. Wieviel Kilogramm waren durch Eintrocknen verloren?

Auflösung. Zu $6\frac{2}{3}$ % ist der Divisor 14 (siehe Erkl. 38). Also trockneten ein:

$$791 \text{ kg} : 14 = 56{,}500 \text{ kg}$$

Aufgabe 127. Nach einer Epidemie hatte sich die Einwohnerzahl um $2\frac{2}{3}$ ‰ vermindert und belief sich noch auf 47 722 Personen. Wieviel waren an der Krankheit gestorben?

Erkl. 44. Der Ansatz lautet:

Einw. früher		Einw. jetzt		Verminderung
1000	——	$997\frac{1}{3}$	——	$2\frac{2}{3}$
		47 722	——	x

Auflösung. Setzt man in die Formel 3a)

$$p = 2\frac{2}{3} \text{ und } B_- = 47\,722$$

so erhält man:

$$W = \frac{8 \cdot 47\,722}{2\,992} = 127{,}6$$

Es waren 128 Personen gestorben (siehe Erkl. 44).

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aehnlich den gelösten Aufgaben 121 und 122. 128 bis 136 im Kopfe, 137 bis 145 schriftlich zu lösen.

Berechne nach Prozenten im Hundert:

128. 10 % von 36,90 ℳ

129. 5 % von 57,95 ℳ

130. 25 % von 777 ℳ

131. $33\frac{1}{3}$ % von 945,60 fs

132. $12\frac{1}{2}$ % von 49,91 fs

133. $4\frac{1}{6}$ % von 6 946 fs

134. 6 % von 94 ℳ

135. 12 % von 264 ℳ

136. 18 % von 410 ℳ

137. 15 % von 12 218,75 ℳ

Berechne nach Prozenten im Hundert:

138. 7 % von 7 694,35 ℳ

139. 16 % von 81,90 ℳ

140. $2\frac{1}{2}$ % von 8 950,50 fs

141. $3\frac{1}{3}$ % von $6\,655\frac{1}{2}$ £

142. $4\frac{1}{6}$ % von 5 278,50 $

143. $6\frac{2}{3}$ % von 3 213 Pes.

144. $6\frac{1}{2}$ % von 6 930,80 £

145. $67\frac{1}{2}$ % von 8 572 fl

Aufgabe 146. Der Erlös aus dem Verkaufe eines Staatspapieres war nach Abrechnung von 1 % Provision 297 ℳ. Wie gross war die Provision?

Aufgabe 147. Nach Abrechnung von 2 ‰ Kurtage belief sich der Verkauf einer Ware auf 1 996 ℳ. Wieviel Kurtage war berechnet worden?

Aufgabe 148. Ein Händler zahlte dem Fabrikanten nach Abzug von 20 % Diskont für eine Pianino 516 ℳ. Wieviel Diskont war gewährt worden?

Aufgabe 149. Eine durch Seewasser beschädigte Ladung Tabak wird mit $16\frac{2}{3}$ % Verlust zu 715,50 ℳ verkauft. Wie gross war der Verlust?

Aufgabe 150. Eine Ware wurde mit 3 % Preisermässigung für 48,50 fs verkauft. Um wieviel war sie billiger geworden?

Aufgabe 151. Bei 4 % Verlust löste man aus dem Verkaufe einer Ware 73,20 ℳ. Wieviel Mark verlor man?

Aufgabe 152. Nach Abzug von $6\frac{2}{3}$ % Tara war das Nettogewicht 154 kg. Wieviel Tara war gerechnet worden?

Aufgabe 153. Der Reinertrag einer Verkaufsrechnung beträgt 659,98 $; die Spesen haben sich auf 13 % belaufen. Wie gross war deren Summe?

Aufgabe 154. Die Einfuhr eines Artikels im Jahre 1891 betrug 587 650 Doppelzentner und hatte sich gegen 1890 um $12\frac{1}{2}$ % verringert. Wie gross war die Abnahme der Einfuhr?

Aufgabe 155. Ein Fass Wein hatte $8\frac{1}{3}$ % durch Auslaufen verloren und enthielt nur noch 107,8 l. Wie gross war die Leckage?

Aufgabe 156. Die Handlungsutensilien eines Geschäfts wurden nach 18 % Abschreibung für Abnutzung bei der Inventur mit 13 776 ℳ angenommen. Wieviel hatte man abgeschrieben?

Aufgabe 157. Ein Kommissionär schrieb seinem Kommittenten nach Abrechnung von $3\frac{1}{2}$ % Kommission und Delcredere 923,26 ℳ gut. Wieviel hatte er Kommission und Delcredere gerechnet?

Aufgabe 158. Beim Umwechseln von Papiergulden gegen Silbergulden erhielt A 2 893,95 fl. An Disagio waren 18,25 % gerechnet worden. Wie gross war dasselbe?

Aufgabe 159. Wegen geringerer Qualität der Ware kürzte man an einer Rechnung 22 % und zahlte daher nur 10 030,41 ℳ. Wie gross war die Bonifikation?

Aufgabe 160. Die Tageseinnahme in einem Geschäfte war am 13. November um 6,39 % geringer als am 12. November und betrug 139,01 ℳ. Wie gross war die Mindereinnahme?

C. Ueber die Berechnung des reinen Betrages (B).

1) Ueber die Berechnung des reinen Betrages (B) aus dem Prozentfuss (p) und dem Prozentwert (W).

Frage 19. Von welcher Zahl sind p % gleich dem gegebenen Prozentwert W?

Antwort. p % bedeutet:

Auf 100 kommen p

Die Frage ist: „ x = B „ W.

Ausrechnung: Auf 100 kommen p

„ $\frac{100}{p}$ „ 1

„ $\frac{100 \cdot W}{p}$ „ W

Also findet man:

$$1) \ldots x = B = \frac{100 \cdot W}{p}$$

d. h. den reinen Betrag findet man aus dem Prozentwert und dem

Erkl. 45. Für p ‰ erhält man den Ansatz

Auf 1000 kommen p

„ x „ W

und findet daraus:

$$1\text{b}) \ldots x = B = \frac{1000 \cdot W}{p}$$

Den reinen Betrag findet man aus dem zugehörigen Promillewert und dem Promillefuss, indem man das 1000-fache des ersteren durch den letzteren dividiert.

Prozentfuss, indem man das 100-fache der Prozente durch den Prozentfuss dividiert (siehe Erkl. 45).

Frage 20. Welcher Rechenvorteil lässt sich aus der Formel 1) erkennen?

Antwort. Sobald p ein Teil von 100 ist, hebt sich in der Formel 1) der Nenner weg, und es bleibt nur die Ausführung einer Multiplikation übrig:

Bei den bei Frage 13 angeführten Prozentfüssen findet man den Betrag, wenn man die Prozente mit den zugehörigen (dort Divisoren genannten) Zahlen multipliziert (s. Erkl. 46).

Erkl. 46. Merke besonders:

Bei	1 %	ist d.	Betrag	d.	100-fache	d.	Proz.
„	4 %	„	„	„	25	„	„
„	5 %	„	„	„	20	„	„
„	10 %	„	„	„	10	„	„
„	$12\frac{1}{2}$ %	„	„	„	8	„	„
„	20 %	„	„	„	5	„	„
„	$33\frac{1}{3}$ %	„	„	„	3	„	„
„	50 %	„	„	„	2	„	„

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 161. Die Tara zu 6 % betrug 25,500 kg. Wie gross war das Bruttogewicht?

Erkl. 47. Bei den aufgelösten Aufgaben ist immer ein Teil gelöst worden ohne Benutzung der abgeleiteten Formeln, um dem Anfänger durch Ausführen von Zahlenbeispielen das Verständnis zu erleichtern.

Auflösung. Der Ansatz lautet:

Zu 6 kg Tara gehören 100 kg Brutto
„ 25,500 kg „ „ x kg „

Ausrechnung:

Zu 1 kg Tara gehören $\frac{100}{6}$ kg Br.

„ 25,500 „ „ „ $\frac{100 \cdot 25,5}{6}$ „ „

Das Bruttogewicht ist 425 kg (s. Erkl. 47).

Aufgabe 162. Von einem Betrage wurden zu $1\frac{1}{2}$ ‰ 45,60 Cor Sensarie (s. Erkl. 48) bezahlt. Wie hoch war der Betrag?

Erkl. 48. Der italienische Name für Mäkler ist Sensal. Daher heisst die Mäklergebühr Sensalie oder Sensarie.

Cor ist die Abkürzung für Krone (Corona), die neue Münzeinheit in Oesterreich-Ungarn. Es ist 1 fl ö = 2 Cor = 1,70 ℳ
1 Cor = 100 Heller

Auflösung. Man hat den Ansatz:

1,50 Cor werden für 1000 Cor bezahlt
45,60 Cor „ „ x Cor „

Ausrechnung:

1 Cor wird für $\frac{1000}{1,5}$ Cor bezahlt

45,60 Cor werden für $\frac{1000 \cdot 45,6}{1,5}$ „ „

Der Betrag ist 30 400 Cor.

Aufgabe 163. Ein Agent (siehe Erkl. 49) berechnete für seine Auslagen und Bemühungen $12\frac{1}{2}$ % vom Werte des Verkaufs und zwar 47,75 ℳ Wie gross war der letztere?

Auflösung durch Ansatz:

12,50 ℳ berechnet er für 100 ℳ Verkauf
47,75 ℳ „ „ „ x ℳ „

Erkl. 49. Agent heisst ein Beauftragter, ein Bevollmächtigter, einer, der für einen andern etwas besorgt. Je nach dem Inhalte seiner Vollmacht ist er Makler oder Reisender.

Ausrechnung:

1 ℳ berechnet er für $\left(\frac{100}{12,5} = 8\right)$ ℳ Verk.

41,75 ℳ „ „ „ (47,75·8) ℳ Verkauf

Der Verkauf betrug 382 ℳ

Aufgabe 164. Ein Buchhändler gewährte auf eine Rechnung bei $16\frac{2}{3}$ % Rabatt 36,48 ℳ Abzug. Wie hoch war die Rechnung?

Erkl. 50. Der Rabatt und der Diskont soll, wenn nichts anderes bestimmt ist, im folgenden in Prozenten von der Schuldsumme nicht von der Barzahlung berechnet werden.

Auflösung durch Ansatz (s. Erkl. 50):

$16\frac{2}{3}$ ℳ Rabatt kamen auf 100 ℳ Rechnung

36,48 ℳ „ „ „ x ℳ „

Ausrechnung:

1 ℳ Rabatt kam auf 100 ℳ : $16\frac{2}{3}$ = 6 ℳ Rechnung

36,48 ℳ Rabatt kamen auf 6 ℳ · 36,48 „

Die Rechnung lautete auf 218,88 ℳ

Aufgabe 165. Bei einem Falliment (s. Erkl. 51) bekam ein Gläubiger nur 37 % seiner Forderung und zwar 5 468,23 ℳ Wie hoch war seine Forderung?

Erkl. 51. Falliment oder Fallissement oder Bankerott bedeutet die eingetretene Zahlungsunfähigkeit eines Kaufmannes.

Auflösung. In die Formel 1) hat man für W 5 468,23 ℳ für p 37 einzusetzen. Dadurch erhält man:

$$B = \frac{100 \cdot 5468,23}{37} \text{ ℳ} = 14779 \text{ ℳ}$$

Er hatte 14 779 ℳ zu fordern.

Aufgabe 166. Eine Legierung (siehe Erkl. 52) enthielt zu 85,6 % 1,585 kg feines Silber. Wie schwer war die Metallmasse?

Erkl. 52. Legierung nennt man das durch Zusammenschmelzen mehrerer Metalle entstandene gemischte Metall. Besonders bedient man sich dieses Wortes für die Vermischung von Gold und Silber mit Kupfer. Enthält eine Metallmischung Quecksilber, so heisst es Amalgam.

Auflösung vermittelst der Formel 1). Hier ist für W 1,585 kg und für p 85,6 in die Formel 1) einzusetzen. Dieselbe wird dann:

$$B = \frac{100 \cdot 1,585}{85,6} \text{ kg} = \frac{1585}{856} \text{ kg}$$

Die Metallmasse wog 1,852 kg

Aufgabe 167. Eine Aktiengesellschaft verteilte eine Dividende von $8\frac{1}{3}$ % im Betrage von 4 875 ℳ Wie gross war das Aktienkapital?

Erkl. 53. Es ist:

$$100 : 8\frac{1}{3} = 100 \cdot \frac{3}{25} = 12$$

Auflösung. Bei $8\frac{1}{3}$ % ist der Betrag das 12-fache der Prozente. Folglich ist das Aktienkapital:

4 875 ℳ · 12 = 58 500 ℳ (siehe Erkl. 53).

Aufgabe 168. Von welchem Betrage erhielt man bei $3\frac{1}{8}$ % Kommission 36,18 ℳ?

Auflösung. Bei $3\frac{1}{8}$ % hat man die Prozente mit 32 zu multiplizieren (s. Frage 13). Der Betrag ist also:

36,18 ℳ · 32 = 1 157,76 ℳ

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 169. Für eine Versicherung wurden bei 1 % an Prämie 25,50 ℳ erhoben. Wie hoch war das versicherte Kapital?

Aufgabe 170. Für Abnutzung der Maschinen schrieb ein Fabrikant 21 400 ℳ ab. Er hatte 25 % gerechnet. Welchen Wert hatten die Maschinen vorher?

Aufgabe 171. Eine Legierung enthielt 80 % ihres Gewichtes reines Gold und zwar 320 g. Wie schwer war die Legierung?

Aufgabe 172. Das Einkommen eines Kaufmanns wurde bei der Steuerschätzung um 1 500 ℳ höher angenommen, als er selbst angegeben hatte. Er fand darin eine Höherabschätzung von 15 %. Wie hoch hatte er sein Einkommen angegeben?

Aufgabe 173. Mit einer Kapitalanlage wurden 12 % gewonnen, es waren dies 96 fs. Wie gross war das Kapital?

Aufgabe 174. Von welchem Betrage ist die Provision zu 3 ‰ 17,40 ℳ?

Aufgabe 175. Wie gross war das Bruttogewicht, wenn bei $9\frac{1}{11}$ % Tara die letztere 35 kg war?

Aufgabe 176. Wenn die Spesen zu $14\frac{2}{7}$ % gleich 125 ℳ sind, wie gross ist dann der Einkauf, auf den sie sich beziehen?

Aufgabe 177. Eine Aktiengesellschaft gewährt ihren Aktionären eine Dividende von $22\frac{1}{2}$ % = 900 ℳ für den Anteil. Wie gross ist ein Anteil?

Aufgabe 178. Eine Summe in ausländischen Kassenscheinen wurde mit $1\frac{3}{4}$ % Disagio umgewechselt. Wie gross war die Summe, wenn man 34,52 fl Verlust hatte?

Aufgabe 179. Von einem Rechnungsbetrage wurden nach Berechnung von 4 % Skonto 252,98 fs abgezogen. Wie hoch war die Forderung ursprünglich?

Aufgabe 180. Für den Verkauf eines Hauses berechnete ein Agent 0,75 ‰ Provision. Er erhielt 95,10 ℳ. Wie hoch war die Kaufsumme?

Aufgabe 181. Bei einer Schiessübung erzielte man 17,2 % Treffer. Es trafen 774 Schuss. Wieviel Schuss waren abgegeben worden?

Aufgabe 182. Auf eine Rechnung wurde wegen beschädigter Ware $8\frac{1}{2}$ % Bonifikation im Betrage von 361,80 ℳ bewilligt. Wie gross war der Wert der Rechnung?

Aufgabe 183. In einer Stadt lebten 3 600 Arbeiter. Ihre Zahl betrug 8 % der gesamten Bevölkerung. Wie hoch ist dieselbe?

Aufgabe 184. Der Direktor einer Gesellschaft erhielt bei $1\frac{1}{2}$ % Tantieme 2418 ℳ. Wie hoch war der Reingewinn?

Aufgabe 185. Der Ertrag eines Feldgrundstückes beläuft sich nach Abzug der Kosten der Bewirtschaftung auf 390,90 ℳ. Wieviel kann man für das Grundstück bezahlen, wenn man den Kaufpreis zu $3\frac{3}{4}$ % verzinst haben will?

Aufgabe 186. Ein Wechselmakler berechnete $1\frac{3}{4}$ ‰ Kurtage für den Einkauf von Wechseln mit 8,05 ℳ. Auf welche Summe beliefen sich die Wechsel?

Aufgabe 187. Bei einem Verkaufe beliefen sich die Spesen zu $2\frac{7}{16}$ % auf 45,52 ℳ. Wie gross war der Bruttoertrag des Verkaufs?

Aufgabe 188. Ein Haus bringt 2812,50 ℳ jährlichen Mietzins. Welchen Kaufpreis kann man für dasselbe anlegen, wenn man sein Kapital zu $4\frac{1}{2}$ % verzinsen will?

---

2) Ueber die Berechnung des reinen Betrages (B) aus dem Prozentfuss (p) und dem vermehrten oder verminderten Betrage (B_+ oder B_-).

Frage 21. Wie berechnet man den reinen Betrag a) aus dem vermehrten (B_+), b) aus dem verminderten Betrage (B_-), wenn gleichzeitig der Prozentfuss (p) bekannt ist?

Erkl. 54. Für p ‰ erhält man die entsprechenden Formeln, wenn man in 2) und 3) 1000 für 100 einsetzt:

$$2b) \ldots B = \frac{1000 \cdot B_+}{1000 + p}$$

$$3b) \ldots B = \frac{1000 \cdot B_-}{1000 - p}$$

In denjenigen Fällen, wo p ein Teil von 100 ist, kürzt sich der Bruch ab. Da jedoch diese Aufgaben seltener vorkommen, so empfiehlt es sich nicht, diese Abkürzungen zu merken, sondern sie in jedem gegebenen Falle aus der betreffenden Formel abzuleiten. Es geschieht dies in folgender, für einige der wichtigsten Prozentfüsse durchgeführten Weise:

$p = 4\%$ $\quad B = \frac{25}{26} \cdot B_+ = \frac{25}{24} \cdot B_-$

$p = 5\%$ $\quad B = \frac{20}{21} \cdot B_+ = \frac{20}{19} \cdot B_-$

$p = 10\%$ $\quad B = \frac{10}{11} \cdot B_+ = \frac{10}{9} \cdot B_-$

$p = 12\frac{1}{2}\%$ $\quad B = \frac{8}{9} \cdot B_+ = \frac{8}{7} \cdot B_-$

$p = 20\%$ $\quad B = \frac{5}{6} \cdot B_+ = \frac{5}{4} \cdot B_-$

Antwort. a) Der Bedingungssatz ist:

zum vermehrten Betrage		als reiner Betrag
$100 + p$	gehört	100
Fgs.: B_+	„	x.

Ausrechnung:

Zu $100 + p$ gehört 100

„ 1 „ $\frac{100}{100+p}$

„ B_+ „ $\frac{100 \cdot B_+}{100+p}$

Somit ist:

$$2) \ldots x = B = \frac{100 \cdot B_+}{100 + p}$$

b) Hier lautet der Bedingungssatz:

Zum verminderten Betrage		als reiner Betrag
$100 - p$	gehört	100
Fgs.: Zu B_-	„	x.

Durch eine ähnliche Ausrechnung wie bei a) findet man:

$$3) \ldots x = B = \frac{100 \cdot B_-}{100 - p}$$

Den reinen Betrag findet man aus dem vermehrten oder verminderten Betrage, wenn man das

Erkl. 55. Dies ist von Vorteil, wenn p ein Teil von 100 ist. Für obige (Erkl. 54) Prozentfüsse erhält man:

$$p = 4\,\% \quad B = B_+ - \frac{B_+}{26} = B_- + \frac{B_-}{24}$$

$$p = 5\,\% \quad B = B_+ - \frac{B_+}{21} = B_- + \frac{B_-}{19}$$

$$p = 10\,\% \quad B = B_+ - \frac{B_+}{11} = B_- + \frac{B_-}{9} \text{ etc.}$$

Man kann dies auch aus der Formel 2) [und in entsprechender Weise bei B_- aus 3)] ableiten: Fügt man nämlich im Zähler hinzu:

$$p \cdot B_+ - p \cdot B_+$$

was nichts ändert, da es gleich Null ist, so erhält man:

$$B = \frac{100 \cdot B_+ + p \cdot B_+ - p \cdot B_+}{100 + p}$$

oder:

$$B = \frac{(100 + p)\,B_+ - p \cdot B_+}{100 + p}$$

dies giebt nach Ausführung der Division:

$$B = B_+ - \frac{p \cdot B_+}{100 + p}$$

Hundertfache des vermehrten oder verminderten Betrages durch 100 vermehrt oder vermindert um den Prozentfuss dividiert (s. Erkl. 54).

Man kommt aber auch auf folgendem Wege zum Ziele: Aus der Bedeutung von B_+ und B_- (siehe Frage 3) ergiebt sich, dass $B = B_+ - W$
und $B = B_- + W$
d. h. den reinen Wert finde ich aus dem vermehrten Betrage, wenn ich die Prozente addiere.

Ich kann also den reinen Betrag auch finden, indem ich mit Hilfe der Formeln:

$$W = \frac{p \cdot B_+}{100 + p} \text{ und } W = \frac{p \cdot B_-}{100 - p}$$

(siehe Frage 15 und 17) erst W berechne und dies vom vermehrten Betrage abziehe oder zum verminderten Betrage hinzuzähle (siehe Erkl. 55).

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 189. Für einen Posten Ware wurden nebst $2\frac{1}{3}\,\%$ Assekuranzprämie £ 1526·16·3 bezahlt. Was kostete die Ware?

Erkl. 56. £ 1526·16·3 werden zu £ gemacht:

$$3\,d = \frac{3}{12}\,s = \frac{1}{4}\,sh$$

$$16\frac{1}{4}\,sh = \frac{65}{4}\,sh = \frac{65}{80}\,£ = \frac{13}{16}\,£$$

Man hat also zu rechnen:

$$\left(1526\frac{13}{16} \cdot 300\right) : 307 = \begin{array}{r} 457800 \\ +\ \ 243{,}75 \\ \hline 458043{,}75 : 307 \end{array}$$

Diese Division ergiebt 1492 £

Auflösung durch Ansatz. Der gegebene Wert ist der vermehrte Betrag, gefragt ist nach dem reinen Betrag. Also ist anzusetzen:

vermehrter Betrag	reiner Betrag
$102\frac{1}{3}$ £	100 £
£ 1526·16·3	x £.

Ausrechnung:

1 £	$\frac{100 \cdot 3}{307}$ £
£ 1526·16·3	$\frac{100 \cdot 3 \cdot (£\ 1526 \cdot 16 \cdot 3)}{307}$

Die Ware kostete £ 1492·—·— (siehe Erkl. 56).

Aufgabe 190. Für den Einkauf eines Wechsels (siehe Erkl. 57) wurden nach Zuschlag von $1\frac{1}{2}\,‰$ Kurtage 4 287,02 ℳ bezahlt. Auf welchen Betrag lautete die Wechselsumme?

Erkl. 57. Wechsel ist ein nach bestimmter, gesetzlich vorgeschriebener Form abgefasstes

Auflösung durch Ansatz. 4 287,02 ℳ ist der um die Kurtage vermehrte Betrag, nach dem reinen Betrag ist gefragt. Daher der Ansatz:

Versprechen, durch welches sich jemand verpflichtet, einem andern oder dem, welchem dieser sein Recht überträgt, eine gewisse Geldsumme an einem gewissen Tage und Orte entweder selbst oder durch einen dritten auszahlen zu lassen.

Die gesetzlichen Bestimmungen sind in der allgemeinen deutschen Wechselordnung enthalten.

vermehrter Betrag	reiner Betrag
1 001,5	1 000
4 287,02	x.

Hieraus folgt:

$$x = \frac{4\,287{,}02 \cdot 1\,000}{1\,001{,}5}$$

oder $x = 42\,870\,200 : 10\,015 = 4280{,}599 \cdots$

Der Wechsel lautet auf 4 280,60 ℳ

Aufgabe 191. Eine andere Wechselsumme erhöhte sich durch die Protestkosten (siehe Erkl. 58) um $2\frac{2}{3}$ % auf 779,14 ℳ Wie gross war sie?

Erkl. 58. Verweigert der Schuldner die Zahlung eines Wechsels, so erhebt der Inhaber Protest, d. h. er lässt durch einen Notar die Sache nach dem Wechselrecht gerichtlich anhängig machen. Die dadurch entstehenden Kosten heissen Protestkosten.

Auflösung. Setzt man in die Formel 2) 779,14 für B_+ und $\frac{8}{3}$ für p ein, so erhält man:

$$x = \frac{100 \cdot 779{,}14 \cdot 3}{308}$$

$$= 233\,742 : 308 = 758{,}902 \cdots$$

Die Wechselsumme war 758,90 ℳ

Aufgabe 192. Ein Einkauf betrug mit 20 % Spesen 462,96 ℳ Wie gross war der reine Einkaufspreis?

Erkl. 59. Nach der Erkl. 55 gestaltet sich die Rechnung:

$$B_+ = 462{,}96 \text{ ℳ}$$

$$-\frac{1}{6} \text{ hiervon} = 77{,}16 \text{ ℳ}$$

$$385{,}80 \text{ ℳ}$$

Auflösung. Nach Erkl. 54 hat man bei 20 % zu rechnen $\frac{5}{6} \cdot B_+$, also hier:

$$462{,}96 \cdot \frac{5}{6} = 77{,}16 \cdot 5$$

$$= 385{,}80$$

Der Einkaufspreis war 385,80 ℳ (siehe Erkl. 59).

Aufgabe 193. An einer Konkursmasse (s. Erkl. 60) verlor ein Gläubiger $27\frac{1}{5}$ %. Er bekam 25 480 ℳ Wie gross war seine Forderung?

Erkl. 60. Das Besitztum, Geld und Waren, eines zahlungsunfähig gewordenen Kaufmannes heisst die Konkursmasse oder die Aktiva, seine Schulden die Passiva. Die Konkursmasse bezw. der aus ihr gelöste Wert kommt nach Abzug der Kosten unter die Gläubiger zur Verteilung.

Auflösung durch Ansatz. 25 480 ℳ ist der verminderte Wert. Folglich ist anzusetzen:

verminderter Betrag	reiner Betrag
100 — 27,2 = 72,8	100
25 480	x.

Ausrechnung:

72,8	100
1	$\frac{100}{72{,}8}$
25 480	$\frac{100 \cdot 25\,480}{72{,}8}$

$$x = 2\,548\,000 : 72{,}8 = 35\,000.$$

Die Forderung betrug 35 000 ℳ

Aufgabe 194. Für einen Posten Ware hatte man nach Abzug von 6 % Tara und 1 % Gutgewicht 1 989,9 kg Netto zu bezahlen. Wie schwer war die Ware Brutto?

Erkl. 61. Probe: Berechnet man von 2138,3 kg 6 % Tara, zieht diese vom Betrage ab, so muss sich 2010 kg ergeben; und hiervon 1 % subtrahiert, muss das reine Nettogewicht 1 989,9 kg geben:

	2138,3 kg
— 6 % hiervon	128,3 kg
	2010 kg
— 1 % hiervon	20,1 kg
	1 989,9 kg

Die Tara und das Gutgewicht wird meist bis auf 0,5 kg abgerundet, doch giebt es hier verschiedene Gebräuche. Bei diesem Beispiele ist es auf die Zehntel Kilogramm abgerundet worden.

Auflösung durch Ansatz. Das Gutgewicht wird von dem Betrage gerechnet, der sich nach Abzug der Tara vom Bruttogewicht ergiebt. Man hat also erst das Netto- + Gutgewicht zu finden. 1 % Gutgewicht heisst:

Gutgewicht	Netto	Netto + Gutgew.
1	99	100
	1 989,9	x.

Es folgt $x = 198\,990 : 99 = 2\,010$.

Das Netto- + Gutgewicht ist 2 010 kg.

Nunmehr ist das Bruttogewicht zu bebestimmen durch den Ansatz:

Tara	Netto	Brutto
6	94	100
	2 010	x.

Es folgt $x = 201\,000 : 94 = 2\,138{,}296 \cdots$ Das Bruttogewicht ist 2 138,300 kg (siehe Erkl. 61).

Aufgabe 195. Nach Abzug von $3\frac{1}{2}$ % Diskont wurden für eine Rechnung 3 304,16 fs bezahlt. Wie gross war die Schuldsumme?

Erkl. 62. Probe:

	3 424 fs	
hiervon 3 %	102,72 fs	subtrahiert
und $\frac{1}{2}$ %	17,12 fs	subtrahiert
	3 304,16 fs	

Auflösung. In die Formel 3), Frage 21 hat man für B— einzusetzen 3 304,16 fs und für p $3\frac{1}{2}$. Dadurch erhält man:

$$x = \frac{100 \cdot 3\,304{,}16}{100 - 3{,}5} \text{ fs} = 3\,424 \text{ fs}$$

Die Schuldsumme war 3 424 fs (siehe Erkl. 62).

Aufgabe 196. Aus einer Ware, die man mit $9\frac{1}{11}$ % Verlust verkaufen musste, löste man 498 ℳ. Wieviel kostete die Ware im Einkauf?

Erkl. 63. In die Formel 3) ,Frage 21 hat man 498 für B— und $9\frac{1}{11}$ für p einzusetzen. Dies giebt:

$$x = \frac{100 \cdot 498}{100 - 9\frac{1}{11}} = \frac{100 \cdot 498 \cdot 11}{1000} = (498 \cdot 11) : 10 = 547{,}8$$

Man hat also $\frac{11}{10}$ von 498 zu rechnen.

Auflösung. $9\frac{1}{11}$ % berechnet man vom reinen Werte, indem man den 11. Teil nimmt, vom verminderten Werte also, indem man den 10. Teil berechnet (siehe Erkl. 55):

	498 ℳ
hierzu den 10. Teil	49,8 ℳ addi[illegible]
giebt	547,80 ℳ

Der Einkaufspreis war 547,80 ℳ (s[illegible]he Erkl. 63).

Druck von Carl Hammer in Stuttgart

1204. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1203. — Seite 33—48.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-)und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach **System Kleyer** bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung von Heft 1203. — Seite 33—48.

Inhalt:

Stuttgart 1893.

...lag von Julius Maier.

...haltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann ...ch jede Buchhandlung bezogen werden

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens etc. etc. und zwar in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen nebst Angabe und Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen und alsdann auch alle Teile der reinen und angewandten Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die Lösungen hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen, etc.

Die Schüler, Studierenden und Kandidaten der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, Schritt für Schritt gelöste, Aufgabensammlung immerwährend an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum unfehlbaren Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren Prüfungen zu lösen haben, zugleich aber auch die überaus grosse Fruchtbarkeit der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem Lehrer soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des praktischen Teiles der mathematischen Disziplinen — zum Auflösen von Aufgaben — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, hiermit aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende Aufgaben zu lösen, die gehabten Regeln, Formeln, Sätze etc. anzuwenden und praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis für den Schul-Unterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den Ingenieuren, Architekten, Technikern und Fachgenossen aller Art, — etc. etc. soll diese Sammlung zur Auffrischung der erworbenen und vielleicht verge[illegible] mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre praktischen in allen Be[illegible] zweigen vorkommenden Anwendungen einem toten Kapitale lebendige Kraft verleih[illegible] somit den Antrieb zu weiteren praktischen Verwertungen und weiteren Forschungen [illegible]

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische [illegible] gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der N[illegible] verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verf[illegible] Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird deren [illegible] thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshan[illegible]**

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 197. Durch Zuschlag von 3 % Zoll erhöhte sich ein Einkauf auf 309 ℳ. Wie gross war er ohne Zoll?

Aufgabe 198. Ein Posten Ware, in einer Auktion erstanden, kostete mit 5 % Auktionsgebühr 42 ℳ. Wieviel kam er an sich zu stehen?

Aufgabe 199. N gewann $12\frac{1}{2}$ % und besass nun 3 681 ℳ. Wieviel hatte er vorher?

Aufgabe 200. Nach Abzug von $\frac{1}{2}$ % Incassoprovision erhält man für einen Wechsel 298,50 ℳ. Wie gross ist der Wechsel?

Aufgabe 201. Aus einer Konkursmasse bekam ein Gläubiger 4 460 ℳ. Er verlor $33\frac{1}{3}$ %. Wie gross war seine Forderung?

Aufgabe 202. Nach Erhöhung um $14\frac{2}{7}$ % kostete ein Zentner Kartoffeln 4 ℳ. Wieviel kostete er vorher?

Aufgabe 203. Von einem Ballen Ware trockneten 10 % ein, so dass er 81,900 kg wog. Wie schwer war er vorher?

Aufgabe 204. Eine Aktiengesellschaft überwies 8 700 fs dem Reservefond und verteilte an Dividende 75 % des Reingewinns. Wie gross war derselbe?

Aufgabe 205. Wie gross war die Einkaufsrechnung eines Kommissionärs, wenn sie nach Zuschlag von $2\frac{1}{2}$ % Kommission 67 650 fl h betrug?

Aufgabe 206. Ein Beamter erhielt 6 % Teuerungszulage und bezog im ganzen 2 491 ℳ. Wie gross war sein Gehalt?

Aufgabe 207. Die Einfuhr eines Artikels hatte sich um $1\frac{1}{3}$ % erhöht und betrug 34 714,80 ℳ. Wie gross war sie vorher?

Aufgabe 208. Ein Agent lieferte nach Abzug von $9\frac{1}{11}$ % Provision seinem Auftraggeber 5 169 $ aus. Wieviel hatte er eingenommen?

Aufgabe 209. Der Ertrag eines Feldgrundstücks hatte sich gegen das Vorjahr um $2\frac{1}{4}$ % verringert und belief sich auf 1 217,97 ℳ. Wie gross war er im vorhergehenden Jahre gewesen?

Aufgabe 210. Eine Antiquariatsbuchhandlung bietet folgende Bücher an: Andrees Handatlas mit $33\frac{1}{3}$ % Ermässigung für 27 ℳ, Beckers Weltgeschichte mit 50 % Ermässigung für 35,20 ℳ, Brockhaus Konversationslexikon mit 54 % Ermässigung für

87,20 ℳ, Daniels Handbuch der Geographie mit $27\frac{1}{3}$ % Ermässigung für 33 ℳ. Wie gross ist der Ladenpreis jedes dieser Bücher?

Aufgabe 211. Wieviel hatte ein Kommissionär aus dem Verkauf einer Ware gelöst, wenn er seinem Kommittenten nach Abzug von $2\frac{1}{2}$ ‰ Provision 3251,85 fs einhändigte?

Aufgabe 212. Ein Kapital war mit 15 % Gewinn auf 15571 Rb angewachsen. Wieviel betrug es vorher?

Aufgabe 213. Nach Abzug der bestimmten Tantieme zu $7\frac{1}{2}$ % belief sich der Reingewinn einer Gesellschaft auf 60342,40 Cor. Wieviel betrug er im ganzen?

Aufgabe 214. Die Bevölkerung einer Stadt hat in einem Jahre $1\frac{3}{4}$ % zugenommen und zählt jetzt 24586 Seelen. Wieviel Einwohner gab es vorher dort?

Aufgabe 215. Für den Einkauf einer Ware wurden nebst $5\frac{3}{8}$ % Zoll £ 1783·19·11 bezahlt. Wie gross war der Rechnungsbetrag?

Aufgabe 216. Eine Ware wog nach Abzug von $2\frac{3}{4}$ % Tara 15195,310 kg. Wie gross war das Bruttogewicht?

D. Ueber die Berechnung des vermehrten oder verminderten Betrages (B_+ oder B_-).

1) Ueber die Berechnung des vermehrten oder verminderten Betrages (B_+ oder B_-) aus dem Prozentfusse (p) und dem reinen Betrage (B).

Frage 22. Wie findet man den vermehrten Betrag aus dem Prozentfuss (p) und dem reinen Betrage (B)?

Antwort. Man hat gemäss der Bedeutung von p %:

	Betrag	Prozente	vermehrter Betrag
als Bds.:	100	p	100 + p
und der Fgs.:	B		x.

Ausrechnung:

100	$100 + p$
1	$\frac{100 + p}{100}$
B	$\frac{(100 + p) \cdot B}{100}$

Somit ist der vermehrte Betrag:

$$1) \ldots x = B_+ = \frac{(100 + p) \cdot B}{100}$$

Erkl. 64.

$$B_+ = \frac{100 \cdot B + p \cdot B}{100} = \frac{100 \cdot B}{100} + \frac{p \cdot B}{100} = B + \frac{p \cdot B}{100}$$

Erkl. 65. Wenn man sich die Bedeutung des vermehrten Wertes gegenwärtig hält, so ist der letzte Teil nebenstehender Regel selbstverständlich. Er ist für das praktische Rechnen am bequemsten, weil man dabei mit kleineren Zahlen zu rechnen hat. Es wurde aber diese Ableitung gewählt, um zu zeigen, dass

der direkte und der indirekte Weg, (welcher erst die Berechnung des Prozentwertes fordert) im Grunde genommen gleich sind.

Für p ‰ ist die Ableitung ganz ähnlich; man erhält die Formeln:

$$1b) \ldots B_+ = \frac{(1000 + p) \cdot B}{1000}$$

$$2b) \ldots B_+ = B + \frac{p \cdot B}{1000}$$

Führt man die angedeutete Multiplikation im Zähler aus und dividiert durch 100, so findet man (siehe Erkl. 64):

$$2) \ldots B_+ = B + \frac{p \cdot B}{100}$$

Das letzte Glied ist aber der Ausdruck für den Prozentwert W (siehe Frage 12). Man erhält hieraus die Regel:

Der vermehrte Betrag wird entweder gefunden, indem man ihn nach Formel 1) berechnet, oder indem man den Betrag um den Prozentwert vermehrt (s. Erkl. 65).

Frage 23. Wie findet man den verminderten Betrag aus dem Prozentfuss p und dem reinen Betrage B?

Erkl. 66. Die entsprechenden Formeln für p ‰ sind:

$$3b) \ldots B_- = \frac{(1000 - p) \cdot B}{1000}$$

$$4b) \ldots B_- = B - \frac{p \cdot B}{1000}$$

Es mag bemerkt werden, dass der Ausdruck $\frac{100 \pm p}{100}$ in der Zinseszins- und Rentenrechnung eine grosse Rolle spielt (siehe Kleyers Lehrbuch der Zinseszins- und Rentenrechnung).

Antwort. Um den verminderten Betrag zu finden, hat man nur nötig, in die vorstehende Ableitung (100 — p) für (100 + p) einzusetzen. Es ergeben sich daraus die Formeln:

$$3) \ldots B_- = \frac{(100 - p) \cdot B}{100}$$

$$4) \ldots B_- = B - \frac{p \cdot B}{100}$$

und die Regel:

Der verminderte Betrag wird nach Formel 3) gefunden, oder besser, indem man vom reinen Betrage den Prozentwert subtrahiert (siehe Erkl. 66).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 217. Was kostet eine Ware, die laut Faktura (siehe Erkl. 67) 3 847,40 ℳ kostet, wenn 13 % Spesen zu berechnen sind?

Erkl. 67. Faktura vom lat. facere heisst wörtlich die Mache, es bedeutet eine Rechnung über Waren. Fakturieren heisst über verkaufte oder eingekaufte Waren ausführliche Rechnung ablegen.

Auflösung mittels Ansatzes:

Es sind		100 ℳ	Rechn.	113 ℳ	mit Spes.	
„	„	3 847,40 ℳ	„	x ℳ	„	„
„	„	1 ℳ	„	$\frac{113}{100}$ ℳ	„	„
„	„	3 847,40 ℳ	„	$\frac{113 \cdot 3847{,}4}{100}$ ℳ		„

Die Ware kostet einschliesslich der Spesen 4 347,56 ℳ.

Aufgabe 218. Die Einfuhr eines Artikels betrug im Monat Mai 48 356 kg. Im Juni hatte sie 3,45 % zugenommen. Wieviel Kilogramm des Artikels (siehe Erkl. 68) waren im Juni eingeführt worden?

Auflösung mittels Berechnung der Prozente. 3,45 % von 48 356 kg sind:

$$(483{,}56 \cdot 3{,}45) \text{ kg} = 1\,668{,}282 \text{ kg}$$

Erkl. 68. Artikel (vom lat. articulus, das Glied) bedeutet im Handel eine bestimmte Warengattung.

Im Monat Juni wurden also eingeführt:
48 356 kg + 1 668,282 kg = 50 024,282 kg

Aufgabe 219. Ein Kommissionär kauft für 6 283,50 $ (siehe Erkl. 69) ein und berechnet $4\frac{1}{2}$ ‰ Kommission. Wie gross ist die Rechnung des Kommissionärs?

Erkl. 69. Das Zeichen $ für Dollar kommt ganz sicher von dem früheren Speziesthaler (Species = Bildnis).

Auflösung vermittelst Berechnung des Promillebetrages. Preis der Ware: 6 283,50 $

1 ‰ = 6,2835 $

4 ‰ = 25,134 $
$\frac{1}{2}$ ‰ = 3,142 $ } Kommission: 28,28 $

Rechnung des Kommissionärs: 6 311,78 $

Aufgabe 220. Beim Bücherabschluss findet ein Kaufmann, dass er mit seinem Vermögen von 25 980 ℳ $4\frac{1}{6}$ % Gewinn erzielt habe. Wieviel besass er nunmehr?

Auflösung nach Formel 2). Er hatte 25 980 ℳ
er gewann $4\frac{1}{6}$ %, d. i. der 24. Teil = 1 082,50 ℳ
folglich besass er nunmehr: 27 062,50 ℳ

Aufgabe 221. 5 Fässer Rosinen wiegen Btto 7 384 ℔. Wie gross ist das Nettogewicht bei 16 % Tara?

Erkl. 70. Ausrechnung:

$$100 \text{ —— } 84$$
$$1 \text{ —— } \frac{84}{100}$$
$$7384 \text{ —— } \frac{84 \cdot 7384}{100}$$

Auflösung vermittelst Ansatzes:
100 kg Btto sind 84 kg Ntto
7 384 kg „ „ x kg „
Es folgt (siehe Erkl. 70):

$$x = \frac{7384 \cdot 84}{100} \text{ kg} = 6202{,}56 \text{ kg}$$

Aufgabe 222. Ein Kaufmann empfing für 8 760 ℳ in fremden Kassenscheinen, die er nur mit 3 % Verlust wieder loswerden konnte. Wieviel erhielt er dafür in Kourant (siehe Erkl. 71)?

Erkl. 71. Das Kourantgeld ist die eigentliche Zahlungsmünze eines Landes, bei uns bilden es die Goldmünzen (siehe Olbricht, Lehrbuch des bürgerlichen und kaufmännischen Rechnens, III. Teil).

Auflösung vermittelst Berechnung der Prozente:
Auf 100 ℳ in Kassenscheinen kommen 3 ℳ Verlust
Auf 8 760 ℳ in Kassenscheinen kommen x ℳ Verlust.

Es ist x = 87,60 ℳ · 3 = 262,80 ℳ

Er verlor 262,80 ℳ, bekam also in Kourant 8 497,20 ℳ

Aufgabe 223. Von einer Rechnung im Betrage von 68,70 fs sind $2\frac{2}{3}$ % Skonto in Abrechnung zu bringen. Wieviel bleibt zu bezahlen?

Auflösung nach Formel 4). Rechnungsbetrag: 68.70 fs.

Erkl. 72. $\frac{2}{3}$ % findet man aus 2 % durch Division mit 3, da $\frac{2}{3}$ der 3. Teil von 2 ist.

Hiervon 2 % sind	1,374 fs
und $\frac{2}{3}$ % sind (siehe Erkl. 72)	0,458 fs
bleibt zu bezahlen:	66,87 fs

Aufgabe 224. Wie gross ist der Reinertrag eines Verkaufs von £ 488·14·8, wenn die Spesen $5\frac{3}{4}$ % betragen?

Erkl. 73. £ werden in sh verwandelt durch Multiplikation mit 20 und sh in d durch Multiplikation mit 12.

0,06 £·20 = 1,2 sh
+ 0,805 sh
2 sh . . . . 2,005 sh | 0,005 sh·12
0,06 d
+ 0,46 d
1 d . . . . 0,52 d

Auflösung. Es ist von £ 488·14·8 $5\frac{3}{4}$ % zu berechnen:

1 % = £ 4,88·0,14·0,08
5 % = £ 24,40·0,70·0,40
$\frac{1}{2}$ % = $\frac{2}{4}$ % = £ 2,44·0,07·0,04
$\frac{1}{4}$ % = £ 1,22·0,035·0,02
$5\frac{3}{4}$ % = £ 28,06·0,805·0,46

Nach Verwandlung der Bruchteile in die niederen Sorten findet man £ 28·2·1 (siehe Erkl. 73). Also ist der Reinertrag:

£ 488·14·8 — £ 28·2·1 = £ 460·12·7

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 225. Beim Empfange wog eine Ware 8 800 kg; sie verlor aber auf dem Lager durch Eintrocknen $\frac{1}{4}$ %. Wieviel wiegt sie jetzt?

Aufgabe 226. Eine Ware wiegt B$^{\underline{tto}}$ 780 kg; die Tara wird zu 10 % angenommen. Wie gross ist das Nettogewicht?

Aufgabe 227. Für eine Ware, die 750 ℳ kostete, waren 4 % Zoll zu zahlen. Wie hoch kam die Ware zu stehen?

Aufgabe 228. Wie hoch kommt eine Ware mit 2 % Steuer, wenn der Fakturenwert 420 ℳ ist?

Aufgabe 229. Der Preis einer Ware, von der 100 kg 1 800 ℳ kosteten, erhöhte sich um 5 ‰. Wieviel waren nun für 100 kg zu zahlen?

Aufgabe 230. Ein Verlagsbuchhändler gewährte einem Sortimentsbuchhändler auf eine Rechnung von 164 ℳ 25 % Rabatt. Wieviel war zu zahlen?

Aufgabe 231. Eine Ware, die mit 57 ℳ eingekauft war, soll mit $33\frac{1}{3}$ % Gewinn verkauft werden. Wie hoch stellt sich der Verkaufspreis?

Aufgabe 232. Eine Ware im Werte von 344,80 ℳ wurde durch Feuer beschädigt und verlor 50 % ihres Wertes. Wieviel löste man aus dem Verkaufe derselben?

Aufgabe 233. An einer Konkursmasse verlor ein Gläubiger 45 % seiner Forderung von 4536 fs. Wieviel empfing er?

Aufgabe 234. Eine Stadt hatte 120000 Einwohner. Sie vermehrte sich um $3\frac{3}{4}$ %. Wieviel Einwohner zählte sie nunmehr?

Aufgabe 235. Zu einer Einkaufsrechnung von 374,80 ℳ kamen $8\frac{1}{3}$ % Kommission und Delcredere hinzu. Wie hoch belief sie sich dann?

Aufgabe 236. M kaufte sich für 9673 £ in Gold Kassenscheine und erhielt 4 % Agio. Für wieviel Lire Kassenscheine bekam er?

Aufgabe 237. Wieviel beträgt eine Einkaufsrechnung von 6523,50 fl ö mit $1\frac{1}{2}$ % Kommission und 6 % Spesen?

Aufgabe 238. In einer Schlacht erlitt ein Heer von 21800 Mann 8 % Verlust. Wieviel Soldaten kehrten aus der Schlacht zurück?

Aufgabe 239. Von einer Rechnung, deren Betrag auf 943,28 Rb lautete, wurden $4\frac{1}{2}$ % Skonto abgezogen. Wieviel war zu zahlen?

Aufgabe 240. Durch Lagern in feuchtem Raume nahm eine Ware von 24780 kg $3\frac{1}{2}$ ‰ an Gewicht zu. Wieviel wog sie nun?

Aufgabe 241. Durch glückliche Spekulation vermehrte N sein Vermögen von 32750 ℳ um 5 %. Wieviel besass er nun?

Aufgabe 242. Er wagte nunmehr die Hälfte seines Besitzes bei einem zweifelhaften Unternehmen und verlor dabei 3,64 %. Wieviel besass er danach im ganzen?

Aufgabe 243. Von einer Rechnung von 3215,25 $ wurden $1\frac{1}{4}$ % Diskont gekürzt und zum Reste $2\frac{1}{5}$ % des Rechnungsbetrages Kommission hinzugefügt. Wieviel ist zu bezahlen?

Aufgabe 244. An einer Rechnung von £ 273 · 5 · 7 wurden $6\frac{7}{8}$ % wegen zu geringer Beschaffenheit der Ware abgezogen. Wieviel bezahlte man?

---

2) Ueber die Berechnung des vermehrten oder verminderten Betrages (B_+ oder B_-) aus dem Prozentfusse (p) und dem Prozentwerte (W).

Frage 24. Wie findet man a) den vermehrten und b) den verminderten Betrag aus dem Prozenfuss (p) und dem Prozentwert (W)?

Erkl. 74. Multipliziert man in den Formeln 5) und 6) den Zähler mit W und dividiert durch p, so ergiebt sich:

Antwort. Man hat auszugehen vom Bds.: Auf p kommt als vermehrter Betrag 100 + p
u. d. Fgs.: Auf W kommt als vermehrter Betrag x.

$$B_{\pm} = \frac{100\,W \pm p\,W}{p}$$

$$5) \text{ und } 6b) = \frac{100\,W}{p} \pm W$$

Nun ist aber $\frac{100\,W}{p}$ der reine Betrag (siehe Frage 19); also ergiebt sich der zweite Teil nebenstehender Regel. Dieser ist vielfach für die Ausrechnung bequemer als der erste Teil.

Die Formeln für p ‰ lauten:

$$5b) \ldots B_+ = \frac{(1000 + p)W}{p} = \frac{1000\,W}{p} + W$$

$$6b) \ldots B_- = \frac{(1000 - p)W}{p} = \frac{1000\,W}{p} - W$$

Hieraus findet man durch den Einheitsschluss:

$$5) \ldots x = B_+ = \frac{(100 + p) \cdot W}{p}$$

In ähnlicher Weise erhält man für den verminderten Betrag:

$$6) \ldots x = B_- = \frac{(100 - p) \cdot W}{p}$$

Den vermehrten oder verminderten Betrag berechnet man aus dem Prozentfusse und den Prozenten, indem man letztere mit 100, vermehrt oder vermindert um den Prozentfuss, multipliziert und das Produkt durch den Prozentfuss dividiert. Man kann aber auch den reinen Betrag berechnen und ihn um die Prozente vermehren oder vermindern (siehe Erkl. 74).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 245. Die Einkaufskurtage für eine Tratte (siehe Erkl. 75) war zu $1\frac{1}{2}$ % 25,10 ℳ. Wieviel war für sie zu zahlen?

Erkl. 75. Eine Tratte oder ein gezogener Wechsel wird ausgestellt, wenn man einen andern, namentlich einen auswärts Wohnenden in der durch das Wechselgesetz und den Gebrauch festgesetzten Form beauftragt, eine gewisse Geldsumme an einem bestimmten Tage an eine im Wechsel genannte Person zu bezahlen oder bezahlen zu lassen.

Auflösung vermittelst Ansatzes. Zu zahlen ist der Betrag für die Tratte und die Kurtage, es ist also ein vermehrter Betrag zu finden. $1\frac{1}{2}$ % Kurtage heisst:

Tratte	Kurtage	Tratte + Kurtage
100 ℳ	$1\frac{1}{2}$ ℳ	$101\frac{1}{2}$ ℳ
Die Frage ist:	25,10 ℳ	x ℳ.

Durch den Einheitsschluss findet man:

$$x = \frac{25{,}10 \cdot 203 \cdot 2}{2 \cdot 3} \text{ ℳ} = 1698{,}43 \text{ ℳ}$$

Für die Tratte waren im ganzen 1698,43 ℳ zu zahlen.

Aufgabe 246. Der Kurs (siehe Erkl. 76) eines Wertpapieres stieg um 0,839 %, wodurch es um 70 ₰ teurer wurde. Wieviel hatte man für dasselbe zu zahlen?

Erkl. 76. Kurs vom franz. cours der Lauf, Umlauf bedeutet den Preis derjenigen Gegenstände, mit denen der Bankier handelt, also der Wechsel, Staatspapiere, Münzsorten, Aktien und dergleichen.

Auflösung vermittelst Berechnung des reinen Betrages. Ansatz:

Auf 100 ℳ kommen 0,839 ℳ
„ x ℳ „ 0,70 ℳ

Es ist $x = 70 : 0{,}839 = 83{,}43 \cdots$

Der Kurs war also früher 83,43 ℳ, er stieg um 70 ₰, ist also jetzt 84,13 ℳ.

Aufgabe 247. Durch Einführung neuer Maschinen erhöhte sich die Produktionsfähigkeit (siehe Erkl. 77) einer Fabrik um 18 %. Sie konnte 594 Gross mehr liefern als früher. Wieviel Gross lieferte sie jetzt?

Erkl. 77. Produktionsfähigkeit (vom lat. producere, hervorbringen) bedeutet die Menge, die durch eine Einrichtung, Maschine und dergl. hervorgebracht wird.

Auflösung vermittelst der Formel 5). Man hat in Formel 5) einzusetzen $p = 18$ und $W = 594$ und erhält dadurch:

$$x = \frac{(100 + 18) \cdot 594}{18} = 3894$$

Die Fabrik lieferte jetzt 3300 Gross.

Aufgabe 248. Durch Feuchtigkeit nahm das Gewicht eines Ballens Ware um 5 %, nämlich um 3,500 kg zu. Wie schwer war er nun?

Auflösung vermittelst der Formel 5b). Man setzt ein $W = 3{,}5$ $p = 5$ und erhält:

$$W_+ = \frac{100 \cdot 3{,}5}{5} + 3{,}5 = 73{,}5$$

Der Ballen wog 73,500 kg.

Aufgabe 249. Eine Menge feinen Silbers (siehe Erkl. 78) wurde mit 0,372 kg Kupfer verschmolzen. Der Zusatz betrug 110 ‰ der Legierung. Wieviel fein Silber war darin?

Erkl. 78. Feines Metall, insbesondere Gold oder Silber, bedeutet soviel als reines Metall; das Metall ohne jeden Zusatz. Da jedoch ganz reines Gold oder Silber nur sehr selten in den Handel kommt und nie verarbeitet wird, so giebt man, einem Gesetz zufolge, das feine Metall einer Legierung nach Tausendteilen derselben, also nach einem Promillefuss an.

Auflösung vermittelst Ansatzes. Das feine Silber ist Legierung weniger Zusatz, also wird der verminderte Wert gesucht. 110 ‰ Zusatz bedeutet:

	Legierung	Zusatz	fein Silber
	1000 kg	110 kg	890 kg
Fragesatz:		0,372 kg	x kg

Durch den Einheitsschluss findet man:

$$x = \frac{0{,}372 \cdot 890}{110} \text{ kg} = 3{,}010 \text{ kg}$$

die Legierung enthielt 3,010 kg fein Silber.

Aufgabe 250. Ein Makler berechnete für den Verkauf von Effekten (siehe Erkl. 79) $1\frac{1}{3}$ % Provision und zwar 25,80 ℳ. Wieviel erhielt sein Auftraggeber zurück?

Erkl. 79. Effekten nennt man im allgemeinen alle beweglichen Güter, welche jemand besitzt; in der kaufmännischen Sprache aber versteht man besonders die Staatspapiere, Aktien, Obligationen, Prioritäten etc. darunter.

Auflösung durch Aufsuchen des reinen Wertes vermittelst Ansatzes. $1\frac{1}{3}$ % Provision heisst:

$1\frac{1}{3}$ ℳ Prov. kommt auf 100 ℳ Verk.

Fgs.: 25,80 ℳ " " " x ℳ "

Es ergiebt sich $x = \frac{25{,}8 \cdot 100 \cdot 3}{4}$ ℳ = 1935 ℳ

Der Auftraggeber erhielt zurück:

1935 ℳ — 25,80 ℳ = 1909,20 ℳ

Aufgabe 251. Für contante Zahlung (siehe Erkl. 80) waren $2\frac{2}{3}$ % Diskont gewährt und demzufolge 43,58 fs abgezogen worden. Wie gross war die Barzahlung?

Auflösung vermittelst der Formel 6). In diesem Falle ist $W = 43{,}58$ fs und $p = 2\frac{2}{3}$. Die Formel 6) wird somit:

Erkl. 80. Contant oder Comptant (französisch) heisst Bares, contante Zahlung also Barzahlung und per comptant oder per contant gegen Barzahlung oder bei Barzahlung.

$$B_- = \frac{\left(100 - 2\frac{2}{3}\right)\cdot 43{,}58}{2\frac{2}{3}} \text{ fs} = \frac{292\cdot 43{,}58}{8} \text{ fs}$$

$$= 1590{,}67 \text{ fs}$$

Die Barzahlung ist 1590,67 fs

Aufgabe 252. Dem Reservefonds (siehe Erkl. 81) einer Aktiengesellschaft wurden $12\frac{1}{2}$ % des Reingewinns, nämlich 12840 ℳ überwiesen. Wieviel gelangte an die Aktionäre zur Verteilung?

Erkl. 81. Nach dem Gesetze über Aktienunternehmungen ist von dem Reingewinn ein Teil zurückzulegen und damit ein Reservefonds zu bilden, der in besonderen Lagen als Rückhalt dient.

Auflösung. Das zur Verteilung Gelangende ist der Reingewinn vermindert um 12840 ℳ, also ein verminderter Betrag. Da nun $12\frac{1}{2}$ % der 8. Teil des reinen und der 7. Teil des verminderten Betrages ist (siehe Erkl. 38), so ist der verminderte Betrag das 7-fache von 12840 ℳ, also ist 89880 ℳ die Dividende.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 253. Der buchhändlerische Rabatt auf ein Kunstwerk betrug zu 20 % 10,50 ℳ. Wieviel war dafür zu zahlen?

Aufgabe 254. Wieviel wurde für eine Ware bezahlt, wenn 4 % Diskont bewilligt worden waren, und der Abzug von der Rechnung 37 ℳ betrug?

Aufgabe 255. Ein Beamter empfing eine Gehaltszulage von 10 % und stand sich dadurch um 280 ℳ besser als früher. Wieviel Gehalt bezog er nun?

Aufgabe 256. An einer Ware sollen bei $16\frac{2}{3}$ % Gewinn 112 fs gewonnen werden. Wie teuer muss sie verkauft werden?

Aufgabe 257. Zoll und Spesen betrugen 120 ℳ und erhöhten den Einkaufspreis um 6 %. Wieviel war im ganzen zu zahlen?

Aufgabe 258. Vom Reingewinn eines Aktienunternehmens wurden 25 % und zwar 20800 ℳ für Abschreibungen und den Reservefonds abgezogen. Wieviel kam an die Aktionäre zur Verteilung?

Aufgabe 259. Wie gross ist das Nettogewicht einer Ware, wenn die Tara zu $6\frac{2}{3}$ % 26 kg beträgt?

Aufgabe 260. Für Fracht wurden zu $3\frac{1}{3}$ % 29 ℳ bezahlt. Welchen Wert hatte die Ware nach Empfang?

Aufgabe 261. Durch Spekulation gewann N 371,93 ℳ; es waren dies 4 % seines vorhergehenden Vermögens. Wieviel hatte er nunmehr?

Aufgabe 262. Im Jahre 1891 wurden von einem Artikel $2\frac{1}{2}$ % und zwar 6 689,500 kg mehr als 1890 eingeführt. Wie gross war die Einfuhr des Artikels 1891?

Aufgabe 263. Ein Makler berechnete für den Ankauf von Wertpapieren $1\frac{1}{4}$ ‰ Kurtage mit 31,74 fs. Ueber welche Summe lautete seine Rechnung?

Aufgabe 264. Für Barzahlung wurden zu $3\frac{1}{4}$ % 2 566,34 ℳ Diskont abgezogen. Wieviel bezahlte man?

Aufgabe 265. Eine Goldlegierung enthielt $12\frac{1}{2}$ % Zusatz an Kupfer und zwar 3,373 kg. Wieviel Gold war darin?

Aufgabe 266. Von einer Ware trockneten $1\frac{1}{4}$ ‰ ein, so dass sie 7,308 kg an Gewicht verlor. Wie schwer war sie nunmehr?

Aufgabe 267. Eine Ware wurde um $5\frac{1}{2}$ %, d. h. um 153,12 $ teurer. Wieviel kostete sie nun?

Aufgabe 268. Ein Grundstück lieferte 114,51 ℳ mehr Ertrag als früher. Dadurch erhöhte sich sein Wert um 1,75 %. Wieviel war es jetzt wert?

Aufgabe 269. Wie gross war der Reinertrag eines Verkaufs, wenn die zu $2\frac{2}{3}$ % berechneten Verkaufsspesen 14,89 Cor betrugen?

Aufgabe 270. Die Einwohnerzahl einer Stadt hatte sich um $1\frac{1}{2}$ % vermehrt und zählte 491 Köpfe mehr als vorher. Wieviel Einwohner hatte die Stadt nun?

Aufgabe 271. Eine Ware wurde um $3\frac{5}{6}$ %, d. h. um 2 602,45 Rb billiger. Wieviel kostete sie dann?

Aufgabe 272. Die Verkaufskurtage für eine Tratte war zu 2 sh % (siehe Erkl. 18) 6 sh 3 d. Wie gross war der Erlös?

E. Ueber die Berechnung des Prozent- und Promillefusses (p).

1) Ueber die Berechnung des Prozentfusses (p) aus dem Prozentwerte (W) und dem reinen oder veränderten Betrage.

Frage 25. Wieviel Fälle sind bei Berechnung des Prozentfusses zu unterscheiden und in welchem Zusammenhange stehen dieselben?

Antwort. Zur Berechnung des Prozentfusses müssen zwei der drei Grössen, reiner Betrag (B), Prozentwert (W) und vermehrter oder verminderter Betrag (B±) gegeben sein. Also hat man zur

Erkl. 82. Zwischen den 3 Grössen B, W und B_+ einerseits und B, W und B_- andererseits bestehen gemäss ihrer Bedeutung die Gleichungen:

$$\begin{cases} B_+ = B + W \\ B = B_+ - W \\ W = B_+ - B \end{cases},$$

$$\begin{cases} B_- = B - W \\ B = B_- + W \\ W = B - B_- \end{cases}$$

Berechnung von p die 3 Fälle zu unterscheiden:

1) gegeben B und W
2) „ B „ $B_\pm$
3) „ W „ $B_\pm$

Da sich aber einerseits W aus B und $B_\pm$, andererseits B aus W und $B_\pm$ berechnen lassen (siehe Erkl. 82), so sind alle 3 Aufgaben zugleich mit der ersten erledigt.

Frage 26. Wie findet man den Prozentfuss aus dem Prozentwerte und dem reinen Betrage?

Antwort. Hier ist der Bedingungssatz:

Zum Betrage B gehört W
u. d. Fgs.: „ „ 100 „ x.

Ausrechnung:

Zum Betrage B gehört W
„ „ 1 „ $\frac{W}{B}$
„ „ 100 „ $\frac{W \cdot 100}{B}$

Folglich ist:

$$1) \ldots x = p = \frac{W \cdot 100}{B} \text{ (siehe Erkl. 83).}$$

Unter Benutzung der in Erkl. 82 angegebenen Gleichungen findet man, falls gegeben sind B und $B_\pm$:

$$2) \ldots p = \frac{(B_+ - B) \cdot 100}{B}$$

$$3) \ldots p = \frac{(B - B_-) \cdot 100}{B}$$

und falls gegeben sind W und $B_\pm$:

$$4) \ldots p = \frac{W \cdot 100}{B_+ - W}$$

$$5) \ldots p = \frac{W \cdot 100}{B_- + W}$$

Man hat sich somit zu merken:

Der Prozentfuss ist gleich dem 100-fachen Prozentwert dividiert durch den reinen Betrag.

Der Promillefuss ist gleich dem 1000-fachen Promillewerte dividiert durch den reinen Betrag.

Erkl. 83. Es mag hierbei darauf aufmerksam gemacht werden, dass der Prozentfuss (p) eine Verhältniszahl ist und als solche an sich unbenannt ist. Er erhält erst im Erklärungssatze seine Benennung. Demnach ist p auch in allen bisher abgeleiteten Formeln eine reine Zahl. Die nach den vorhergehenden Formeln berechneten Grössen erhalten somit jedesmal die Benennung der im Zähler vorkommenden Grösse.

Hier aber bei Formel 1) und ebenso bei 2) bis 5) enthalten Zänler und Nenner (Dividend und Divisor) gleichbenannte Zahlen (B und W). Ihr Quotient ist also nach den Regeln über das Rechnen mit benannten Zahlen eine reine oder unbenannte Zahl, wie ja auch verlangt werden muss. Prozent darf man dabei nicht als eine Benennung auffassen, sondern nur als eine Bezeichnung des gerade in Betracht kommenden Verhältnisses, dessen eine Zahl 100 ist.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 273. Auf eine Aktie (siehe Erkl. 84) von 850 ℳ wurden 65 ℳ Dividende gewährt. Wieviel Prozent waren das?

Auflösung vermittelst Ansatzes:

Auf 850 ℳ kommen 65 ℳ
„ 100 ℳ „ x ℳ

Erkl. 84. Aktie nennt man die Summe, bezw. das Schriftstück darüber, mit der sich jemand an dem Unternehmen einer Aktiengesellschaft beteiligt.

Nach dem Einheitsschlusse findet man:

$$x = \frac{100 \cdot 65}{850} \,\% = 7{,}647 \cdots \%$$

Die Dividende betrug 7,647 %.

Aufgabe 274. Ein zahlungsunfähiger Schuldner akkordierte (siehe Erkl. 85) mit seinen Gläubigern, ihnen 27 650 ℳ für ihre Forderung von 35 800 ℳ zu zahlen. Wieviel Prozent seiner Schuld bezahlte er?

Erkl. 85. Akkordieren oder einen Akkord abschliessen bedeutet überhaupt einen Vergleich oder ein Uebereinkommen, am häufigsten ein solches, durch welches Gläubiger dem zahlungsunfähigen Schuldner einen Teil der Schuld erlassen.

Auflösung durch die Formel 1). Man hat in diese Formel einzusetzen W = 27 650 und B = 35 800. Dadurch erhält man:

$$x = \frac{27650 \cdot 100}{35800} \,\% = 77{,}23 \cdots \%.$$

Der Schuldner bezahlte 77,23 %.

Aufgabe 275. Ein Bankier (s. Erkl. 86) berechnet für den Ankauf von 8 500 ℳ Staatspapieren 12,75 ℳ Provision. Wieviel Promille Provision hatte er gerechnet?

Erkl. 86. Bankier ist ein Kaufmann, der sich mit dem Ein- und Verkauf von Geldsorten, Wechseln, Staatspapieren, Aktien etc. mit der Annahme von Geldern gegen Verzinsung mit Vorschusserteilung und dergl. beschäftigt.

Auflösung. Die Formel zur Berechnung des Promillefusses ist:

$$x = \frac{W \cdot 1000}{B},$$

hierin W = 12,75 und B = 8 500 gesetzt, ergiebt:

$$x = \frac{12{,}75 \cdot 1000}{8500} \,‰ = 1\frac{1}{2} \,‰.$$

Die Provision beträgt $1\frac{1}{2}$ ‰.

Aufgabe 276. Ein Posten Ware kostete 385,60 ℳ und kam mit der Auktionsgebühr (siehe Erkl. 87) auf 397,17 ℳ zu stehen. Wieviel Prozent Auktionskosten waren entstanden?

Erkl. 87. Auktion oder Versteigerung nennt man den öffentlichen Verkauf von Grundstücken oder beweglichen Gegenständen an den Meistbietenden.

Auflösung. Hier ist der vermehrte und der reine Betrag gegeben. Daraus ist zunächst der Prozentwert zu finden:

397,17 ℳ — 385,60 ℳ = 11,57 ℳ

Nun gilt:

auf 385,60 ℳ kommen 11,57 ℳ Kosten,
„ 100 ℳ „ x ℳ „

woraus folgt:

$$x = \frac{11{,}57 \cdot 100}{385{,}6} \,\% = 8 \,\%.$$

Aufgabe 277. Der Export (s. Erkl. 88) einer Ware betrug im Jahre 1890 5 318 412 kg und 1891 5 839 789 kg. Um wieviel Prozent hatte er zugenommen?

Erkl. 88. Export heisst Ausfuhr. Der Export einer Ware ist somit diejenige Warenmenge, welche ein Land ausgeführt hat. Das Gegenteil davon ist Import, Einfuhr. Die

Auflösung nach Formel 2). Man hat in diese Formel zu setzen:

$B_+ = 5\,839\,789$ und $B = 5\,318\,412$

wodurch man erhält:

$$x = \frac{(5839789 - 5318412) \cdot 100}{5318412} \,\%.$$

Zusammenstellung des Exportes und Importes eines Landes giebt eine Uebersicht über den Handel, den das Land mit den Aussenländern getrieben hat.

Ausrechnung:

$$\begin{array}{r} 5839789 \\ -5318412 \\ \hline 521377 \cdot 100 : 5318412 = 9{,}8032\,\% \end{array}$$

Die Zunahme betrug 9,8 %.

Aufgabe 278. 364 g Billon (s. Erkl. 89) enthalten 200,2 g Zusatz. Wieviel Promille fein Silber ist darin?

Erkl. 89. Billon ist eine Silber- und Kupferlegierung, deren Silbergehalt geringer ist als ihr Kupfergehalt, insbesondere wenn sie zu Silberscheidemünzen verarbeitet wird. Ferner pflegt man auch die zu geringhaltigen, zum Einschmelzen bestimmten Geldstücke, wie auch die schon eingeschmolzene Masse derselben Billon zu nennen.

Auflösung. 200,2 g ist der verminderte Betrag. Man findet den Promillewert hieraus, indem man ihn von 364 g abzieht. Die Differenz ist 163,8 g. Nunmehr hat man den Ansatz:

Auf 364 g Mischung kommen 163,8 g f. S.
„ 1000 g „ „ x g f. S.

Hieraus folgt:

$$x = \frac{163{,}8 \cdot 1000}{364}\,‰ = 450\,‰.$$

Die Mischung ist 450 ‰ fein.

Aufgabe 279. Der Ladenpreis eines Buches ist 52,80 *M*; der Nettopreis 34,32 *M* Wieviel Prozent Rabatt wurden gewährt?

Erkl. 90. Der Ladenpreis ist der reine Betrag, von welchem die Prozente gerechnet wurden. Der Nettopreis ist der verminderte Betrag, der sich nach Abzug des Rabatts vom Ladenpreise ergab.

Auflösung mit Hilfe der Formel 3). Man setze ein:

$$B = 52{,}8 \text{ und } B_{-} = 34{,}32.$$

Dies giebt:

$$x = \frac{(52{,}8 - 34{,}32) \cdot 100}{52{,}8}\,\% = \frac{1848}{52{,}8}\,\%.$$

Der Rabatt betrug 35 % (siehe Erkl. 90).

Aufgabe 280. Ein Detaillist (s. Erkl. 91) verkaufte eine Ware zu 35,50 *M* und gewann davon 7,10 *M* Wieviel Prozent betrug der Gewinn?

Erkl. 91. Detaillist oder Kleinhändler ist ein Kaufmann, der die Waren von den Grosshändlern (siehe Erkl. 94) oder Produzenten kauft und im Einzelnen, in jeder verlangten kleinen Menge, an die Verbraucher der Waren (Konsumenten) verkauft.

Auflösung. Da der Gewinn vom Einkaufspreise berechnet wird, so ist erst dieser zu ermitteln. Er ist:

35,50 *M* — 7,10 *M* = 28,40 *M*

Ansatz: Auf 28,40 *M* kommen 7,10 *M* G.
„ 100 *M* „ x *M* G.

Es ist $x = 710 : 28{,}4 = 25$.

Der Detaillist hatte 25 % Gewinn.

Aufgabe 281. Eine Ware kostete ab Hamburg (siehe Erkl. 92) 3587,16 *M* Die im Preise eingeschlossene Kommission beträgt 7,16 *M* Wieviel Promille Kommission werden berechnet?

Erkl. 92. Ab einem Platze verkaufen heisst die Ware an dem genannten Platze liefern, von wo ab der Käufer Gefahr und Kosten bis zum Bestimmungsorte allein zu tragen hat.

Auflösung nach der Formel 4), in welche einzusetzen ist $B_{+} = 3587{,}16$ und $W = 7{,}16$ *M* und 1000 für 100. Man findet:

$$x = \frac{7{,}16 \cdot 1000}{3587{,}16 - 7{,}16}\,‰ = \frac{7160}{3580}\,‰.$$

Die Kommission beträgt 2 ‰.

Aufgabe 282. Ein Kollo (siehe Erkl. 93) enthielt netto 318 kg. Die Tara betrug 12 kg. Wieviel Prozent Tara sind dies?

Erkl. 93. Kollo (Plural Kolli) ist ein Frachtstück: Fass, Pack, Gebinde, Ballen, Kiste, Sack, Korb etc.

Auflösung. Die Tara ist vom Bruttogewicht zu berechnen; dieses ist:

$$318 \text{ kg} + 12 \text{ kg} = 330 \text{ kg}$$

Ansatz: Auf 330 kg kommen 12 kg Tara
„ 100 „ „ x kg „

Es ist $x = 1200:330 = 3\frac{7}{11}$.

Die Tara ist $3\frac{7}{11}$ %.

Aufgabe 283. Ein Grossist (s. Erkl. 94) gewährte auf einen Posten Ware 118,38 ℳ Rabatt und erhielt 868,12 ℳ Wieviel Prozent Rabatt gab er?

Erkl. 94. Grossist oder Engroshändler ist derjenige Kaufmann, welcher Waren nur in grösseren Mengen und meist in der Verpackung, in welcher sie aus den Erzeugungsländern gekommen sind, kauft und verkauft.

Auflösung nach Formel 5). Gegeben sind $B_- = 868,12$; $W = 118,38$. Die Formel ergiebt:

$$x = \frac{118,38 \cdot 100}{868,12 + 118,38} \,\% = \frac{11838}{986,5} \,\%.$$

Er gab 12 % Rabatt.

Aufgabe 284. Von einer Ware trockneten $\frac{2}{25}$ ein. Wieviel Prozent waren dies?

Erkl. 95. Die Angabe des Teiles, der genommen werden soll, ist das französische au denier (siehe Erkl. 18). Ungelöste Aufgaben, die ähnlich zu rechnen sind, sind die No. 293, 294, 308, 309.

Auflösung. Aus dem Ansatze:

Auf 1 kommen $\frac{2}{25}$
„ 100 „ x

findet man $x = \frac{100 \cdot 2}{25} = 8$ %.

Man hat also den gegebenen Bruchteil mit 100 zu multiplizieren, um den Prozentfuss zu finden (siehe Erkl. 95).

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 285. Mit 350 ℳ verdiente sich jemand 35 ℳ Wieviel Prozent waren das?

Aufgabe 286. Auf einen Posten von 448 ℳ kamen 112 ℳ Spesen. Wieviel Prozent Spesen sind dies?

Aufgabe 287. Eine Ware, die früher 4 200 ℳ gekostet hatte, kam jetzt 4 263 ℳ zu stehen. Um wieviel Prozent ist sie teurer geworden?

Aufgabe 288. Ein Bankier verkaufte für 4 012 ℳ Staatspapiere und hatte dabei 12 ℳ Kurtage gerechnet. Wieviel sind das Promille?

Aufgabe 289. Ein Verkauf von 88 ℳ brachte einen Reinertrag von 77 ℳ Wieviel Prozent betrugen die Unkosten?

Aufgabe 290. An einer Ware, die mit 48 ℳ verkauft wurde, gewann man 3 ℳ Wieviel Prozent beträgt der Gewinn?

Aufgabe 291. Eine Ware wog 72 kg, nachdem sie durch Eintrocknen 3 kg verloren hatte. Wieviel Prozent trockneten ein?

Aufgabe 292. Auf eine Rechnung wurden 1,50 ℳ Diskont gewährt und 73,50 ℳ bezahlt. Wieviel Prozent Diskont hatte man gerechnet?

Aufgabe 293. Die Auktionskosten betrugen $\frac{1}{60}$ vom Werte der Ware. Wieviel Prozent sind dies?

Aufgabe 294. Eine Konkursmasse lieferte $\frac{7}{8}$ der Forderung Dividende. Wieviel Prozent gab sie?

Aufgabe 295. Der Jahresabschluss eines Aktienunternehmens gab 627580 ℳ Reingewinn, von welchem der Direktor 3137,90 ℳ Tantieme erhielt. Wieviel Prozent Tantieme waren gerechnet worden?

Aufgabe 296. Ein Hausgrundstück, dessen Wert 225000 ℳ ist, bringt 14625 ℳ Ertrag. Wieviel Prozent sind dies?

Aufgabe 297. Ein Kaufmann, der bei der Steuerabschätzung sein Vermögen zu 3450 ℳ angegeben hatte, wurde mit 3680 ℳ abgeschätzt. Um wieviel Prozent war dies höher als die Selbstabschätzung?

Aufgabe 298. Ein Kommissionär schrieb nach Abzug von 80,45 fs Kommission und Delcredere seinem Auftraggeber 3137,55 fs gut. Wieviel Prozent Spesen hatte er berechnet?

Aufgabe 299. Eine Ware kostet mit 74 ℳ Unkosten zusammen 1028,84 fl h. Wieviel Prozent betragen die Unkosten?

Aufgabe 300. Die Utensilien einer Fabrik waren zu Beginn des Jahres mit 26585 ℳ eingestellt worden. Beim Jahresabschlusse schrieb man dafür 22331,40 ℳ Wieviel Prozent Abnutzung waren gerechnet worden?

Aufgabe 301. Jemand versichert sein Mobiliar mit 18650 ℳ gegen Feuersgefahr und zahlt 55,95 ℳ Prämie. Wieviel Promille sind dies?

Aufgabe 302. Für 3400 ℳ in Aktien erhält man 3493,50 ℳ bar. Wieviel Prozent Gewinn ergiebt der Verkauf?

Aufgabe 303. Bei einem Posten Ware betrug die Tara 138,93 Ztr. und das Nettogewicht 2176,57 Ztr. Zu wieviel Prozent war die Tara gerechnet worden?

Aufgabe 304. Beim Einkauf eines Wechsels wurden einschliesslich 130,47 £ Provision und Kurtage 78410 £ bezahlt. Wieviel Promille Provision und Kurtage hatte man zu zahlen?

Aufgabe 305. 1 ℔ Kaffee wird im Engroshandel mit 72 ₰ bezahlt. 1 Ztr. kostet 20 ℳ Steuer. Wieviel Prozent beträgt die Steuer vom Werte der Ware?

Aufgabe 306. Statt 325,60 ℳ bezahlt jemand nur 276,76 ℳ. Wieviel Prozent hatte er abgezogen?

Aufgabe 307. Für einen Posten Ware wurden nach Abzug von £ 8·—·7 Diskont £ 238·12·1 bezahlt. Wieviel Prozent Diskont waren bewilligt worden?

Aufgabe 308. Ein Makler hat für den Verkauf von Wechseln $\frac{3}{160}$ des Betrages als Kurtage erhalten. Wieviel Prozent sind dies?

Aufgabe 309. Ein Kaufmann hat seinem Kommissionär $\frac{2}{75}$ seines Gewinnes als Provision abgeben müssen. Wieviel Prozent sind dies?

---

2) Ueber die Verwandlung des Prozentfusses in den Promillefuss und des Prozentfusses auf oder im Hundert in den Prozentfuss vom Hundert und umgekehrt.

Frage 27. Wie verwandelt man den Prozentfuss in den Promillefuss und umgekehrt?

Antwort. Da 1000 das Zehnfache von 100 ist, so kommt auf 1000 auch das Zehnfache von dem, was auf 100 kommt und auf 100 der 10. Teil von dem, was auf 1000 kommt. Daher hat man die Regel: Der Promillefuss ist das Zehnfache des Prozentfusses, und der Prozentfuss ist der zehnte Teil des Promillefusses (siehe Erkl. 96).

Erkl. 96. Es kommt in der Praxis häufig vor, dass von einer Zahl Prozente und Promille zu nehmen sind. Zieht man mit Hilfe beistehender Regel die Füsse zusammen, so vereinfacht sich die Rechnung, z. B. ist 2 % = 20 ‰, also 2 % und 5 ‰ = 25 ‰ (siehe Aufgabe 311).

Frage 28. Wieviel Prozent vom Hundert sind:

a) p % auf Hundert,
b) p % im Hundert?

Antwort. a) p % auf Hundert heisst: Auf 100 + p kommen p. x % vom Hundert heisst: Auf 100 kommen x. Folglich hat man den

Ansatz: 100 + p — p
100 — x,

woraus sich für x ergiebt:

$$6) \ldots x = \frac{p \cdot 100}{100 + p}$$

d. h. p % auf Hundert $= \frac{p \cdot 100}{100 + p}$ % vom Hundert.

b) Für p % im Hundert lautet der

Ansatz: 100 — p — p
100 — x.

Man findet:

$$7) \ldots x = \frac{p \cdot 100}{100 - p}$$

d. h. p % im Hundert $= \frac{p \cdot 100}{100 - p}$ % vom Hundert (siehe Erkl. 97).

Erkl. 97. Da bei Formel 6) p mit einer grössern Zahl (100 + p) zu dividieren ist, als zu multiplizieren, bei Formel 5) aber das Umgekehrte stattfindet, so folgt daraus der Satz:

„p % auf Hundert entspricht einem kleinern Prozentsatze vom Hundert, während zu p % im Hundert ein grösserer Prozentsatz vom Hundert gehört.“

Man muss sich eben immer gegenwärtig halten, dass die Ausgangszahl

bei p % im Hundert 100 — p
„ p % vom „ 100
„ p % auf „ 100 + p ist.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

☛ Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

. [illegible]is jetzt erschienenen Hefte

ka [illegible]e Buchhandlung bezogen werden.

[illegible]rscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

[illegible]ruck von Carl Hammer in Stuttgart

1205. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc.
nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1204. — Seite 49—64.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.
unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren
Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung von Heft 1204. — Seite 49—64.

Inhalt:

Stuttgart 1893.
...erlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens etc. etc. und zwar in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen nebst Angabe und Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen und alsdann auch alle Teile der reinen und angewandten Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die Lösungen hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen, etc.

Die Schüler, Studierenden und Kandidaten der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, Schritt für Schritt gelöste, Aufgabensammlung immerwährend an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum unfehlbaren Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren Prüfungen zu lösen haben, zugleich aber auch die überaus grosse Fruchtbarkeit der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem Lehrer soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des praktischen Teiles der mathematischen Disziplinen — zum Auflösen von Aufgaben — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, hiermit aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende Aufgaben zu lösen, die gehabten Regeln, Formeln, Sätze etc. anzuwenden und praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis für den Schul-Unterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den Ingenieuren, Architekten, Technikern und Fachgenossen aller Art, [illegible] ... ire etc. etc. soll diese Sammlung zur Auffrischung der erworbenen und vielleicht v[illegible] ... en mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre praktischen in allen [illegible] ... fs-zweigen vorkommenden Anwendungen einem toten Kapitale lebendige Kraft v[illegible] ... nd somit den Antrieb zu weiteren praktischen Verwertungen und weiteren Forschu[illegible] ... n.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und prakti[illegible] ... uf-gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe [illegible] ... en verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt [illegible] ... r, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wir[illegible] ... ng thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart.

Die Verla[illegible]

Frage 29. Wieviel Prozent im Hundert sind a) $p\,\%$ vom Hundert und b) $p\,\%$ auf Hundert?

Antwort. Der Ansatz bei a) ist:

Reiner Betrag	Prozente	Vermehrter Betrag
100	p	$100+p$
$100-x$	x	100

Da in den ersten beiden Kolonnen (siehe Erkl. 98) x zweimal vorkommt, so sind sie zur Berechnung ungeeignet. Wir nehmen also den vermehrten Betrag zu Hilfe und erhalten aus den beiden letzten Kolonnen:

$$8) \ldots x = \frac{p \cdot 100}{100+p}$$

d. h. $p\,\%$ vom Hundert $= \frac{p \cdot 100}{100+p}\,\%$ im Hundert.

b) Hier lautet der Ansatz:

$100+p$	p
$100-x$	x.

Da hier x auch in beiden Kolonnen vorkommt, so bilden wir in jeder Reihe den vermehrten Wert:

$100+p$	p	$100+2p$
$100-x$	x	100

und erhalten für x seinen Wert aus den beiden letzten Kolonnen:

$$9) \ldots x = \frac{p \cdot 100}{100+2p}$$

d. h. $p\,\%$ auf Hundert $= \frac{p \cdot 100}{100+2p}\,\%$ im Hundert (siehe Erkl. 99).

Erkl. 98. Unter- oder hintereinanderstehende Glieder bezeichnet man mit dem Ausdruck Kolonne (z. B. Marschkolonne der Infanterie, Kolonnen zu addierender Zahlen). Man versteht also unter Kolonnen eine senkrechte Anordnung, während Reihe zur Bezeichnung einer wagrechten (nebeneinanderstehenden) Anordnung mehrerer Glieder genommen wird.

Erkl. 99. Von praktischem Werte sind nur die Verwandlungen der Prozente auf und im Hundert in solche vom Hundert, da man mit letzteren am schnellsten rechnet. Die anderen Verwandlungen dagegen haben nur theoretisches Interesse.

Da Prozente im und auf Hundert besonders in der Rabatt-, Waren- und Wechselrechnung ziemlich häufig vorkommen, so dürfte es für die Rechnung am vorteilhaftesten sein, jene Prozentsätze in solche vom Hundert zu verwandeln.

Frage 30. Wieviel Prozente auf Hundert sind a) $p\,\%$ vom Hundert und b) $p\,\%$ im Hundert?

Erkl. 100. Die Zusammenstellung der Formeln 6) bis 11) ergiebt folgende Uebersicht, wobei die in wagrechter Reihe stehenden Prozentfüsse einander gleich sind:

% im 100	% vom 100	% auf 100
$\frac{)0 \cdot p}{)+p}$	p	$\frac{100 \cdot p}{100-p}$
p	$\frac{100 \cdot p}{100-p}$	$\frac{100 \cdot p}{100-2p}$
$\frac{00 \cdot p}{)+2p}$	$\frac{100 \cdot p}{100+p}$	p

Antwort. Man muss hier zur Berechnung auf den verminderten Wert zurückgreifen. Dann erhält man folgende Ansätze und Lösungen:

a)

		verminderter Betrag
100	p	$100-p$
$100+x$	x	100

Aus den beiden letzten Kolonnen folgt:

$$10) \ldots x = \frac{100 \cdot p}{100-p}$$

d. h. $p\,\%$ vom Hundert $= \frac{100 \cdot p}{100-p}$ auf Hundert.

b)

		verminderter Betrag
$100-p$	p	$100-2p$
$100+x$	x	100

Die letzten zwei Kolonnen ergeben:

$$11) \ldots x = \frac{100 \cdot p}{100 - 2p}$$

d. h. p % im Hundert $= \frac{100 \cdot p}{100 - 2p}$ % auf Hundert (siehe Erkl. 100).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 310. Wieviel Promille sind $1\frac{1}{2}$ % Provision und 2 ‰ Kurtage, und wieviel beträgt dies von 4 728 ℳ?

Erkl. 101. Es ist also dasselbe, wenn ich 17 ‰ oder $1\frac{1}{2}$ % und 2 ‰ von 4728 ℳ berechne.

Probe:

1 %	von 4728 ℳ	= 47,28	ℳ
$1\frac{1}{2}$ %	„ „	= 23,64	„
2 ‰	„ „	= 9,456	„
$1\frac{1}{2}$ % und 2 ‰	von 4728 ℳ	= 80,376	ℳ

Auflösung. Nach der Antwort auf Fr. 27 ist der Promillefuss das Zehnfache des Prozentfusses, also ist 1,5 % = 15 ‰; dazu 2 ‰ giebt 17 ‰.

1 ‰	von 4 728 ℳ	= 4,728	ℳ
10 ‰	von 4 728 ℳ	= 47,28	„
7 ‰	„ „	= 33,096	„
Somit ist 17 ‰	von 4 728 ℳ	= 80,376	ℳ

(siehe Erkl. 101).

Aufgabe 311. Wieviel Prozent sind $3\frac{1}{5}$ % Provision und 3 ‰ Kurtage, und wieviel beträgt dies von 2 896 fs?

Erkl. 102. Es ist also dasselbe, wenn ich 3,5 % oder 3,2 % und 3 ‰ von 2 896 fs berechne.

Probe:

1 %	von 2 896 fs	= 28,96	fs
3 %	von 2 896 fs	= 86,88	fs
0,2 %	„ „	= 5,792	„
3 ‰	„ „	= 8,688	„
3,2 % und 3 ‰	von 2 896 fs	= 101,36	fs

Auflösung. Nach der Antwort auf Fr. 27 ist der Prozentfuss der zehnte Teil des Promillefusses, also ist 3 ‰ = 0,3 %; dazu 3,2 % giebt 3,5 %.

1 %	von 2 896 fs	= 28,96	fs
3 %	von 2 896 fs	= 86,88	fs
0,5 %	„ „	= 14,48	„
3,5 %	von 2 896 fs	= 101,36	„

(siehe Erkl. 102).

Aufgabe 312. Wieviel Prozent vom Hundert geben Gleiches mit a) 5 % auf Hundert, b) 5 % im Hundert?

Erkl. 103. 5 % auf 100 und $4\frac{16}{21}$ % vom 100 einerseits und 5 % im 100 und $5\frac{5}{19}$ % vom 100 andererseits müssen dasselbe ergeben.

Probe auf 3 990:

a) 5 % auf 100

105 —— 5

3990 —— x

$$x = \frac{5 \cdot 3990}{105} = 190$$

$4\frac{16}{21}$ % vom 100

100 —— $4\frac{16}{21}$

3990 —— x

$$x = \frac{3990}{100} \cdot 4\frac{16}{21} = 190$$

Auflösung. (Siehe Frage 28.)

a) 5 % auf 100 heisst: Auf 105 kommen 5
x % vom 100 „ „ 100 „ x.
Hieraus folgt durch den Einheitsschluss:

$$x = \frac{500}{105} = 4\frac{16}{21}$$

d. h. 5 % auf Hundert $= 4\frac{16}{21}$ % vom Hundert.

b) 5 % im 100 heisst: Auf 95 kommen 5
x % vom 100 „ „ 100 „ x.
Hieraus folgt durch den Einheitsschluss:

$$x = \frac{500}{95} = 5\frac{5}{19}$$

b) $5\,\%$ im 100	$5\frac{5}{19}\,\%$ vom 100
95 — 5	100 — $5\frac{5}{19}$
3990 — x	3990 — x
$x = \frac{5 \cdot 3990}{95} = 210$	$x = \frac{3990}{100} \cdot 5\frac{5}{19} = 210$

d. h. $5\,\%$ im Hundert $= 5\frac{5}{19}\,\%$ vom Hundert (siehe Erkl. 103).

Aufgabe 313. Wieviel Prozent im Hundert geben Gleiches mit a) $5\,\%$ vom Hundert, b) $5\,\%$ auf Hundert?

Erkl. 104. Berechnet man also $5\,\%$ vom Hundert und $4\frac{16}{21}\,\%$ im Hundert von derselben Zahl, so muss dasselbe Ergebnis kommen. Dasselbe gilt bei Berechnung von $5\,\%$ auf Hundert und $4\frac{6}{11}\,\%$ im Hundert.

Probe mit der Zahl 693:

a) $5\,\%$ vom 100	$4\frac{16}{21}\,\%$ im 100
100 — 5	$100 - 4\frac{16}{21}$ — $4\frac{16}{21}$
693 — x	693 — x
$x = \frac{5 \cdot 693}{100} = 34{,}65$	$x = \left(693 \cdot 4\frac{16}{21}\right) : \left(100 - 4\frac{16}{21}\right)$
	$= \frac{693 \cdot 100}{21} : 95\frac{5}{21}$
	$= \frac{693 \cdot 100}{21} : \frac{2000}{21}$
	$= \frac{693 \cdot 100}{2000} = 34{,}65$

b) $5\,\%$ auf 100	$4\frac{6}{11}\,\%$ im 100
105 — 5	$100 - 4\frac{6}{11}$ — $4\frac{6}{11}$
693 — x	693 — x
$x = \frac{5 \cdot 693}{105} = 33$	$x = \frac{693 \cdot 50}{11} : 95\frac{5}{11}$
	$= \frac{693 \cdot 50 \cdot 11}{11 \cdot 1050} = \frac{693}{21}$
	$= 33$

Auflösung. (Siehe Frage 29.)

a) $5\,\%$ vom 100 heisst: Auf 100 kommen 5
   $x\,\%$ im 100 „ „ $100-x$ „ x.

Dieser Ansatz ist zur Berechnung von x ungeeignet, wir bilden daher in jeder Reihe den vermehrten Betrag und erhalten:

zum vermehrten Betrag 105 gehört 5
„ „ „ 100 „ x.

Der Einheitsschluss ergiebt:

$$x = \frac{100 \cdot 5}{105} = 4\frac{16}{21}$$

d. h. $5\,\%$ vom Hundert $= 4\frac{16}{21}\,\%$ im Hundert.

b) $5\,\%$ auf 100 heisst: Auf 105 kommen 5
   $x\,\%$ im 100 „ „ $100-x$ „ x.

Hier muss ebenfalls der vermehrte Betrag in beiden Reihen gebildet werden:

zum vermehrten Betrag 110 gehört 5
„ „ „ 100 „ x.

Durch den Einheitsschluss findet man:

$$x = \frac{5 \cdot 100}{110} = 4\frac{6}{11}$$

d. h. $5\,\%$ auf Hundert $= 4\frac{6}{11}\,\%$ im Hundert (siehe Erkl. 104).

Aufgabe 314. Wieviel Prozent auf Hundert geben Gleiches mit a) $5\,\%$ vom Hundert, b) $5\,\%$ im Hundert?

Erkl. 105. $5\,\%$ vom 100 und $5\frac{5}{19}\,\%$ auf 100 von derselben Zahl berechnet, ergeben dasselbe, ebenso wie $5\,\%$ im 100 und $5\frac{5}{9}\,\%$ auf 100.

Auflösung. (Siehe Frage 30.)

a) $5\,\%$ vom 100 heisst: Auf 100 kommen 5
   $x\,\%$ auf 100 „ „ $100+x$ „ x.

Hieraus kann x nicht berechnet werden, wir bilden daher in jeder Reihe den verminderten Betrag und erhalten:

Probe auf 3420:

a) 5 % vom 100	$5\frac{5}{19}$ % auf 100
100 — 5	$105\frac{5}{19}$ — $5\frac{5}{19}$
3420 — x	3420 — x
$x = \frac{5 \cdot 3420}{100} = 171$	$x = \left(3420 \cdot 5\frac{5}{19}\right) : 105\frac{5}{19}$ $= \frac{3420 \cdot 100 \cdot 19}{19 \cdot 2000}$ $= \frac{3420}{20} = 171$
b) 5 % im 100	$5\frac{5}{9}$ % auf 100
95 — 5	$105\frac{5}{9}$ — $5\frac{5}{9}$
3420 — x	3420 — x
$x = \frac{5 \cdot 3420}{95}$ $= \frac{3420}{19} = 180$	$x = \frac{3420 \cdot 50 \cdot 9}{9 \cdot 950}$ $= \frac{3420}{19} = 180$

zum verminderten Betrag 95 gehört 5
„ „ „ 100 „ x.

Es folgt:

$$x = \frac{500}{95} = 5\frac{5}{19}$$

d. h. 5 % vom Hundert $= 5\frac{5}{19}$ % auf Hundert.

b) 5 % im 100 heisst: Auf 95 kommen 5
x % auf „ „ „ 100+x „ x.

Bildet man ebenfalls den verminderten Betrag in jeder Reihe, so kommt:

zum verminderten Betrag 90 gehört 5
„ „ „ 100 „ x

Hieraus ergiebt sich für x:

$$x = \frac{5 \cdot 100}{90} = 5\frac{5}{9}$$

d. h. 5 % im Hundert $= 5\frac{5}{9}$ % auf Hundert (siehe Erkl. 105).

Aufgabe 315. Wie gestaltet sich die Tabelle der Verwandlung der verschiedenen Prozentarten (siehe Erkl. 100) bei $3\frac{1}{2}$ und 4 %?

Auflösung. Die Berechnung der Formeln in Erkl. 100 für $3\frac{1}{2}$ und 4 % ergiebt:

% im 100	% vom 100	% auf 100	% im 100	% vom 100	% auf 100
$3\frac{79}{207}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{121}{193}$	$3\frac{11}{13}$	4	$4\frac{1}{6}$
$3\frac{1}{2}$	$3\frac{121}{193}$	$3\frac{71}{93}$	4	$4\frac{1}{6}$	$4\frac{8}{23}$
$3\frac{29}{107}$	$3\frac{79}{207}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{19}{27}$	$3\frac{11}{13}$	4

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 316. Wieviel Promille sind a) $\frac{1}{3}$ %, b) $\frac{3}{4}$ %, c) $\frac{4}{5}$ %, d) 1 %, e) $\frac{1}{8}$ %?

Aufgabe 317. Wieviel Prozent sind a) 5 ‰, b) 2 ‰, c) 8 ‰, d) $4\frac{2}{3}$ ‰, e) $1\frac{1}{5}$ ‰?

Aufgabe 318. Berechne durch Zusammenziehung der Prozent- und Promillefüsse von 44580 ℳ a) 3 % Provision und 3 ‰ Kurtage, b) $2\frac{1}{2}$ % Provision und 1 ‰ Kurtage, c) $3\frac{1}{2}$ % Provision und $2\frac{3}{4}$ ‰ Kurtage.

Aufgabe 319. Welche Prozentsätze vom Hundert entsprechen a) 6 %, b) 3 % auf Hundert und c) 2 %, d) 8 % im Hundert?

Aufgabe 320. Wieviel Prozent im Hundert geben Gleiches mit a) 2 %, b) 6 %, c) 10 %, d) 25 % vom Hundert?

Aufgabe 321. Wieviel Prozent auf Hundert geben Gleiches mit a) 1 %, b) 3 %, c) 7 %, d) 20 % vom Hundert?

Aufgabe 322. Wieviel Prozent vom Hundert kann man Rabatt geben statt a) 5 %, b) 10 %, c) 12 % auf Hundert?

Aufgabe 323. Wieviel Prozent vom Hundert darf der Zuschlag betragen statt a) 4 %, b) 9 %, c) 10 %, d) 50 % im Hundert?

Aufgabe 324. Jemand gewährt seinen Abnehmern a) $12\frac{1}{2}$ %, b) $16\frac{2}{3}$ %, c) $6\frac{1}{4}$ % Rabatt vom Hundert, welchem Prozentsatze auf Hundert entspricht dies?

Aufgabe 325. Berechne die Tabelle in Erkl. 100 für a) 15 %, b) 20 %.

F. Ueber die Lösung aller Aufgaben der Prozentrechnung vermittelst desselben Ansatzes.

Frage 31. Wie findet man auf bequeme Weise aus einem viergliedrigen Regeldetrisatze mit geradem Verhältnisse die Lösung, an welcher Stelle die Unbekannte auch stehen mag?

Antwort. Wir bezeichnen die 4 Glieder eines Regeldetriansatzes, von denen die zwei in einer Kolonne (siehe Erkl. 98) stehenden gleiche Benennung haben und die in einer Reihe befindlichen demselben (Frage- oder Bedingungs-) Satze angehören, in folgender Weise und denken sie uns durch die beigegebene Figur verbunden:

1. Benennung.	2. Benennung.
1. Glied	2. Glied
3. Glied	4. Glied

Denkt man sich nun denjenigen Zweig der Figur, welcher nach dem gesuchten Gliede hinweist, getilgt, so ist das gesuchte Glied gleich dem Produkte der ver-

Erkl. 106. Die nebenstehende, für die Anwendung und die folgenden Entwicklungen überaus vorteilhafte Regel, welche sich vermittelst der Figur sehr leicht im Gedächtnisse behalten lässt, hat der Verfasser dieses Buches zuerst veröffentlicht und zwar in Hoffmanns Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, 21. Jahrgang 1890, Seite 497. Dort findet sich auch die entsprechende Regel für umgekehrtes Verhältnis. Der Ansatz und der Wortlaut der Regel ist derselbe wie für gerades Verhältnis, nur ist die Figur eine andere:

1. Benennung.	2. Benennung.
1. Glied	2. Glied
3. Glied	4. Glied

Nimmt man die Glieder der Reihe nach als unbekannt an, so erhält man folgende Uebersicht:

1. Gl. = x 2. Gl. 1. Gl. 2. Gl. = x

3. Gl. 4. Gl. 3. Gl. 4. Gl.

$$1. \text{ Glied} = \frac{3. \text{ Glied} \times 4. \text{ Glied}}{2. \text{ Glied}}$$

$$2. \text{ Glied} = \frac{3. \text{ Glied} \times 4. \text{ Glied}}{1. \text{ Glied}}$$

1. Gl. 2. Gl. 1. Gl. 2. Gl.

3. Gl. = x 4. Gl. 3. Gl. 4. Gl. = x

$$3. \text{ Glied} = \frac{1. \text{ Glied} \times 2. \text{ Glied}}{4. \text{ Glied}}$$

$$4. \text{ Glied} = \frac{1. \text{ Glied} \times 2. \text{ Glied}}{3. \text{ Glied}}$$

Der Beweis ist ebenfalls durch den Einheitsschluss zu liefern.

bundenen Glieder dividert durch das übrig bleibende Glied.

Nimmt man die Glieder der Reihe nach als unbekannt an, so erhält man folgende Uebersicht:

1. Gl. = x 2. Gl. 1. Gl. 2. Gl. = x

3. Gl. 4. Gl. 3. Gl. 4. Gl.

$$1. \text{ Glied} = \frac{2. \text{ Glied} \times 3. \text{ Glied}}{4. \text{ Glied}}$$

$$2. \text{ Glied} = \frac{1. \text{ Glied} \times 4. \text{ Glied}}{3. \text{ Glied}}$$

1. Gl. 2. Gl. 1. Gl. 2. Gl.

3. Gl. = x 4. Gl. 3. Gl. 4. Gl. = x

$$3. \text{ Glied} = \frac{1. \text{ Glied} \times 4. \text{ Glied}}{2. \text{ Glied}}$$

$$4. \text{ Glied} = \frac{2. \text{ Glied} \times 3. \text{ Glied}}{1. \text{ Glied}}$$

Der Beweis für die Richtigkeit lässt sich in jedem einzelnen der vier Fälle durch den Einheitsschluss leicht führen (siehe Erkl. 106).

Frage 32. Wie gestaltet sich die Anwendung dieser Regel auf die Prozentrechnung?

Erkl. 107. Es ist einleuchtend, dass man in den Fällen, wo sich der viergliedrige Ansatz ohne weiteres aus der Aufgabe ergiebt, nicht erst die 3 Benennungen hinzuschreiben braucht, was besonders bei Berechnung der Prozente aus dem reinen Betrage, dem wichtigsten Falle, eintritt.

Die nebenstehende Regel soll — sofern man nicht vorzieht, sie immer anzuwenden, was besonders für die Behandlung der Prozentrechnung in der Schule zu empfehlen ist — in zweifelhaften Fällen den richtigen Ansatz und die Lösung finden lassen. Dabei ist besonderes Gewicht darauf zu legen, dass die gesuchten und gegebenen Grössen unter die ihnen zukommende Benennung geschrieben werden.

Die Ausrechnung geschieht, indem man den erhaltenen Bruch kürzt und ausrechnet, wie es beim Bruchsatze gelehrt worden ist (siehe Olbrichts Lehrb. der Schlussrechnung, Seite 112).

Antwort. In den Antworten auf die Fragen 5 bis 8 ist gezeigt worden, dass im allgemeinen bei jeder Aufgabe der Prozentrechnung 3 verschiedene Benennungen auftreten, von denen je 2 in geradem Verhältnisse stehen.

Den Ansatz bildet man nun, indem man die 3 Benennungen nebeneinander hinschreibt, darunter den Erklärungssatz von p%, 100 und p unter die ihnen zukommende Benennung und in die folgende Reihe die übrigen Glieder (gegebene oder gesuchte) ebenfalls unter die zugehörige Benennung setzt. Je zwei Kolonnen bilden einen Regeldetriansatz mit geradem Verhältnisse, auf welchen die in voriger Antwort gegebene Regel angewendet werden kann. Zur Berechnung von x nimmt

Die Figur wird man nicht jedesmal, wie es in den folgenden Beispielen geschehen ist, einzeichnen, sondern es wird schon nach kurzer Uebung genügen, sie eingezeichnet zu denken.

Die Aufgaben, in denen der Prozentfuss nicht vorkommt, sind vermittelst der Formeln 4), 5), 9), 10), 13), 16) (siehe das Formelverzeichnis am Schlusse des Buches) zu lösen.

In das Lehrbuch der Schlussrechnung wurde die besprochene Regel, abgesehen von anderen Gründen, darum nicht aufgenommen, weil der Schüler aus demselben erst schliessen und durch dasselbe nachdenken lernen soll.

man nun die Kolonne, in welcher x steht, und eine der beiden andern, nämlich die, von der beide Glieder bekannt sind. Sollte irgend ein Glied fehlen, so ist es immer in der Reihe zu ergänzen, in der x nicht steht und zwar durch Addition oder Subtraktion der beiden andern Glieder derselben Reihe (siehe die Regel am Schlusse der Antwort auf die Frage 6).

Kommt in einer Aufgabe der Prozentfuss überhaupt nicht vor, so ist dieselbe durch blosse Addition oder Subtraktion zu lösen (siehe Erkl. 107).

Anwendung dieser Regel auf ein für alle Fälle durchgeführtes Beispiel.

Anmerkung 5. Auf der Spalte links stehen die Aufgaben, wo der vermehrte Betrag, rechts die, wo der verminderte Betrag vorkommt; sie sind schematisch durchgeführt, um die Uebersicht zu erleichtern, und bei jedem ist auf den zugehörigen, vorhergehenden Abschnitt verwiesen worden. Die Ordnungszahlen der Formeln beziehen sich auf das am Schlusse des Buches befindliche Formelverzeichnis. Die durch Addition oder Subtraktion ergänzten Glieder sind schräg gedruckt.

Berechnung der Prozente (Abschnitt B, Nro. 1 bis 3).

1) Einkauf des Kommissionärs 456,50 ℳ; Spesen 6 %; wieviel Spesen?

Einkauf	Spesen	Rech. d. K.
100	6	
456,5	x	

Formel 1) $x = \frac{456{,}5 \cdot 6}{100}$ ℳ $= 27{,}39$ ℳ

2) Verkauf des Kommissionärs 456,50 ℳ; Spesen 6 %, wieviel Spesen?

Verkauf	Spesen	Rechn. d. K.
100	6	
456,5	x	

Formel 1) $x = \frac{456{,}5 \cdot 6}{100}$ ℳ $= 27{,}39$ ℳ

3) Einkaufsrechnung des Kommissionärs mit 6 % Spesen 483,89 ℳ; wieviel Spesen?

Einkauf	Spesen	Rechn. d. K.
100	6	*106*
	x	483,89

Formel 2) $x = \frac{6 \cdot 483{,}89}{106}$ ℳ $= 27{,}39$ ℳ

4) Verkaufsrechnung des Kommissionärs abzüglich 6 % Spesen 429,11 ℳ; wieviel Spesen?

Verkauf	Spesen	Rechn. d. K.
100	6	*94*
	x	429,11

Formel 3) $x = \frac{6 \cdot 429{,}11}{94}$ ℳ $= 27{,}39$ ℳ

Berechnung des reinen Betrages (Abschnitt C, Nro. 1 und 2).

5) Für einen Einkauf berechnet ein Kommissionär zu 6 % 27,39 ℳ Spesen; wieviel Einkauf?

Einkauf Spesen Rechn. d. K.
100 6

x 27,39

Formel 6) $x = \frac{100 \cdot 27{,}39}{6}$ ℳ = 456,50 ℳ

6) Für einen Verkauf berechnet ein Kommissionär zu 6 % 27,39 ℳ Spesen; wie gross ist der Verkauf?

Verkauf Spesen Rechn. d. K.
100 6

x 27,39

Formel 6) $x = \frac{100 \cdot 27{,}39}{6}$ ℳ = 456,50 ℳ

7) Rechnung des Kommissionärs mit 6 % Spesen 483,89 ℳ; wieviel Einkauf?

Einkauf Spesen Rechn. d. K.
100 6 *106*

x 483,89

Formel 7) $x = \frac{483{,}89 \cdot 100}{106}$ ℳ = 456,50 ℳ

8) Verkaufsrechnung des Kommissionärs abzüglich 6 % Spesen 429,11 ℳ; wieviel Verkauf?

Verkauf Spesen Rechn. d. K.
100 6 *94*

x 429,11

Formel 8) $x = \frac{429{,}11 \cdot 100}{94}$ ℳ = 456,50 ℳ

Berechnung des vermehrten oder verminderten Betrages (Abschnitt D, Nro. 1 und 2).

9) Einkauf 456,50 ℳ; Spesen des Kommissionärs 6 %; wie gross ist die Rechnung?

Einkauf Spesen Rechn. d. K.
100 6 *106*

456,50 x

Formel 11) $x = \frac{456{,}50 \cdot 106}{100}$ ℳ = 483,89 ℳ

10) Verkauf 456,50 ℳ; Spesen des Kommissionärs 6 %; wieviel Ertrag?

Verkauf Spesen Rechn. d. K.
100 6 *94*

456,50 x

Formel 14) $x = \frac{456{,}50 \cdot 94}{100}$ ℳ = 429,11 ℳ

11) Für einen Einkauf berechnet ein Kommissionär zu 6 % 27,39 ℳ Spesen; wie gross ist seine Rechnung?

Einkauf Spesen Rechn. d. K.
100 6 *106*

27,39 x

Formel 12) $x = \frac{27{,}39 \cdot 106}{6}$ ℳ = 483,89 ℳ

Für einen Verkauf berechnet ein Kommissionär zu 6 % 27,39 ℳ Spesen; wie gross ist der Ertrag des Verkaufs?

Verkauf Spesen Rechn. d. K.
100 6 *94*

27,39 x

Formel 15) $x = \frac{27{,}39 \cdot 94}{6}$ ℳ = 429,11 ℳ

Berechnung des Prozentfusses (Abschnitt E, Nro. 1).

13) Einkauf 456,50 ℳ; Spesen 27,39 ℳ; wieviel Prozent Spesen?

Einkauf Spesen Rechn. d. K.
100 x

456,5 27,39

Formel 17) $x = \frac{100 \cdot 27,39}{456,5}\,\% = 6\,\%$

14) Verkauf 456,50 ℳ; Spesen 27,39 ℳ; wieviel Prozent Spesen?

Verkauf Spesen Rechn. d. K.
100 x

456,5 27,39

Formel 17) $x = \frac{100 \cdot 27,39}{456,5}\,\% = 6\,\%$

15) Einkauf 456,50 ℳ; Rechnung des Kommissionärs 483,89 ℳ; wieviel Prozent Spesen?

Einkauf Spesen Rechn. d. K.
100 x

456,50 *27,39* 483,89

Formel 18) $x = \frac{100 \cdot 27,39}{456,5}\,\% = 6\,\%$

16) Verkauf 456,50 ℳ; Verkaufsrechnung des Kommissionärs 429,11 ℳ; wieviel Prozent Spesen?

Verkauf Spesen Rechn. d. K.
100 x

456,50 *27,39* 429,11

Formel 19) $x = \frac{27,39 \cdot 100}{456,5}\,\% = 6\,\%$

17) Einkaufsrechnung des Kommissionärs mit 27,39 ℳ Spesen 483,89 ℳ; wieviel Prozent Spesen?

Einkauf Spesen Rechn. d. K.
100 x

456,5 27,39 483,89

Formel 20) $x = \frac{100 \cdot 27,39}{456,5}\,\% = 6\,\%$

18) Verkaufsrechnung des Kommissionärs mit 27,39 ℳ Spesen 429,11 ℳ; wieviel Prozent Spesen?

Verkauf Spesen Rechn. d. K.
100 x

456,5 27,39 429,11

Formel 21) $x = \frac{100 \cdot 27,39}{456,5}\,\% = 6\,\%$

G. Anwendungen der Prozentrechnung.

1) Anwendung der Prozentrechnung auf Fälle des bürgerlichen und gewerblichen Lebens, der Statistik und Wissenschaft.

a) Aufgaben aus dem bürgerlichen Leben.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 326. W. versichert im Frühjahr ein 12 ha grosses Weizenfeld gegen Hagel unter der Annahme, dass 1 ha 40 Ztr. Ertrag bringe und 1 Ztr. 9,50 ℳ koste. Nach Abschluss der Versicherung tritt ungünstige Witterung ein, so dass sich die

Auflösung. W. versichert 40 Ztr. × 12 à 9,50 ℳ, d. s. 4560 ℳ. Davon sind nur 60 %

Ernte um 40 % vermindert. Diese verhagelt schliesslich und der Schaden wird auf 55 % der Ernte geschätzt. Wieviel Schadenersatz erhält W.?

im Betrage von 2 736 M. gewachsen und von dieser Ernte sind 55 % verhagelt, also zu entschädigen:

50 % von 2736 M. sind 1 368 M.
5 % „ „ „ 136,8 M.

Also erhält W. an Schadenersatz:
1 504,80 M.

Aufgabe 327. Eine Kattunfabrik zahlt einem Provisionsreisenden (siehe Erkl. 108) 10 M. Taggelder und 2 % Provision. Dieser verkauft an einem Tage 31 Stück à 8,80 M.; 26 Stück à 14,50 M. und 37 Stück à 21 M. und braucht an Reise- und Verzehrungskosten 21,60 M. Wie gross ist a) sein Brutto-, b) sein Nettoverdienst?

Erkl. 108. Provisionsreisende sind Leute, welche den auswärtigen Warenabsatz eines Geschäftes bewerkstelligen.

Auflösung. Der Reisende verkauft:

31 Stück à 8,80 M. = 272,80 M.
26 Stück à 14,50 M. = 377 M.
37 Stück à 21 M. = 777 M.
1 426,80 M.

Er erhält 2 % hiervon = 28,54 M.
und an Tagegeld 10 M.

Also ist sein Bruttoverdienst 38,50 M.

Davon gehen an Unkosten 21,60 M. ab, folglich bleibt als Nettoverdienst 16,90 M.

Aufgabe 328. Vor 50 Jahren kostete 1 kg Kalbfleisch 0,36 M.; jetzt kostet es 1,10 M. Wieviel Prozent beträgt die Preiszunahme?

Erkl. 109. Es ist:

$$x = \frac{74 \cdot 100}{36}$$

$$= 7400 : 36 = 205\frac{5}{9}$$

Bei der Berechnung von Zunahme in Prozenten wird also gefragt, wieviel beträgt die Zunahme, wenn der kleinere Wert gleich 100 gesetzt wird.

Auflösung. Von 36 ₰ ist der Preis auf 110 ₰ gestiegen, er hat also um 74 ₰ zugenommen, daher der Ansatz:

Bei 36 ist die Zunahme 74
„ 100 „ „ „ x.

Es ergiebt sich (siehe Erkl. 109), dass die Preiszunahme $205\frac{5}{9}$ % beträgt.

Aufgabe 329. Ein frischgebackenes Brot von 2 507 g wog nach einem Tage 2 461 g und nach 6 Tagen 2 362 g. Wieviel Prozent betrug die Abnahme in jedem Falle?

Erkl. 110. Bei Berechnung der Abnahme in Prozenten wird gefragt, wieviel die Abnahme beträgt, wenn der grössere Wert gleich 100 ist.

Auflösung. Man erhält (siehe Erkl. 110):

a) Auf 2507 g kommen 46 g Abnahme
„ 100 „ „ x g „

und findet x = 1,83 g, d. h. 1,83 %

b) Auf 2507 g kommen 145 g Abnahme
„ 100 g „ x g „

Es ist x = 5,78 g, d. h. 5,78 %.

Aufgabe 330. Ein Haus giebt 1 380 M. Mietsertrag. a) Wieviel wird für dasselbe bezahlt werden, wenn der Käufer von dem zu zahlenden Preise 1,5 % für Verbesse-

rungen und Abgaben rechnet und sein Kapital zu 4,5 % verzinsen will? b) Wieviel werden für Verbesserungen und Abgaben gerechnet? c) Wieviel Prozent ist dies von der Miete?

Erkl. 111. Mit der Geldsumme, welche der Käufer für das Haus anlegt, will er erwerben, und zwar mit je 100 ℳ Geld 4,50 ℳ. Diesen Verdienst oder Erwerb nennt man Zinsen oder Interessen und versteht darunter auch insbesondere die Vergütung, welche für das Darleihen einer Geldsumme von dem Schuldner an den Darleiher gezahlt wird. (Näheres hierüber siehe unter dem Abschnitt „Zinsrechnung".)

Auflösung. Der Käufer rechnet von jedem 100 ℳ, die er bezahlt, 1,50 ℳ auf Verbesserungen und 4,50 ℳ für Zinsen (siehe Erkl. 111). Dies soll durch den Mietsertrag gedeckt werden. Er wird also für je 6 ℳ Mietsertrag 100 ℳ bezahlen.

Für 6 ℳ Miete werden 100 ℳ bezahlt
„ 1380 ℳ „ „ x ℳ „

Es ist $x = 138\,000$ ℳ $: 6 = 23\,000$ ℳ

b) Für Verbesserungen werden 1,5 % von 23 000 ℳ gerechnet, d. s. 230 ℳ + 115 ℳ = 345 ℳ

c) Auf 1380 ℳ Miete kommen 345 ℳ Unkost.
„ 100 ℳ „ „ x ℳ „

Es folgt $x = 34500 : 1380 = 25$.

Die Unkosten betragen 25 % der Miete.

Aufgabe 331. Die Bewohnerzahl eines Ortes hatte sich in einem Jahre um 5 % vermehrt; diese Vermehrung ging jedoch im folgenden Jahre um $33\frac{1}{3}$ % zurück. Wieviel Prozent betrug sie nunmehr noch (siehe Erkl. 112)?

Erkl. 112. Diese Aufgabe enthält Prozentberechnung von Prozenten. Weiteres hierüber findet man unter G, Nro. 10.

Auflösung. Auf 100 Einwohner kamen nach dem 1. Jahre 5 mehr. Von diesen jedoch gingen im 2. Jahre $33\frac{1}{3}$ %, d. i. der 3. Teil, also $1\frac{2}{3}$ ab, also blieben noch $5 - 1\frac{2}{3} = 3\frac{1}{3}$ mehr. Die Vermehrung betrug noch $3\frac{1}{3}$ %.

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 332. Bei einer Stadtverordnetenwahl beträgt die Anzahl der Stimmberechtigten 7500, von welchen 40 % auf die Ansässigen, 60 % auf die Unansässigen entfallen. Wie gross ist die Anzahl jeder Art?

Aufgabe 333. Bei einem Gutsverkaufe hatte sich der Unterhändler 0,5 ‰ Provision bedungen. a) Wieviel erhielt er, wenn der Kauf mit 36 400 ℳ abgeschlossen wurde? b) Wieviel betrug der Kaufpreis, wenn der Agent 62 ℳ erhielt?

Aufgabe 334. Wieviel Prozent seines Gehaltes bezahlt jemand Miete, wenn diese $\frac{3}{20}$ des Gehaltes beträgt?

Aufgabe 335. Zu einer Menge Wein hatte man 5 % Wasser hinzugegossen und dadurch 84 l erhalten. Wieviel Wein hatte man gehabt?

Aufgabe 336. Nach dem Kochen war das Gewicht von 4 kg Rindfleisch auf $3\frac{1}{2}$ kg zurückgegangen. Wieviel Prozent beträgt die Abnahme?

Aufgabe 337. Ein Mieter, welcher bisher 750 ℳ Miete bezahlte, musste nun 875 ℳ bezahlen. Um wieviel Prozent wurde er gesteigert?

Aufgabe 338. Ein Kalkstein wog nach dem Brennen 5,260 kg und hatte dadurch ebensoviel an Gewicht verloren. Wieviel Prozent beträgt die Gewichtsabnahme?

Aufgabe 339. Landwirt P. lässt durch einen Kommissionär, der 2 % Kommission berechnet, 8 400 kg Weizen verkaufen mit 250 ℳ pr. 1 000 kg. Wieviel erhält P.?

Aufgabe 340. Gut ausgebackenes Weizenbrot enthält 44 % Wasser. Wieviel beträgt die Wassermenge in einem Brote von 2,5 kg?

Aufgabe 341. Ein pensionierter Beamter erhält 2 640 ℳ, ein anderer nur 2 100 ℳ Der erste bekommt 80 %, der letzte 75 % seines letzten Gehaltes als Pension. Wie gross waren die Gehälter?

Aufgabe 342. Eine Steuer von 10 % wurde um 20 % ihrer Höhe gesteigert. Wieviel Prozent betrug sie nunmehr?

Aufgabe 343. Eine 8 % betragende Steuer wurde um $12\frac{1}{2}$ % vermindert. Wieviel Prozent Steuer wurde nunmehr erhoben?

Andeutung. Aufgaben 342 und 343 ähnlich wie 331.

Aufgabe 344. In Leipzig haben zur Reichstagswahl von 36 364 Wahlberechtigten 88,53 % ihre Stimmen abgegeben. Wieviel Personen haben gewählt?

Aufgabe 345. Die Anzahl der Geburten in einem Orte betrug 621 und zwar 21 mehr als im vorhergehenden Jahre. Wieviel Prozent betrug die Steigerung?

Aufgabe 346. In einer Anstalt soll an jede Person 100 g gekochtes Fleisch verabfolgt werden. Wieviel Kilogramm von jeder Sorte ist für 35 Personen einzukaufen, wenn durch das Kochen Rindfleisch 13 %, Schweinefleisch 8 %, Schöpsenfleisch 19 % an Gewicht verliert?

Aufgabe 347. Eine Stadtgemeinde nahm in einem Jahre an Steuern 312 728,50 ℳ ein, musste jedoch im folgenden die Steuer um 0,75 % erhöhen. Wieviel Steuern erhebt sie?

Aufgabe 348. Durch das Brennen verliert der Kaffee $12\frac{1}{2}$ % seines Gewichtes. Was kostet 1 kg gebrannter Kaffee, wenn es ungebrannt 2,70 ℳ galt und für das Brennen 24 ₰ gerechnet werden?

Aufgabe 349. Zur Vertilgung schädlicher Forstinsekten hat Preussen in einem Jahre 191 645 ℳ ausgegeben, von denen 109 300 ℳ zur Bekämpfung des grossen braunen Rüsselkäfers und 35 478 ℳ zur Vernichtung der Kiefernraupe verwendet wurden. Wieviel Prozent der Gesamtsumme (2 St.) fallen a) auf den Rüsselkäfer, b) auf die Kiefernraupe, c) auf andere Insekten?

Aufgabe 350. An Wechselstempel nahm das deutsche Reich in einem Jahre 6 414 000 ℳ ein. Wie gross war der Gesamtbetrag der steuerpflichtigen Wechsel, wenn man als Durchschnitt der Stempelsteuer $\frac{3}{5}$ ‰ rechnet?

Aufgabe 351. Ein Beamter erhielt nach Aufbesserung seines Gehaltes um 22,5 % 3 430 ℳ Um wieviel hatte er sich verbessert?

Aufgabe 352. 1,8 hl Aussaat von Roggen lieferte eine Ernte von 12,33 hl; wieviel Prozent von der Aussaat betrug die Ernte?

Aufgabe 353. Der Ertrag eines Feldgrundstückes hatte sich durch Misswachs um 28 % verringert, so dass er gegen das Vorjahr sich auf 406 ℳ weniger belief. Wie hoch war er?

Aufgabe 354. Eine Hagelversicherungsgesellschaft hatte 5 442 ℳ Schäden mehr zu decken, als ihre Einnahme betrug. Sie musste darum eine Nachschussprämie von 1,25 % erheben. Wieviel nahm sie im ganzen ein?

Aufgabe 355. Von seinem Vermögen vermachte A. seiner Vaterstadt 25 % dem Krankenhause, 8 % der Kirche, 16 % den Schulen, 10 % der Volksbibliothek, 6 % zu Verschönerungszwecken und den Rest im Betrage von 7 770 ℳ zum Bau eines Zierbrunnens. a) Wieviel hinterliess er im ganzen? b) Wieviel bekommt das Krankenhaus u. s. w.?

Aufgabe 356. Privatmann M. hat von seinem 3 800 ℳ betragenden Einkommen 2 % an Staatssteuern zu zahlen. Die Gemeindesteuern betragen 115 % der Staatssteuern. Wieviel hat M. halbjährlich an Steuern aufzubringen?

Aufgabe 357. Von jedem Lotteriegewinn zieht der preussische Staat $15\frac{5}{6}$ % ab, wovon der Kollekteur 2 % erhält. Wieviel gewinnt a) der Staat, b) der Kollekteur, c) der Gewinner an dem Hauptgewinn von 450 000 ℳ?

Aufgabe 358. Die Gothaer Feuerversicherung zahlt nach Ablauf des Geschäftsjahres 75 % der Jahresprämie an ihre Mitglieder zurück. Es erhält A. 12,45 ℳ; B. 19,65 ℳ und C. 24,75 ℳ a) Wie gross war die Jahresprämie eines jeden? b) Wie hoch die Versicherungssumme, wenn die Prämie 1,25 ‰ beträgt? Wieviel Promille Prämie wurde eigentlich erhoben?

Aufgabe 359. Für ein Haus werden 22 400 ℳ bezahlt. Wieviel Miete muss der Besitzer fordern, wenn er sein Kapital zu 4 % verzinsen will und $1\frac{3}{4}$ % für Steuern und Verbesserungen rechnet? b) Wie hoch sind die einzelnen Stockwerke zu vermieten, wenn das Erdgeschoss $37\frac{1}{2}$ %, das 1. Stockwerk 50 % und das 2. $12\frac{1}{2}$ % der Miete bringen soll?

Aufgabe 360. Ein Provisionsreisender verkauft in einer Stadt 32 Sack Kaffee jeden durchschnittlich 125 ℔ zu 92,50 ℳ pr. 50 kg. Wieviel beträgt sein Verdienst bei $1\frac{4}{5}$ % Provision?

Aufgabe 361. Eine Tabakfabrik bewilligt ihrem Reisenden 3 % Provision und 8 ℳ Tagegelder. Wieviel Nettoverdienst hat derselbe, wenn er an einem Tage 28 000 Zigarren à 42 ℳ pr. mille, 15 000 à 54 ℳ pr. mille, 320 ℔ Tabak à 35 ₰ und 764 ℔ à 25 ₰ verkauft und 26,25 ℳ für Reisegeld und dergl. braucht?

Aufgabe 362. Ein Hausbesitzer erhält jährlich an Miete 1 380 ℳ, hat aber davon für Verbesserungen 5 % und für Steuern 0,75 % auszugeben. Er verkauft dieses Haus für 32 800 ℳ, leiht diese Summe zu 3,8 % aus und muss von den Zinsen 0,5 % Steuern zahlen. In welchem Falle hat er einen grösseren Reinertrag und wieviel?

Aufgabe 363. Ein Beamter hat 3500 *M.* Gehalt und 15 % Wohnungsgeldzuschuss. Er wird mit 500 *M.* Zulage in eine andere Stadt versetzt, wo jedoch das Wohnungsgeld nur 10 % des Gehaltes beträgt. a) Um wieviel ist seine Einnahme gestiegen? b) Wieviel Prozent beträgt die Steigerung?

Aufgabe 364. Rindfleisch verliert beim Braten 19 % an Gewicht, Hammelfleisch 24 %. Wieviel ist, von Zuthaten abgesehen, 1 ℔ gebratenes Rindfleisch und Hammelfleisch wert, wenn 1 ℔ rohes Rindfleisch 0,70 *M.*, 1 ℔ rohes Hammelfleisch 0,65 *M.* kostet?

Aufgabe 365. Ein Haushalt kostet in einem Jahre 3640,32 *M.*, so dass von der Gesamteinnahme 7,84 % gespart werden konnte. Wieviel Mark wurden zurückgelegt?

Aufgabe 366. M. machte Bankerott. Die Aktiva betrugen 24812 *M.*, die Passiva 83950 *M.* Die Gerichtskosten beliefen sich auf 2,5 % der Aktiva. Wieviel Prozent (2 St.) verloren die Gläubiger?

Aufgabe 367. Landwirt A. hat seine Wohn- und Wirtschaftsgebäude mit 56300 *M.*, seine Vorräte mit 14580 *M.*, sein Vieh mit 10780 *M.*, seine Möbel, Haus- und Wirtschaftsgeräte, seine Kleider etc. mit 19385 *M.* gegen Feuersgefahr versichert. Für den ersten Posten hat er 2 ‰, für den zweiten 3 ‰, für den dritten 1,5 ‰, für den vierten 4 ‰ Prämie zu zahlen. Seine Gebäude brennen vollständig nieder, wobei 80 % seiner Vorräte, 22 % seines Viehs und 55 % seiner Möbel etc. vernichtet werden. a) Wieviel hat A. Prämie zu zahlen? b) Wieviel Schadenersatz erhält er?

Aufgabe 368. Zu einem Düngungsversuche wurde ein Stück Land in vier gleiche Teile zerlegt. Das 1. Stück wurde nicht gedüngt, auf das 2. wurde für 18,75 *M.* Stalldünger gefahren, das 3. wurde mit 40 kg Guano und das 4. mit 40 kg Chilisalpeter gedüngt. Alle wurden mit Erbsen besät, und es lieferte das 1. Stück 85 kg Erbsen und 300 kg Stroh, das 2. 180 kg Erbsen und 470 kg Stroh, das 3. 195 kg Erbsen und 495 kg Stroh, das 4. 185 kg Erbsen und 485 kg Stroh. Wenn nun 100 kg Guano 30 *M.*, 100 kg Chilisalpeter 33,33 *M.* kosten und 100 kg Erbsen 20 *M.*, 1000 kg Erbsenstroh 16,67 *M.* einbringen, wieviel Prozent wirft dann das in den verschiedenen Düngerarten auf den Acker verwandte Kapital im ersten Jahre ab?

Aufgabe 369. Von dem Reingewinn der Reichsbank fliesst dem Reiche die Hälfte des Betrages zu, der nach Abrechnung einer $3\frac{1}{2}$ % Vorzugsdividende an die Aktionäre und der Reserverücklage, deren Betrag 1000000 *M.* sei, verbleibt. Von dem Reste wird die Dividende der Aktionäre zu 6 % ergänzt und vom Ueberschusse erhält das Reich $\frac{3}{4}$, während den Inhabern der Anteilscheine nur $\frac{1}{4}$ zu gute kommt. a) Wie gestaltet sich die Verteilung des Reingewinnes, wenn er 19735000 *M.* ist und die Vorzugsdividende der Aktionäre 4200000 *M.* beträgt? b) Wie gross ist das Aktienkapital? c) Wieviel Prozent beträgt die Gesamtdividende der Aktionäre (3 St.)?

Aufgabe 370. Der Jahresabschluss einer Gesellschaft, welche mit 750000 *M.* Aktienkapital arbeitet, ergiebt einen Ueberschuss von 236539,55 *M.* Nach Beschluss des Aufsichtsrates werden davon verwendet 78846,52 *M.* zur Abschreibung auf Gebäude und Maschinen, 33140,21 *M.* für Bauten und Verbesserungen, 21288,56 für Tantiemen an den Aufsichtsrat, den Direktor und an Beamte. Ferner wird der Generalversammlung vorgeschlagen, von der verbleibenden Summe 15 % dem Reservefonds zu überweisen, den Aktionären 11,5 % Dividende zu gewähren und den Rest nach Abzug der statutenmässigen Tantiemen von 3,5 % auf neue Rechnung vorzutragen. a) Welche Summe kommt zum

Reservefonds? b) Wieviel kommt zur Verteilung an die Aktionäre? c) Wieviel wird auf neue Rechnung vorgetragen? Wieviel Prozent vom Gesamtüberschuss wird d) zu Abschreibungen, e) zu Tantiemen verwendet?

b) Aufgaben aus dem gewerblichen Leben.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 371. Ein Tischler hat für einen Neubau 826 laufende Meter Scheuerleisten zu liefern. Wieviel muss er anfertigen, wenn er $6\frac{2}{3}$ % für Verschnitt rechnet?

Auflösung. $6\frac{2}{3}$ % Verschnitt bedeutet: Von 100 m gehen $6\frac{2}{3}$ m durch Abschneiden verloren. Er kann also nur $93\frac{1}{3}$ m verwenden:

zu fertigen	Verlust	verwendbar
100	$6\frac{2}{3}$	$93\frac{1}{3}$
x		826

Es folgt x = 885 m (siehe Erkl. 113).

Erkl. 113. Man könnte auch rechnen:

$$\left.\begin{array}{l} 6\frac{2}{3} \text{ —— } 93\frac{1}{3} \\ x \text{ —— } 826 \end{array}\right\} x = 59$$

Also muss er 826 m + 59 m = 885 m anfertigen. (Siehe die Formeln 3) und 8) des Formelverzeichnisses.)

Aufgabe 372. N. lässt 132 hl Roggen à 71 kg mahlen. Man erhält 83 % Mehl, von dem 11 % für Mahlgebühr zu rechnen sind, und 12 % Kleie, das übrige verstäubt (siehe Erkl. 114). Wieviel Kilogramm Mehl und Kleie bekommt N.?

Auflösung. 132 hl Roggen à 71 kg wiegen 71 kg · 132 = 9 372 kg, davon erhält man 83 % Mehl, d. i.:

$$93{,}72 \text{ kg} \cdot 83 = 7\,778{,}76 \text{ kg}$$

Von diesen 7 778,76 kg Mehl gehen 11 % für Mahlgebühr ab. 11 % von 7 778,76 kg ist

$$\begin{array}{rl} 10\,\% = & 777{,}876 \text{ kg} \\ 1\,\% = & 77{,}7876 \text{ kg} \\ \hline & 855{,}66 \text{ kg} \end{array}$$

Also erhält N. 7 778,76 kg — 855,66 kg = 6 923,10 kg

Ausserdem bekommt er noch 12 % von 9 372 kg Kleie, d. i.:

$$93{,}72 \text{ kg} \cdot 12 = 1\,124{,}64 \text{ kg}$$

Erkl. 114. Für die Mehlgewinnung gilt

1 hl	guter Roggen wiegt	71 kg
1 hl	Mehl davon wiegt ca.	42 kg
1 hl	mittlerer Roggen wiegt	69,5 kg
1 hl	Mehl davon wiegt ca.	40 kg
1 hl	geringer Roggen wiegt	68 kg
1 hl	Mehl davon wiegt ca.	39 kg
1 hl	Weizen wiegt	75 kg
1 hl	Weizenmehl 1. Sorte wiegt	46,5 kg
1 hl	„ 2. „ „	43,5 kg
1 hl	„ 3. „ „	42,5 kg
1 hl	Roggenkleie wiegt	24 kg
1 hl	Weizenkleie wiegt	23,5 kg

Für Verstäubung und Mahlgebühr rechnet man 11 bis 14 %, an Kleie 12 bis 14 %.

Aufgabe 373. Zu einer Saalthüre braucht man 0,2 cbm Riegelholz, 1 cbm zu 66 ℳ; 5,8 qm Bekleidungsholz und 1,3 qm Bekrönungsholz, 1 qm zu 1,20 ℳ. Ein Geselle arbeitet an der Thüre 12 Tage und erhält für den Tag 2,50 ℳ Lohn und 12,5 % Lohnzuschlag. Die Geschäftsunkosten betragen 6,5 %. Ausserdem sind für Angeln, Schloss, Nägel und Leim noch 13,50 ℳ zuzurechnen. Wie gross ist der Selbstkostenpreis, wenn

das Holz um 10 % aufgeschlagen ist (siehe Erkl. 115)?

Erkl. 115. Aufgaben, in denen es sich darum handelt, den Selbstkostenpreis eines Fabrikates oder einer von auswärts bezogenen Ware unter Berücksichtigung aller damit verbundenen Unkosten zu berechnen, heissen Kalkulationsaufgaben (s. den Abschnitt G, Nro. 11).

Auflösung.

0,2 cbm Riegelholz à 66 ℳ pr. cbm	= 13,20 ℳ
5,8 qm Bekleidungsholz u. 1,3 qm Bekrönungsholz, 1 qm 1,20 ℳ	= 8,52 ℳ
	21,72 ℳ
+ 10 % Preiszuschlag	= 2,17 ℳ
12 Tage Arbeitslohn à 2,50 ℳ	= 30,00 ℳ
12,5 % Lohnzuschlag	= 3,75 ℳ
	57,64 ℳ
6,5 % Geschäftsunkosten	= 3,75 ℳ
Angeln, Schloss, Nägel, Leim	= 13,50 ℳ
Selbstkostenpreis:	74,89 ℳ

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 374. Ein Buchbinder hat täglich 1,20 ℳ Geschäftsunkosten; wieviel muss er einnehmen, wenn die Unkosten 5 % der Einnahme betragen sollen?

Aufgabe 375. Ein Bäcker muss, um den Verlust durch Verstäuben des Mehles und Festsetzen des Teiges an den Gefässen zu ersetzen, 5 % des Mehles mehr rechnen. Wieviel kann er von 42 kg Mehl zum Brotbacken verwerten?

Aufgabe 376. Zu den Hornteilen einer Pfeife, welche 500 g wiegen, braucht man 750 g unbearbeitetes Büffelhorn. Wieviel Prozent gehen durch Abfall verloren?

Aufgabe 377. Das Schlachtgewicht eines Rindes ist 60 % des lebenden Gewichts. a) Wie schwer war ein Rind lebend, wenn der Abgang 120 kg betrug? b) Wie gross ist das Schlachtgewicht eines 8 Ztr. schweren Rindes?

Aufgabe 378. Zu einem Bau sind 76 000 Ziegel erforderlich. Wieviel müssen bestellt werden, wenn 5 % durch Bruch verloren gehen?

Aufgabe 379. Ein Schneider braucht zu einem Anzuge 3,20 qm Stoff. Beim Zuschneiden gehen aber $11\frac{1}{9}$ % des gesamten Stoffes verloren. a) Wieviel Stoff muss er mehr bestellen? b) Wie lang muss der Stoff sein, wenn er 1,20 m breit ist?

Aufgabe 380. Durch das Abhobeln wurde die Dicke eines Brettes um 4 mm vermindert. Die Hobelspäne betrugen $16\frac{2}{3}$ %. Wie dick war das abgehobelte Brett?

Aufgabe 381. Zum Tapezieren eines Zimmers braucht man 55 qm Tapete. Mit [illegible]-rücksichtigung des Verschnittes muss man aber 57,2 qm kaufen. Wieviel Prozent [illegible]d für den Verschnitt gerechnet?

Aufgabe 382. Ein Buchbinder braucht zum Aufziehen und Lackieren von 12 Ka[illegible]n 26 Stunden, worin 30 % Zeitverlust, der durch Ausbreiten zum Trocknen ausserhalb [illegible]s Arbeitsraumes etc. entsteht, eingerechnet sind; wie gross ist dieser Zeitverlust?

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen**, das **beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

☛ Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart

1211. Heft. | Preis des Heftes 25 Pf. | Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente. Forts. v. Heft 1205. — Seite 65—80.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung von Heft 1205. — Seite 65—80.

Inhalt:

Un... Wi... ...us dem gewerblichen Leben. — Gelöste und ungelöste Aufgaben aus der Statistik und — Ueber p % grösser oder kleiner, mehr oder weniger. — Gelöste und ungelöste Aufgaben. — ...tsusanzen. — Gelöste und ungelöste Aufgaben. — Ueber die Preisusanzen. — Gelöste und ungelöste Aufgaben.

Stuttgart 1893.

...rlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens etc. etc. und zwar in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen nebst Angabe und Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen und alsdann auch alle Teile der reinen und angewandten Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die Lösungen hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen, etc.

Die Schüler, Studierenden und Kandidaten der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, Schritt für Schritt gelöste, Aufgabensammlung immerwährend an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum unfehlbaren Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren Prüfungen zu lösen haben, zugleich aber auch die überaus grosse Fruchtbarkeit der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem Lehrer soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des praktischen Teiles der mathematischen Disziplinen — zum Auflösen von Aufgaben — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, hiermit aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende Aufgaben zu lösen, die gehabten Regeln, Formeln, Sätze etc. anzuwenden und praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis für den Schul-Unterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den Ingenieuren, Architekten, Technikern und Fachgenossen aller Ar[illegible] en etc. etc. soll diese Sammlung zur Auffrischung der erworbenen und vielleicht [illegible] en mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre praktischen in allen [illegible] zweigen vorkommenden Anwendungen einem toten Kapitale lebendige Kraft ve[illegible] nd somit den Antrieb zu weiteren praktischen Verwertungen und weiteren Forschu[illegible] n.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und prakti[illegible] gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe de[illegible] verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nim[illegible] r, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird [illegible] ng thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlag[illegible]**

Aufgabe 383. Zur Erzeugung von Messing wurden 72 kg Kupfer mit a) 36 kg, b) 24 kg Zink zusammengeschmolzen. Wieviel Prozent des Messings beträgt der Kupfergehalt?

Aufgabe 384. Die Spiralfeder einer Taschenuhr wiegt 2,5 mg und kostet 50 ₰. Welchen Wert erlangt ein zu solchen Federn verwandtes Kilogramm Stahl, wenn 15 % bei der Herstellung verloren gehen?

Aufgabe 385. Wieviel Mehl erhält man aus a) 2 875 kg, b) 1 285 kg Roggen, wenn beim Mahlen 13,5 % Kleie und 5,5 % Verlust durch Verstäuben gerechnet werden?

Aufgabe 386. Ein Mützenmacher hat jährlich folgende Geschäftsunkosten: Miete der Geschäftsräume 160 ℳ, Steuern 47,50 ℳ, Licht, Feuerung, Werkzeuge 118 ℳ Diese Unkosten betragen 1,5 % seines Umsatzes. Wie gross ist derselbe?

Aufgabe 387. Wie gross ist der Preisunterschied zwischen den Arbeitslöhnen für die Herstellung von 1 200 Schrauben, wenn der Akkordpreis fürs Stück auf der Schneidemaschine 7,6 ₰ ist, bei der Anfertigung mit der Hand aber 250 % davon beträgt?

Aufgabe 388. Zu den Dielen eines Neubaues nimmt ein Tischler 868 laufende Meter Bretter, wobei er 68 m für Verschnitt gerechnet hat. Wieviel Prozent hatte er dafür genommen?

Aufgabe 389. Das Arbeitslohn und die Geschäftsunkosten zur Herstellung eines Schrankes betragen 28,64 ℳ oder 64 % vom Preise des verwandten Materials. Wie hoch sind die Selbstkosten des Schrankes?

Aufgabe 390. Wie lang muss eine gusseiserne Form im Lichten (im Innern) gemacht werden, wenn das Gusseisen 10,48 ‰ schwindet (durch Zusammenziehen beim Erkalten sich verkleinert) und das Gussstück 165 cm lang werden soll?

Aufgabe 391. Wie hoch sind die Herstellungskosten von einem Paar feiner Stiefel, wenn man an Leder 2,7 ℔ à 3,25 ℳ braucht, für Futter, Strippenband, Pech, Garn etc. 2,50 ℳ rechnet, das Arbeitslohn 40 % der Auslagen beträgt und für Geschäftsunkosten noch ein Zuschlag von 12 % zu erfolgen hat?

Aufgabe 392. Ein Goldarbeiter lässt 100 Medaillen prägen, von denen ihm jede an Silber 4,50 ℳ und an Arbeitslohn 2,25 ℳ kostet. Er verkauft 40 Medaillen mit 20 %, 30 mit 10 % Gewinn, während er die andern zum Selbstkostenpreis abgeben muss. Wieviel Prozent gewinnt er im ganzen?

Aufgabe 393. a) Wieviel Mehl und Kleie erhält man von 35 hl Roggen à 12,50 ℳ, wenn man 80 % Mehl, 12 % Kleie und 8 % Verstäubung rechnet? b) Wieviel verstäubt? c) Was kostet das gemahlene Getreide, wenn 9 % Mahlgebühr berechnet werden?

Aufgabe 394. Aus einer Menge Weizen hatte man 245 kg Mehl erhalten. Wie gross war das Gewicht des Getreides, wenn sich 12,5 % Kleie ergeben hatten, und für Mahlgebühr und Verstäubung 14 % abgingen?

Aufgabe 395. Ein Dach von 14,70 m Länge und 7 m Breite soll mit Latten gedeckt werden, welche 25 cm von einander entfernt liegen und eine Länge von 5 m haben. Darauf sollen Pfannen kommen, welche in ihrer Länge von Latte zu Latte reichen und

in ihrer Breite 21 cm decken. a) Wieviel laufende Meter Latten braucht man? b) Wieviel Prozent muss von den Latten abgeschnitten werden? c) Wieviel Pfannen, einschliesslich 8 % Bruch, sind erforderlich?

Aufgabe 396. Es ist der Preis eines Kegelspieles zu berechnen: Ein Kegel nimmt 0,022 cbm Raum ein; für Abfall beim Drechseln sind 45 % von dem zu nehmenden Holzklotz zu rechnen; 1 cbm Rotbuchenholz kostet 48 *M*; der Arbeitslohn beträgt für den Kegel 30 *₰*, die Unkosten 15 % des Arbeitslohnes. Die zwei Kugelstücke kosten je 3,75 *M*, der Arbeitslohn beträgt 65 % vom Preise des Holzes, Polieren etc. $33\frac{1}{3}$ % des Arbeitslohnes.

---

c) Aufgaben aus der Statistik und Wissenschaft.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 397. Die atmosphärische Luft besteht aus 21 % Sauerstoff und 79 % Stickstoff. Wieviel Sauerstoff ist in einem Zimmer enthalten, das 3,20 m hoch, 5,50 m breit und 8,75 m lang ist?

Erkl. 116. Der Inhalt eines Parallelepipeds von a m Länge, b m Breite und c m Höhe ist $a \cdot b \cdot c$ cbm (siehe Kleyers Lehrbuch der Körperberechnung I, Seite 6).

Auflösung. Der Rauminhalt des Zimmers beträgt:

$$3{,}2 \cdot 5{,}5 \cdot 8{,}75 \text{ cbm} = 154 \text{ cbm} \quad \text{(s. Erkl. 116.)}$$

Davon sind:

$$21\,\% = 32{,}34 \text{ cbm Sauerstoff}$$

und

$$79\,\% = 121{,}66 \text{ cbm Stickstoff.}$$

Aufgabe 398. Zinnober enthält 100 Teile Quecksilber und 16 Teile Schwefel. Wieviel Prozent Schwefel enthält also der Zinnober?

Erkl. 117. Man ist sehr leicht geneigt zu antworten 16 %, dann müsste aber gefragt sein: Wieviel Prozent des Quecksilbers beträgt der Schwefel?

Auflösung. (Siehe Erkl. 117.)

Auf 116 Teile Zinnober kommen 16 T. Schwefel
„ 100 „ „ „ x „ „

Es folgt:

$$x = 1600 : 116 = 13\frac{23}{29}$$

Zinnober enthält $13\frac{23}{29}$ % Schwefel.

Aufgabe 399. Von dem Nutzeffekt einer Maschine gehen 18 % und zwar 134,1 mkg (siehe Erkl. 118) durch Reibung und Uebertragung der Kraft verloren. Wie gross ist die wirkliche Leistung der Maschine?

Erkl. 118. mkg bedeutet Meterkilogramm und ist ein Kraftmass. Man versteht nämlich darunter die Kraft, die erforderlich ist, 1 kg 1 m hoch zu heben oder 1 m weit fortzuschaffen. Mitunter wendet man auch Kilogrammmeter in demselben Sinne an. Aehnliche Bedeutung haben Fusspfund, Meterzentner u. a.

Auflösung. Der Ansatz ist unter Berücksichtigung, dass 18 % Verlust hier bedeutet: von 100 mkg Nutzeffekt gehen 18 mkg verloren und demnach sind nur 82 mkg brauchbar:

Nutzeffekt	Verlust	brauchbar
100	18	82
	134,1	x

Es folgt:

$$x = \frac{134{,}1 \cdot 82}{18} \text{ mkg} = 610{,}9 \text{ mkg.}$$

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 400. Der Mensch atmet in einer Stunde 300 l Luft aus, welche 4 % Kohlensäure enthält. Wieviel Liter Kohlensäure sind das?

Aufgabe 401. Ein Zwanzigmarkstück wiegt rund 8 g und enthält 90 % feines Gold. Wieviel Gold ist in demselben?

Aufgabe 402. Erwärmt man einen Eisenstab von 0° auf 100° C, so dehnt er sich um 1,22 ‰ aus. Wie lang ist ein Stab aus Eisen bei 100° C, wenn er bei 0° C gerade 1 m Länge hat?

Aufgabe 403. Ein Körper verliert unter dem Wasser gewogen 12,5 % seines Gewichtes und wiegt nur 21 kg. Wie gross ist der Gewichtsverlust?

Aufgabe 404. Durch eine verbesserte Einrichtung liess sich die Nutzwirkung einer Maschine um 10 % und zwar um 35 mkg erhöhen. Wie gross war sie nunmehr?

Aufgabe 405. Gute Butter enthält 86 % Fett, 11 % Wasser und 3 % Käsestoff mit Eiweiss. Wieviel von diesen Stoffen ist in 5 kg Butter enthalten?

Aufgabe 406. Abgerahmte Milch enthält 90 % Wasser, 4 % Eiweiss und 0,5 % Fett. Wieviel von diesen Stoffen nimmt ein Kind zu sich, das täglich 1,5 l Milch trinkt?

Aufgabe 407. Ein Silberdraht war um 75 % seiner Länge ausgezogen worden und mass nun 105 cm. Um wieviel war er länger geworden?

Aufgabe 408. Die Eisenerzförderung auf der Erde beträgt gegenwärtig rund 50 000 000 t. Davon werden in Grossbrittannien 29 %, in Nordamerika 22,9 %, in Deutschland 20,8 %, in Spanien 13,3 % gewonnen. Wieviel Tonnen Eisen bringen die genannten Staaten hervor?

Aufgabe 409. In der Schlacht an der Katzbach waren $22\frac{8}{11}$ % der Franzosen geblieben und nur 51 000 Mann kehrten zurück. Wieviel Franzosen hatten in dieser Schlacht gekämpft?

Aufgabe 410. Von einer Eisenbahnlinie, deren Länge 420,400 km beträgt sind 52,5 % geradlinig, 47,5 % gekrümmt. Wieviel Kilometer verlaufen geradlinig?

Aufgabe 411. Ein 2 kg schwerer Leuchter aus Neusilber enthält 1,040 kg Kupfer, 0,520 kg Zink; das übrige ist Nickel. Wieviel Prozent Nickel befinden sich darin?

Aufgabe 412. Ein Kupferdraht hat sich durch Erwärmen um 1,72 ‰ ausgedehnt, so dass seine Länge 222,382 m beträgt. Wie lang war er vorher?

Aufgabe 413. Ingenieur Trautweiler hat den Plan einer Bergbahn auf die Jungfrau ausgearbeitet. Danach soll die Bahn aus vier Teilen bestehen und zwar 1) von Stegmatten bis Stellifluh 1380 m lang mit 980 m Steigung, 2) von Stellifluh bis Schwarz-Mönch 1840 m lang mit 760 m Steigung, 3) von Schwarz-Mönch bis Silberlücke 1880 m lang mit 1039 m Steigung, 4) von Silberlücke bis zum Gipfel der Jungfrau 1400 m lang mit 491 m Steigung. Wieviel Prozent Steigung auf die Länge gerechnet ergeben sich für jeden Teil?

Aufgabe 414. Den ersten Versuch, die Grösse der Erde zu bestimmen, unternahm Eratosthenes. Er fand die Länge des Breitengrades in Aegypten zu 126 000 m, wobei er gegen die wahre Länge 15 197,4 m zuviel gerechnet hatte. Um wieviel Prozent irrte Eratosthenes?

Aufgabe 415. Durch Einverleibung von Vorstadtdörfern wuchs am 1. Januar 1890 die Einwohnerzahl Leipzigs von 219 000 auf 287 000. Um wieviel Prozent (2 St.) ist sie gestiegen?

Aufgabe 416. Die Volkszählung des Königreichs Sachsen ergab im Jahre 1885 3 182 003 Einwohner und 1890 3 500 513. Wieviel Prozent (2 St.) beträgt die Zunahme der Bevölkerung in diesen 5 Jahren?

Aufgabe 417. Kartoffel enthält 25 %, Kohlrabi 13 %, Möhre 15 %, Sauerkraut 6,5 %, Schneidebohnen 9 %, Aepfel 15,5 % trockenen Nahrungsstoff, das Uebrige ist Wasser. Wieviel Wasser befindet sich a) in 78 kg Kartoffeln, b) in 25 kg Kohlrabi, c) in 14 kg Möhre, d) in 4 kg Sauerkraut, e) in 10 kg Bohnen, f) in 3 kg Aepfeln?

Aufgabe 418. Die Bevölkerung der Vereinigten Staaten betrug 1870 35,56 Millionen, 1880 50,16 Millionen und 1890 63,5 Millionen. Um wieviel Prozent (1 St.) war sie gestiegen a) von 1870 bis 1880, b) von 1880 bis 1890, c) von 1870 bis 1890?

Aufgabe 419. 100 g Wasser lösen 36 g Kochsalz auf; wieviel Prozent Salz kann danach höchstens eine Kochsalzlösung enthalten?

Aufgabe 420. Von der Erdoberfläche sind nur 135 646 700 qkm mit Land bedeckt, Es ist dies 26,6 % der ganzen Fläche. a) Wie gross ist diese? b) Wieviel Prozent. c) wieviel Quadratkilometer sind mit Wasser bedeckt?

Aufgabe 421. Von der Gesamtoberfläche des deutschen Reiches sind 482,6 ‰ Acker- und Gartenland, 257 ‰ Wald, 109,6 ‰ Wiesen, 85,4 ‰ Weideland, 2,5 ‰ Weinberge und 34 000 qkm sind unbenutzt. a) Wieviel Quadratkilometer kommt auf jede dieser Arten? b) Wie gross ist die Gesamtfläche?

Aufgabe 422. Wieviel Liter reine Luft muss der Mensch in 24 Stunden einatmen, wenn er in dieser Zeit 746 g Sauerstoff braucht, von welchem 16 g einen Raum von 11,2 l einnehmen und die Luft 21 % Sauerstoff enthält?

Aufgabe 423. Von den Einwohnern Europas gehören 47,26 % der römisch-katholischen, 24,71 % der griechisch-katholischen Kirche an. 22,16 % sind Protestanten, 1,81 % Juden und 1,95 % Mohammedaner. Die Anzahl der Protestanten ist 73 120 000. Wieviel Personen gehören den anderen Religionsgemeinschaften an? (Bis auf die Zehntausender abrunden.)

Aufgabe 424. In der Schlacht von Sedan kämpften 124 000 Franzosen; 3 000 fielen, 14 000 wurden verwundet, 21 000 in der Schlacht gefangen, 3 000 entkamen nach Belgien und 83 000 gerieten durch die Uebergabe der Festung in die Hände der Deutschen. Wieviel Prozent der Gesamtmacht waren a) gefallen, b) verwundet etc.?

Aufgabe 425. C. Wood Davis macht über die brotessende Bevölkerung der Erde und die Anbaufläche der Hauptnahrungsmittel (Körnerfrüchte und Kartoffeln) folgende Angaben:

	Bevölkerung in Millionen	Anbaufläche in 1000 Acres
1870	359	492 467
1880	400	555 031
1890	456	593 047

Wieviel Prozent (1 St.) nahm die Bevölkerung und die Anbaufläche zu a) im ersten, b) im zweiten Jahrzehnt, c) von 1870 bis 1890?

Aufgabe 426. Nach Moleschott braucht ein Mann bei mittlerer Arbeit zur täglichen Nahrung 130 g Eiweiss, 40 g Fett und 550 g Kohlenhydrate. Ochsenfleisch enthält 21,9 % Eiweiss und 9 ‰ Fett, Kalbfleisch 15,3 % Eiweiss und 13 ‰ Fett, Schweinefleisch 14 % Eiweiss und 170 ‰ Fett, gesalzener Hering 17,5 % Eiweiss und 127 ‰ Fett. Ferner befinden sich im Schwarzbrot 44,2 %, im Weissbrot 60,1 %, in den Kartoffeln 21,8 %, im Reis 78,1 %, in der Hirse 66,5 %, in den Erbsen 58,2 %, in den Linsen 55 % Kohlenhydrate (Stärkemehl und Zucker). a) Wieviel Gramm von jeder Fleischsorte und gesalzenem Hering muss der Mann geniessen, um seinen Eiweissbedarf zu decken? b) Wieviel Fett nimmt er mit jeder dieser Speise auf? c) Wieviel Fett muss er ausserdem zu sich nehmen oder geniesst er mehr als er braucht? d) Wieviel Schwarzbrot u. s. w. braucht er, um seinen Bedarf an Kohlenhydraten nur durch dieses zu decken?

---

2) Ueber p % grösser oder kleiner, mehr oder weniger.

Frage 33. Was heisst 1) eine Grösse a ist um p % grösser als eine andere b? und 2) eine Grösse b ist um p % kleiner als eine andere a (siehe Erkl. 119)?

Erkl. 119. Unter a und b hat man sich je eine beliebige Zahl, eine Strecke oder Fläche vorzustellen. In der Algebra (siehe Kleyers Lehrbücher hierüber) bezeichnet man Grössen aller Art mit Buchstaben und erreicht dadurch, dass die abgeleiteten Sätze für jede Grösse, die den gegebenen Voraussetzungen entspricht, gültig sind, während sie beim Einsetzen bestimmter Zahlen eben nur für die genommenen Zahlen als richtig erwiesen sind, es also noch zweifelhaft bleibt, ob sie für alle Zahlen Geltung haben.

Erkl. 120. Das Zeichen $>$ bedeutet „ist grösser als", während $<$ heisst „ist kleiner als". Also ist:

$5 > 3$ zu lesen: 5 ist grösser als 3 und
$3 < 5$ „ 3 ist kleiner als 5.

Erkl. 121. Wie die Erfahrung lehrt, glaubt der Unbedachtsame immer, dass auch b um 5 % kleiner sein müsse als a, wenn a um 5 % grösser ist als b und umgekehrt. Da nun derartige Vergleichungen sehr häufig vorkommen, so ist ein richtiges Auffassen derselben von Wichtigkeit, und man wird dazu kommen, wenn man sich klar macht, welche Grösse zu Grunde gelegt wird, und welche man damit vergleichen soll. Es empfiehlt sich, die nebenstehenden Betrachtungen an zwei Strecken, die eine etwa von 100 mm, die andere von 110 mm, vorzunehmen.

Antwort. Wenn $a > b$ (s. Erkl. 120), so vergleiche ich die Grösse a mit b; den Ausgang der Vergleichung bildet also die kleinere Grösse b. Sage ich nun a ist um p % grösser als b, so denke ich mir b in 100 gleiche Teile geteilt und gebe an, um wieviel solche Teile a die Grösse b überragt. a ist um p % grösser als b heisst somit:

Wenn auf b 100 Teile kommen, so kommen auf a p solche Teile mehr, das sind $100 + p$ Teile.

Sage ich aber b ist um p % kleiner als a, so bildet a den Ausgangspunkt bei der Vergleichung. Ich denke mir dieses in 100 gleiche Teile zerlegt und gebe an, um wieviel solche Teile b kleiner ist. b ist nun p % kleiner als a heisst somit:

Wenn auf a 100 Teile kommen, so kommen auf b p solche Teile weniger, also $100 - p$ Teile.

Danach ist der Massstab, mit welchem ich die beiden Grössen messe, in beiden Fällen ein verschiedener. Es ist nämlich:

bei a ist p % $> b$ $\quad \frac{1}{100}$ b

bei b ist p % $< a$ $\quad \frac{1}{100}$ a

woraus folgt, dass p, dieselben Grössen a und b vorausgesetzt, verschieden sein muss. Man merke also, wenn a um p % > b, so ist nicht auch b um p % < a (siehe Erkl. 121).

Frage 34. Um wieviel Prozent ist b kleiner als a, wenn a um p % grösser ist als b?

Antwort. a ist um p % > b heisst: Kommen auf b 100 Teile, so hat a 100 + p solche Teile. Wieviel Prozent ist b < a heisst: Wieviel Teile kommen auf b weniger, wenn auf a 100 Teile kommen? Daraus ergiebt sich der Ansatz:

a	b	Unterschied
100 + p	100	p
100		x

Es folgt:

$$1) \ldots x = \frac{p \cdot 100}{100 + p} \text{ (siehe Erkl. 122).}$$

Erkl. 122. In ähnlicher Weise findet man, um wieviel Prozent a > b, wenn b um p % < a. Der Ansatz lautet:

a	b	Unterschied
100	100 — p	p
	100	x

Es folgt:

$$2) \ldots x = \frac{p \cdot 100}{100 - p}$$

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 427. Ein Arbeiter A erhält wöchentlich 36 ℳ Lohn, ein anderer B nur 27 ℳ. Wieviel Prozent verdient a) B weniger als A und b) A mehr als B?

Auflösung.

a)

A	B	weniger
36	27	9
100		x

x = 25 %

b)

A	B	mehr
36	27	9
	100	x

$x = 33\frac{1}{3}$ % (siehe Erkl. 123).

Erkl. 123. Probe: a) B erhält 25 % weniger als A:

A bekommt 36 ℳ
— 25 % davon = 9 ℳ
also erhält B 27 ℳ Lohn

b) A erhält $33\frac{1}{3}$ % mehr als B:

B erhält 27 ℳ
+ $33\frac{1}{3}$ % davon = 9 ℳ
also erhält A 36 ℳ Lohn.

Aufgabe 428. Ein Arbeiter A erhält wöchentlich 36 ℳ, ein anderer B aber 45 ℳ. Wieviel Prozent erhält a) B mehr als A, b) A weniger als B?

Auflösung.

a)

A	B	mehr
36	45	9
100		x

x = 25 %

b)

A	B	weniger
36	45	9
	100	x

x = 20 %
(siehe Erkl. 124).

Erkl. 124. Probe: 25 % mehr

a) A erhält 36 ℳ
+ 25 % = 9 ℳ
B erhält 45 ℳ

b) 20 % weniger
B erhält 45 ℳ
— 20 % = 9 ℳ
A erhält 36 ℳ

Aufgabe 429. A giebt täglich eine gewisse Summe aus und kann 84 Tage reisen. Wie lange kann er reisen, wenn er a) 4 % weniger, b) 5 % mehr ausgiebt?

Erkl. 125. Die Ansätze sind vermittelst des Einheitsschlusses oder nach Erkl. 106 zu lösen; denn es liegt umgekehrtes Verhältnis vor.

a) Gelöst durch Einheitsschluss:

Giebt er 100 ℳ aus, so reist er 84 Tage

„ „ 1 „ „ „ „ „ $84 \cdot 100$ „

„ „ 96 „ „ „ „ „ $\frac{84 \cdot 100}{96}$ „

das sind $87\frac{1}{2}$ Tage.

Auflösung. a) Giebt er 4 % weniger aus, so giebt er an Stelle von 100 ℳ nur 96 ℳ aus:

Giebt er 100 ℳ aus, so reist er 84 Tage

„ „ 96 „ „ „ „ „ x „

Es folgt: $x = 87\frac{1}{2}$ Tage.

b) Giebt er 5 % mehr aus, so giebt er an Stelle von 100 ℳ 105 ℳ aus:

Giebt er 100 ℳ aus, so reist er 84 Tage

„ „ 105 „ „ „ „ „ x „

Es ist: $x = 80$ Tage (siehe Erkl. 125).

Aufgabe 430. Wieviel Frauen ersetzen 36 Männer, wenn die Frauen 20 % weniger leisten als die Männer?

Erkl. 126.

1 Frau leistet 80

x Frauen leisten 100

Gerades Verhältnis, woraus sich ergiebt, dass $1\frac{1}{4}$ Frau 100 leistet.

Auflösung. Die Frauen leisten 20 % weniger, heisst: Wenn ein Mann 100 leistet, leistet die Frau nur 80, oder $1\frac{1}{4}$ Frau leistet 100 (siehe Erkl. 126).

1 Mann leistet soviel als $1\frac{1}{4}$ Frau

36 „ leisten „ „ x „

Antwort 45 Frauen.

Aufgabe 431. 13 Frauen leisten eine Arbeit in 12 Tagen. Wieviel Tage brauchen 6 Männer zu derselben Arbeit, wenn sie 30 % mehr leisten als die Frauen?

Erkl. 127. Diese und die zwei vorhergehenden Aufgaben, sind Aufgaben aus der Regeldetri mit umgekehrten Verhältnissen, wobei der Bedingungssatz durch die Prozentangabe erst zu ermitteln ist.

Auflösung. Die Männer leisten 30 % mehr heisst, leistet 1 Frau 100, so leistet 1 Mann 130 oder 100 Mann leisten dasselbe wie 130 Frauen od. 10 dasselbe wie 13 Frauen.

13 Frauen oder 10 Männer brauchen 12 Tage

6 „ „ x „

umgekehrtes Verhältnis $x = 20$ Tage (siehe Erkl. 127).

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 432. 1 kg Schweinefleisch kostet 1,20 ℳ, Hammelfleisch ist um $12\frac{1}{2}$ % billiger und Kalbfleisch um $12\frac{1}{2}$ % teurer. Wieviel kostet 1 kg von jeder Sorte?

Aufgabe 433. Ein Beamter bezieht monatlich 250 ℳ Wieviel erhält A, der 10 % weniger, und B, der 10 % mehr verdient?

Aufgabe 434. Eine Sorte Kaffee wird um $6\frac{1}{4}$ % billiger, so dass 1 kg 3 ℳ kostet. Wie teuer war 1 kg vorher?

Aufgabe 435. Eine Sorte Kaffee wird um $6\frac{1}{4}$ % teurer, so dass 1 kg 3,40 ℳ kostet. Wie teuer war 1 kg vorher?

Aufgabe 436. A hat 3 300 ℳ Gehalt, B 3 600 ℳ a) Wieviel Prozent ist das Gehalt des A grösser als das des B? b) Wieviel Prozent ist das Gehalt des B kleiner als das des A?

Aufgabe 437. Für den Quadratmeter eines Bauplatzes forderte man von N 1,60 ℳ Er bot jedoch $6\frac{1}{4}$ % weniger und zahlte, da sein Gebot angenommen wurde, 300 ℳ Wie gross war der verkaufte Platz?

Aufgabe 438. Das Gewicht einer Ware beträgt 8,750 kg. Durch Lagern in feuchtem Raume erhöht es sich auf 8,900 kg. a) Wieviel Prozent wiegt es mehr? b) Wieviel Prozent ist das ursprüngliche Gewicht kleiner?

Aufgabe 439. Das Gehalt eines Beamten wird von 2 250 ℳ auf 2 400 ℳ erhöht. Wieviel Prozent a) von seinem früheren b) nunmehrigen Gehalt hat er mehr bekommen?

Aufgabe 440. Von zwei Geschäftsinhabern hat der eine 24 000 ℳ eingelegt, der andere 6 % mehr. Um wieviel übertrifft die Einlage des zweiten die des ersten?

Aufgabe 441. 1 l Quecksilber wiegt 13,6 kg. Platin ist $58\frac{3}{34}$ % schwerer. Wie schwer ist 1 l Platin?

Aufgabe 442. Ein Gut brachte infolge besserer Bewirtschaftung 8 % mehr Einnahme als im vergangenen Jahre, und zwar 9 450 ℳ Wie gross war der vorjährige Ertrag?

Aufgabe 443. Für 20 ha zahlte X 8 858 ℳ, für 15 ha zahlte Y 6 180 ℳ Wieviel Prozent zahlte a) X für 1 ha mehr als Y, b) Y für 1 ha weniger als X?

Aufgabe 444. Früher war 1 ℔ Gold gleich 15,5 ℔ Silber, gegenwärtig aber sind 3 ℔ Gold gleich 55 ℔ Silber. Um wieviel Prozent ist das Gold im Werte gestiegen und das Silber gefallen?

Aufgabe 445. N braucht zu einer Reise 25 Stunden. Wieviel Stunden braucht M, der 12 % schneller als N geht?

Aufgabe 446. N macht einen Weg in 60 Stunden, M aber in 51 Stunden. Wieviel Prozent geht M schneller als N?

Aufgabe 447. Jemand will mit seinem Gelde statt 49 Wochen 56 Wochen reichen. Wieviel Prozent muss er täglich weniger ausgeben?

Aufgabe 448. 24 Frauen leisten soviel wie 18 Männer; wieviel Prozent leistet eine Frau weniger als ein Mann?

Aufgabe 449. 75 Männer vollenden eine Arbeit in 65 Tagen. Wieviel Tage brauchen 78 Frauen zu derselben Arbeit, wenn die Frauen 28 % weniger leisten als die Männer?

Andeutung. Aehnlich der Aufgabe 431.

---

3) Ueber die Gewichtsusanzen.

Anmerkung 6. Soll der Wert einer Warensendung berechnet werden, so sind von dem Gewichte derselben erst die gebrauchsmässigen und vom Verkäufer gestatteten Abzüge zu machen. Diese Abzüge sind Tara (Emballage, Fastage), Gutgewicht, Ausschlag oder Abschlag, Fusti, Refaktie, Leckage und Besemschon. Ueber die Bedeutung dieser Ausdrücke giebt die Antwort zur Frage 4 genügende Auskunft. Ihre Berechnung geschieht nach den unter B bis E aufgestellten Grundsätzen. Es handelt sich hier nur noch darum, an Beispielen zu zeigen, wie man zu verfahren hat, wenn mehrere solche Abzüge zusammen vorkommen; freilich lassen sich hierüber allgemeine Regeln nicht aufstellen, da fast jeder Handelsplatz seine besonderen Gebräuche hat. Die Tara rechnet man beinahe überall in Prozenten vom Bruttogewicht, das Gutgewicht aber in Prozenten vom Nettogewichte, nur Hamburg macht hiervon eine Ausnahme, indem es erst das Gutgewicht vom Brutto rechnet und die Tara vom Reste. Meistens werden beide Abzüge bis auf die ganzen oder halben Gewichtseinheiten abgerundet, wobei im letzteren Falle unter $\frac{1}{4}$ für nichts, $\frac{1}{4}$ bis $\frac{3}{4}$ für $\frac{1}{2}$ und über $\frac{3}{4}$ für 1 gilt. In den folgenden Aufgaben sollen Abrundungen nicht stattfinden und die Abzüge gemäss der in der Aufgabe gegebenen Reihenfolge vom jedesmaligen Reste berechnet werden.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 450. Ein Sack Kaffee wiegt 45 kg, die Tara beträgt 11 %, das Gutgewicht ist $2\frac{1}{2}$ %. Wie gross ist das Nettogewicht?

Erkl. 128. Statt der bei den Kaufleuten am meisten üblichen Abkürzungen für Brutto, Tara, Netto Btto, Ta, Ntto empfehlen wir die kürzeren und bequemeren Br, Ta, Ne.

Auflösung.

	Br 45 kg
— 11 % Ta	= 4,95 kg
	40,05 kg
— $2\frac{1}{2}$ % Gutg.	= 1,001 kg
	Ne = 39,049 kg

(siehe Erkl. 128).

Aufgabe 451. Wie gross ist das Nettogewicht von 10 Fässern Terpentinöl bei 1,5 % Ausschlag, 1 % Gutgewicht und 25 % Tara, wenn das Bruttogewicht eines Fasses 375 kg ist?

Erkl. 129. Bei Abkürzung bis auf $\frac{1}{2}$ kg erhält man folgendes:

Ab Ausschlag 56,5 kg giebt	3 693,500 kg
— 1 % Gutg.	37 kg
	3 656,500 kg
— 25 % Ta	914 kg
	Ne 2 742,500 kg

Auflösung. 10 Fass à 375 kg wiegen:

	Br 3 750 kg
— 1,5 % Ausschlag	= 56,250 kg
	3 693,750 kg
— 1 % Gutg.	= 36,938 kg
	3 656,812 kg
— 25 % Ta	= 914,203 kg
	Ne = 2 742,609 kg

(siehe Erkl. 129).

Aufgabe 452. Wieviel Pfund Netto ergeben in Hamburg 50 Ballen nordamerikanische Baumwolle Br 11 852 ℔, wenn abgehen $1\frac{1}{2}$ % für eiserne Bänder, 3 ‰ Abschlag, $\frac{1}{2}$ % Refaktie und 4 % Tara?

Erkl. 130. Werden zur grösseren Befestigung der Einpackung eiserne Reifen, Stricke, Doppelsäcke und dergl. verwendet, so ist das Gewicht derselben selbstverständlich vor der Tara in Abzug zu bringen. Die Verpackung wird entweder zum Selbstkostenpreise oder, insbesondere bei grossen Posten, gar nicht berechnet.

Auflösung.

	Br	11 852 ℔
— $1\frac{1}{2}$ % für eis. Bänder (siehe Erkl. 130.)	=	177,78 ℔
		11 674,22 ℔
— 3 ‰ Abschlag	=	35,023 ℔
		11 639,197 ℔
— $\frac{1}{2}$ % Refaktie	=	58,196 ℔
		11 581,001 ℔
— 4 % Tara	=	463,240 ℔
	Netto =	11 117,761 ℔

Aufgabe 453. Für eine Sendung Zucker, deren Nettogewicht 4 114 kg betrug, waren 15 % Tara gerechnet worden. Wie gross war das Bruttogewicht?

Erkl. 131. Aufgaben, in denen andere Grössen als Brutto und Tara gegeben sind, kommen in der Praxis seltener vor. Man löst sie am besten wie die nebenstehende und die folgende durch Ansatz.

Auflösung. (Siehe Erkl. 131.)

Br	Ta	Ne
100	15	85
x		4 114

$$x = \frac{4114 \cdot 100}{85} = 4840$$

Das Bruttogewicht war 4 840 kg.

Aufgabe 454. In Frankfurt a. M. kauft man 60 Ballen Hopfen Br kg 12 404, Ne kg 12 156. Wieviel Prozent Tara sind gerechnet?

Erkl. 132. In beistehendem Ansatze muss das unter x stehende Glied erst ergänzt werden durch Subtraktion von 12404 — 12156 = 248.

Auflösung. (Siehe Erkl. 132.)

Br	Ta	Ne
100	x	
12 404	248	12 156

$$x = \frac{248 \cdot 100}{12404} = \dot{2} \text{ (rund)}$$

Die Tara beträgt 2 %.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 455. Das Bruttogewicht einer Ware beträgt 375 kg. An Tara wird a) 5 %, b) 12 %, c) 8 %, d) 4 % gerechnet. Wie gross ist das Nettogewicht?

Aufgabe 456. 50 kg Oel kosten 45 ℳ. Was hat man für ein Gefäss mit Oel zu zahlen, wenn das Bruttogewicht 30 kg ist und 5 % Tara gerechnet werden?

Aufgabe 457. Ein Kaufmann erhielt eine gewisse Warenmenge, deren Nettogewicht nach Abzug von $2\frac{1}{2}$ % Tara 698,100 kg betrug; wie gross war das Bruttogewicht?

Aufgabe 458. An Tara waren zu 2 % 89,500 kg abgezogen worden; welches Nettogewicht hatte man erhalten?

Aufgabe 459. Eine Ware wiegt Brutto 560 kg, die Tara beträgt 70 kg. Wieviel Prozent ist auf die Tara zu rechnen?

Aufgabe 460. Ein Fass Ware wog Brutto 330 kg und kostete Netto 150 ℳ, wobei 1 kg Netto mit 50 ₰ bezahlt worden war. a) Wieviel Kilogramm betrug die Tara? b) Wieviel Prozent sind dies?

Aufgabe 461. Wie gross ist das Nettogewicht von 8 Kisten Zucker, die Kiste zu 165 kg Brutto nach Abzug von $2\frac{1}{2}$ % Gutgewicht und 26 kg Tara für jede Kiste?

Aufgabe 462. Ein Kaufmann erhält 4 260 kg Kaffee. Er kann 12 % Tara und 1,25 % Gutgewicht abziehen. Wieviel Kilogramm Netto hat er zu bezahlen?

Aufgabe 463. 2 000 Sack Südseesalpeter wiegen in Hâvre Brutto 204 300 kg, Tara 2 %, Gutgewicht 2 %, Refaktie 4 %. Wie gross ist das Nettogewicht?

Aufgabe 464. 5 Pipen Olivenöl wiegen in Hamburg 4615 ℔, Tara 130 ℔ per Pipe, Gutgewicht 1 %, Leckage 3 %; wie gross ist das Nettogewicht?

Aufgabe 465. 10 Fass Palmöl wiegen in Rotterdam Brutto 3 000 kg, Gutgewicht 1 %, Ausschlag 1 %, Tara 14 %; wieviel wiegen sie Netto?

Aufgabe 466. Wie gross ist das Nettogewicht, wenn von 2 000 kg Brutto 5 % Tara, 1 % Gutgewicht und 10 % Fusti abgehen?

Aufgabe 467. Hamburg verkauft 20 Kisten braunen Havanna-Zucker, Brutto 5 600 ℔, mit 1,25 % Gutgewicht, 25 % Tara und 4 % Besemschon. Wieviel Pfund Netto erhält es bezahlt?

Aufgabe 468. Wie gross ist das Nettogewicht von 375 Stück Campecheholz bei Brutto 8 850 kg, $1\frac{1}{2}$ % Gutgewicht, 1 % Ausschlag und $\frac{1}{4}$ % Refaktie? (Bis auf halbe Kilogramme abzurunden.)

---

4) Ueber die Preisusanzen.

Anmerkung 7. Soll der Wert einer Warensendung bestimmt werden, so ist zunächst unter Berücksichtigung der unter No. 3 angegebenen Gewichtsabzüge dasjenige (Netto-) Gewicht zu berechnen, für welches der Preis in Anrechnung kommt. Dieser selbst wird je nach dem Gegenstande des Handels in verschiedener Weise angegeben und zwar 1) dadurch, dass man den Preis für den ganzen gekauften oder verkauften Gegenstand angiebt, z. B. bei Häusern, Möbeln u. dergl.; 2) dadurch, dass der Preis für eine Einheit oder eine gewisse Menge der Ware bestimmt wird, z. B. für 1 kg, 1 ha, 1 Gross, 50 kg, 50 l; oder 3) dadurch, dass man zu einer fest angenommenen Geldmenge die Warenmenge setzt, welche man dafür erhält, z. B. für 100 fs erhält man 81 ℳ, für 10 £ 204 ℳ. Die Angabe 1) erledigt sich von selbst. Die Angabe 3) kommt im Warenhandel nur im Detail-(Einzel-)Verkauf vor, häufig aber im Geldhandel (siehe Olbrichts Lehrbuch des bürgerlichen und kaufmännischen Rechnens 3. Teil). Aus der Angabe 2) endlich, welche beim Handel mit Waren die allgemein gebräuchliche ist,

findet man den Preis durch Anwendung der Schluss- oder Kettenrechnung (siehe Olbrichts Lehrbuch hierüber Seite 102, 110, 119 und 155). Dieser so gefundene Preis erleidet aber unter Umständen gewisse Veränderungen, die hier erörtert werden sollen.

Frage 35. Welche Arten von Preisusanzen unterscheidet man?

Antwort. Es giebt 4 Arten von Preisusanzen, nämlich Bonifikation (siehe Erkl. 133), Diskont, Rabatt und Darauf- und Dareingabe.

Erkl. 133. Bonifikation ist eine Entschädigung für etwaige Fehler der Ware oder für Beschädigungen. Sie wird in Prozenten vom Hundert berechnet.

Frage 36. Was versteht man unter Diskont (siehe Erkl. 134)?

Antwort. Der Preis einer Ware ist entweder zu verstehen gegen Barzahlung (per comptant, pr. contant, pr. Kassa) oder mit einem bestimmten Ziel. Ist er mit 1, 2 oder 3 Monate Ziel angegeben, so wird er für diesen Zeitraum creditiert und ist nach Ablauf desselben zu bezahlen (siehe Erkl. 135). Wird er aber sofort bar bezahlt, so erhält der Schuldner dafür eine Entschädigung. Diese heisst Diskont und wird meist in Prozenten von der Schuldsumme für den in Betracht kommenden Zeitraum angegeben, ist also von der Schuldsumme in Prozenten vom Hundert, von der Barzahlung aber in Prozenten im Hundert zu berechnen. Für die Fälle, wo der Diskont in Prozenten fürs Jahr oder für den Monat angegeben ist, siehe den Abschnitt dieses Buches über Diskont- und Rabattrechnung.

Erkl. 134. Diskont, Skonto oder auch Dekort ist ein Allerweltsname, mit welchem man fälschlicherweise jeden Geldabzug, insbesondere auch Rabatt, bezeichnet. Man gewöhne sich, ihn in nebenstehendem Sinne zu gebrauchen.

Erkl. 135. Creditieren heisst für eine bestimmte Zeit borgen. Muss dies geschehen, so wird der Verkäufer den Kassapreis zum mindesten um die Zinsen für die Zahlungsfrist erhöhen, um keine Einbusse zu erleiden. Wird der Posten auch nach Ablauf dieser Frist nicht bezahlt, so werden vom Schuldner bis zur Bezahlung Zinsen erhoben, die man Verzugszinsen nennt und zu 4 bis 6 % berechnet. Für die Berechnung dieser Zinsen gelten die im Abschnitte der Zinsrechnung aufgestellten Regeln.

Frage 37. Was ist unter Rabatt zu verstehen?

Antwort. Will ein Fabrikant seine Ware überall zu demselben Preise verkauft haben, so muss er den Zwischenhändlern dieselbe billiger lassen, damit sie die Unkosten decken können und noch einen entsprechenden Gewinn haben. Er gewährt ihnen also einen meist in Prozenten vom festgesetzten Warenpreise angegebenen Abzug, welcher Rabatt heisst.

Von dieser Art ist auch der Buchhändlerrabatt. Der Verleger bestimmt den Ladenpreis, zu welchem das Buch einzeln verkauft werden soll und gewährt dem Sortimenter als Ersatz für

Erkl. 136. Da die Höhe des Rabatts in das Belieben des Fabrikanten gestellt ist, so kann er denen, die z. B. infolge grösserer Entfernung vom Bezugsorte mehr Unkosten haben oder gleich grössere Warenposten entnehmen, einen höheren Abzug gewähren. Der eigentliche Diskont wird im allgemeinen 6 % nicht überschreiten, Rabatt aber bewegt sich zwischen 10 und 50 %. Er wird in Prozenten vom Hundert oder auch in Prozenten auf Hundert in Bezug auf den Verkaufspreis der Ware angegeben und demgemäss berechnet. Will man nämlich Rabatt vom Hundert gewähren, so muss man den Selbstkostenpreis um dieselben Prozente im Hundert erhöhen, bei Rabatt auf Hundert jedoch muss

der Aufschlag vom Herstellungspreise nach Prozenten vom Hundert berechnet werden.

Als Buchhändlerrabatt werden gewöhnlich Prozente gewährt, die einen bequemen Teil von 100 bilden als 20 %, 25 % oder $33\frac{1}{3}$ %. Er ist immer in Prozenten vom Ladenpreis zu berechnen.

die beim Bezuge entstehenden Unkosten und zur Ermöglichung eines Gewinnes einen Rabatt, welcher so bedeutend sein kann, dass dieser seinerseits dem Kunden einen Nachlass zu gewähren imstande ist (siehe Erkl. 136).

Frage 38. Was versteht man unter Darauf- und Dareingabe?

Erkl. 137. Darauf- und Dareingabe, welche bei Waren vorkommen, die nach der Stückzahl verkauft werden, sind nicht unmittelbare Vergütungen am Preise, sie kommen aber darauf hinaus und lassen sich leicht als eine Art Rabatt darstellen. Die Daraufgabe ist nämlich nichts anderes als ein Rabatt auf Hundert, die Dareingabe dagegen ein Rabatt im Hundert. Zur Daraufgabe gehören die im Buchhandel gewöhnlich an Kolporteure (Leute, die sich mit dem Verbreiten von Schriften durch Hausieren befassen) oder Buchhandlungsreisende gewährten Freiexemplare.

Antwort. Wenn der Käufer bei einer bestimmten Menge gekauften Ware ein oder mehrere Stück, ohne sie bezahlen zu müssen, dazu erhält, so nennt man dies Daraufgabe.

Wenn er aber bei Annahme einer gewissen Zahl ein oder mehrere Stück nicht zu bezahlen braucht, so heisst dies Dareingabe.

Auf 10 Stück 1 daraufgeben heisst also, 10 Stück werden bezahlt und 1 erhält der Käufer umsonst. Auf 10 Stück 1 dareingeben heisst für 10 Stück kommt der Preis nur für 9 in Anrechnung (siehe Erkl. 137).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 469. Wie hoch kommen in Hamburg 18 Säcke Domingo-Kaffee, Brutto 1050 kg, Tara 2 % à 79 ℳ pr. 50 kg mit 3 % Bonifikation und 2 % Diskont vom Rest?

Erkl. 138. Wie überall, so gewöhne man sich auch hier daran, die Lösung in möglichst übersichtlicher Form darzustellen, dabei ist zu beachten, dass man Zusammengehöriges (Gewichte, Geld) untereinander schreibt, Nebenrechnungen aber abseits ausführt.

Auflösung. (Siehe Erkl. 138.)

18 Säcke Domingo-Kaffee:

Br 1050 kg	2 % Tara	
— Ta 21 kg		
Ne 1029 kg		
	à 79 ℳ pr. 50 kg =	1625,82 ℳ
	— 3 % Bonifik. =	48,77 ℳ
		1577,05 ℳ
	— 2 % Diskont =	31,54 ℳ
		1545,51 ℳ

Aufgabe 470. Eine Ware soll 518,50 ℳ Erlös bringen, wieviel ist zu fordern, wenn $3\frac{1}{2}$ % Diskont gewährt werden sollen?

Erkl. 139. Man hätte auch ansetzen können:

Schuldsumme	Barzahlung	Diskont
100	96,5	3,5
	518,5	x

$$x = \frac{518{,}5 \cdot 3{,}5}{96{,}5} = 18{,}81$$ und da Barz. + Disk. = Schuldsumme, so ist 518,5 + 18,81 = 537,31 die Schuldsumme.

Auflösung. 518,50 ℳ ist der um den Diskont verminderte Betrag, daher ist anzusetzen:

Schuldsumme	Barzahlung	Diskont
100	96,5	3,5
x	518,5	

$$x = \frac{518{,}5 \cdot 100}{96{,}5} = 537{,}305 \cdots$$

Die Forderung beträgt 537,31 ℳ (siehe Erkl. 139).

Aufgabe 471. Für 56 Fässer Havanna-Zucker wurden 4094,11 $ gefordert und 4032,70 $ bezahlt. Wieviel Prozent Diskont waren abgezogen worden?

Erkl. 140. Aus Schuldsumme und Barzahlung wird durch Subtraktion der Diskont gefunden und x dann aus der 1. und 3. Vertikalreihe berechnet.

Auflösung. (Siehe Erkl. 140.)

Schuldsumme	Barzahlung	Diskont
100		x
4094,11	4032,70	61,41

$$x = \frac{100 \cdot 61{,}41}{4094{,}11} = 1{,}5 \text{ (rund).}$$

Der Diskont beträgt $1\frac{1}{2}$ %.

Aufgabe 472. Eine Fabrik verkaufte einen Warenposten im Betrage von 849,30 ℳ mit 15 % Rabatt vom Hundert, Ziel 2 Monat oder 1 % Diskont. Wieviel erhielt sie bei Barzahlung?

Erkl. 141. Da der Diskont von der Schuldsumme zu berechnen ist, so muss das hier von dem Betrage geschehen, der sich nach Abzug des Rabatts ergiebt, da eben dieser die Schuldsumme ist.

Auflösung. (Siehe Erkl. 141.)

Betrag der Ware	849,30 ℳ	
ab 15 % Rabatt	{ 84,93 ℳ	
	{ 42,47 ℳ	
	721,90 ℳ	pr. 2 Monat
— 1 % Diskont	7,22 ℳ	
	714,68 ℳ	bar.

Aufgabe 473. Der Nettopreis eines Buches ist 3,60 ℳ. Wie hoch wird der Ladenpreis sein müssen, wenn der Verleger 25 % Rabatt vom Hundert geben will?

Erkl. 142. Der Rabatt beträgt den 3. Teil des Nettopreises, hier also 3,60 ℳ : 3 = 1,20 ℳ, folglich ist der Ladenpreis:

3,60 ℳ + 1,20 ℳ = 4,80 ℳ

Auflösung. (Siehe Erkl. 142.)

Ladenpreis	Nettopreis	Rabatt
100	75	25
x	3,60	

$$x = 360 : 75 = 4{,}80$$

Der Ladenpreis ist 4,80 ℳ

Aufgabe 474. Ein Dutzend Stühle à 7,50 ℳ soll mit 10 % Rabatt auf Hundert verkauft werden. Wieviel ist dafür zu fordern?

Erkl. 143. Probe:

Barzahlung	81,82 ℳ
dazu 10 % Rabatt vom Hundert	8,18 ℳ
giebt als Schuldsumme	90,00 ℳ

Auflösung. 12 Stück à ℳ 7,50 = ℳ 90

Schuldsumme	Barzahlung	Rabatt
110	100	10
90	x	

$$x = \frac{100 \cdot 90}{110} = 81{,}82$$

Die Forderung beträgt 81,82 ℳ (siehe Erkl. 143).

Aufgabe 475. Auf 20 Stück erhält man 3 darauf. a) Wieviel Stück erhält man darauf beim Einkaufe von 460 Stück? b) Wie hoch kommt mit der Daraufgabe 1 Stück zu stehen, wenn 20 Stück 25,30 ℳ kosten? Wieviel Prozent Rabatt c) vom Hundert, d) auf Hundert beträgt die Daraufgabe?

Auflösung. Nach der Schlussrechnung findet man für a) und b):

a) Auf 20 Stück erhält man 3 darauf
„ 360 „ „ „ x = 54 darauf

b) 23 Stück kosten 25,30 ℳ
1 „ kostet x = 1,10 ℳ

Erkl. 144. Probe zu c) und d):

c) 1 Stück würde ohne Daraufgabe kosten:
25,30 ℳ : 20 = 1,27 ℳ hiervon
$13\frac{1}{23}$ % Rabatt = 0,17 ℳ ab
giebt = 1,10 ℳ
d. i. der Preis eines Stückes mit Daraufgabe.

d) 1 Stück mit Daraufgabe kostet 1,10 ℳ
dazu 15 % Rabatt 0,17 ℳ
(Vom Hundert, da dies die Barzahlung ist)
giebt 1,27 ℳ
als Preis eines Stückes ohne Daraufgabe.

Ginge man vom Preise eines Stückes ohne Daraufgabe aus, so wäre der Rabatt auf Hundert zu rechnen und abzuziehen.

c)

	Schulds.	Barz.	Rabatt
x % vom Hundert:	100		x
	23	20	3

$$x = 300 : 23 = 13\frac{1}{23}$$

Die Daraufgabe ist $13\frac{1}{23}$ % Rabatt vom Hundert.

d)

	Schulds.	Barz.	Rabatt
x % auf Hundert:		100	x
	23	20	3

Die Daraufgabe ist 15 % auf Hundert (siehe Erkl. 144).

Aufgabe 476. Bei 20 Stück werden 3 darein gegeben. a) Wieviel Stück erhält man beim Kaufe von 360 Stück darein? b) Wie hoch kommt 1 Stück zu stehen, wenn 10 Stück ohne Dareingabe 18,00 ℳ kosten? Wieviel Prozent Rabatt c) vom Hundert, d) auf Hundert beträgt diese Dareingabe?

Erkl. 145. Die Probe gestaltet sich in ähnlicher Weise wie bei Aufgabe 475.

Streng genommen müsste hier wie vorhin in die Ansätze c) und d) nicht die Anzahl der Stück, sondern der Preis derselben aufgenommen werden, da x % Rabatt sich doch auf den Preis bezieht. In diesem Falle würden die Zahlen 20, 23 und 17 mit dem entsprechenden Preise zu multiplizieren sein, was aber keine Aenderung herbeiführen wird, da sich diese Faktoren wegheben.

Auflösung. a) und b) nach der Schlussrechnung.

a) Auf 20 Stück erhält man 3 darein
„ 360 „ „ „ x = 54 darein

b) 1 Stück kostet 1,80 ℳ; bei Abnahme von 20 werden nur 17 bezahlt, also kosten 20 Stück 1,80 ℳ · 17 = 30,60 ℳ und 1 Stück mit Dareingabe 1,53 ℳ

c)

	Schulds.	Barz.	Rabatt
x % vom Hundert:	100		x
	20		3

Die Dareingabe ist 15 % Rabatt vom Hundert.

d)

	Schulds.	Barz.	Rabatt
x % auf Hundert:		100	x
	20	17	3

Die Dareingabe ist $17\frac{11}{17}$ % auf Hundert (siehe Erkl. 145).

Aufgabe 477. Der Nettopreis einer Ware ist 37,40 ℳ pr. Dutzend, wie teuer muss man sie verkaufen, wenn man a) auf 20 Stück 3 darauf, b) auf 20 Stück 3 darein geben will?

Erkl. 146. Hieraus ergiebt sich die folgende Regel: Man multipliziere den Nettopreis mit der Anzahl der zu verkaufenden Stücke und dividiere das Produkt durch die Anzahl der zu bezahlenden Stücke.

Auflösung. a) Auf 20 Dutzend erhält man 3 Dutzend darauf, es müssen somit 20 Dutzend den Ertrag von 23 Dutzend = (37,40 · 23) ℳ bringen, also kostet 1 Dutzend:

$$\frac{37{,}40 \cdot 23}{20} \text{ ℳ} = 43{,}01 \text{ ℳ}$$

b) Von 20 Dutzend werden nur 17 bezahlt, die folglich 37,40 ℳ · 20 Ertrag bringen müssen, also ist für 1 Dutzend zu fordern:

$$\frac{37{,}40 \cdot 20}{17} \text{ ℳ} = 44 \text{ ℳ}$$ (s. Erkl. 146).

Aufgabe 478. Dieselbe Ware wird geboten zu 8,25 ℳ mit 2 % Diskont oder zu 9,10 ℳ mit 12 % Rabatt auf Hundert oder zu 9,60 ℳ und auf 12 Stück 1 darauf oder mit 9,20 ℳ und bei 10 Stück 1 darein. Welches Angebot ist das billigste?

Erkl. 147. Wird eine Ware von gleicher Beschaffenheit von verschiedenen Seiten angeboten, so kann man die Frage, wo am vorteilhaftesten eingekauft wird, erst dann beantworten, wenn die Bruttopreise durch die gestatteten Abzüge in Nettopreise umgewandelt sind.

Auflösung. (Siehe Erkl. 147.)

Diskont	Rabatt
8,25 ℳ	9,10 ℳ
— 2 % = 0,17 ℳ	— 12 % auf 100 = 0,98 ℳ
8,08 ℳ	8,12 ℳ

Daraufgabe	Dareingabe
9,60 ℳ · 12	9,20 ℳ · 9
115,2 ℳ : 13	82,80 ℳ : 10
8,86 ℳ	8,28 ℳ
da man 12 bezahlt und 13 erhält.	da man 9 bezahlt und 10 erhält.

Das Angebot zu 8,25 ℳ mit 2 % Diskont ist das vorteilhafteste.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 479. Wieviel Diskont erhält man a) von 506 ℳ zu 3 %, b) von 742 ℳ zu 2 %, c) von 115 fl zu 5 %, d) von 3080 $ zu 1,5 %?

Aufgabe 480. Wie gross ist der Nettopreis eines Buches, wenn der Ladenpreis ist a) 16 ℳ bei 25 % Rabatt, b) 36 ℳ bei 20 % Rabatt, c) 5 ℳ bei $33\frac{1}{3}$ % Rabatt?

Aufgabe 481. Der Zentner einer Ware kostet ohne Rabatt 18 ℳ Wieviel ist zu fordern, wenn a) 10 % Rabatt auf Hundert, b) 10 % Rabatt vom Hundert zu gewähren sind?

Aufgabe 482. Wieviel Stück erhält man auf 36 umsonst, wenn a) auf 12 ein Stück darauf, b) auf 18 fünf Stück darein gegeben werden?

Aufgabe 483. Wieviel Prozent Rabatt auf Hundert ist gleichwertig mit einer Daraufgabe von 3 auf 20?

Aufgabe 484. Wieviel Prozent Rabatt vom Hundert ist gleichwertig mit einer Dareingabe von 3 bei 25?

Aufgabe 485. Der Nettopreis eines Buches beträgt 2,40 ℳ Wie hoch wird der Verlagsbuchhändler den Ladenpreis a) bei 20 %, b) bei 25 %, c) bei $33\frac{1}{3}$ % Rabatt ansetzen?

Aufgabe 486. Wieviel ist für eine Schuld von 24816,50 fs bar zu zahlen, wenn 2 % Bonifikation und vom Reste 3 % Diskont abgehen?

Aufgabe 487. Eine Schuld wurde mit a) 53,80 ℳ, b) 53,77 ℳ bar bezahlt. Es waren bei a) 5 % Diskont auf Hundert, bei b) 5 % Diskont vom Hundert gerechnet worden. Wie gross war die Schuldsumme?

Druck von Carl Hammer in Stuttgart

1212. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1211. — Seite 81—96.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.**
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-)und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren
Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminhnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung von Heft 1211. — Seite 81—96.

Inhalt:

Ur... über die Preisusanzen. — Ueber die Spesenberechnung. — Gelöste und ungelöste Aufga... er Assekuranz- und Havarierechnungen. — Gelöste und ungelöste Aufgaben. — Ueber die ...trechnung. — Gelöste und ungelöste Aufgaben. — Ueber die Warenrechnung. — Gelöste und ungelöste Aufgaben.

Stuttgart 1893.
...rlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben** aus dem **Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie,** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues,** des **konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form,** mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc.,** so dass die **Lösung** jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen und alsdann auch alle Teile der reinen und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der **mathematischen** Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft **keine Zeit** erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen **Arbeiten eine vollständige** Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten.** Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt wer[den].

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und **Fachgenossen aller Art,** [...] etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht **verges[se]nen** mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen** [...] **zweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital** lebendige Kraft verlei[hen] und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** [...]en.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und pra[ktische] Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Ang[...]sen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt [...]er, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird der[en] [...]ung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlag[shandlung].**

Aufgabe 488. 4 000 kg einer Ware kosten mit dem Geschäftsgewinn 2 450 ℳ. Wie teuer müssen 50 kg verkauft werden, um 1,5 % Diskont gewähren zu können?

Aufgabe 489. Eine Sendung Konserven kostete 986,40 ℳ, bei Barzahlung jedoch nur 961,74 ℳ. Wieviel Prozent Diskont bewilligte man?

Aufgabe 490. Ein Rechnungsbetrag wurde mit 2 % Diskont durch 875,83 ℳ bar bezahlt. Wie hoch war er?

Aufgabe 491. Wie gross war die Forderung, wenn bei 4,5 % 16,25 fs Diskont gewährt wurden?

Aufgabe 492. Wieviel Prozent werden für eine Schuldsumme von 64,53 fl ö bei 35 % Rabatt auf Hundert bar bezahlt?

Aufgabe 493. Wie hoch ist der Rabatt, welchen ein Verlagsbuchhändler bei 25 % auf folgende Rechnung gewährt: 32 Exemplare à 1,75 ℳ; 35 Exemplare à 3,20 ℳ; 42 Exemplare à 8,50 ℳ?

Aufgabe 494. Ein Fabrikant will ein Gross Spielwaren, dessen Herstellungskosten 24,31 fs sind, mit 15 % Rabatt vom Hundert verkaufen; wieviel muss er fordern?

Aufgabe 495. Für eine Rechnung wurden nach Abzug von 1 087,56 ℳ Rabatt 3 640,94 ℳ bar bezahlt. Wieviel Prozent vom Hundert hatte man berechnet?

Aufgabe 496. Wie hoch ist der Preis einer Ware anzusetzen, von welcher das Dutzend 45,80 ℳ kostet, wenn 10 % Rabatt auf Hundert und 2 % Diskont gewährt werden sollen?

Aufgabe 497. Jemand kauft 80 Stück einer Ware à 8 ℳ und erhält a) auf 10 Stück 1 darauf, b) auf 10 Stück 1 darein. Wie hoch kommt ihm das Stück?

Aufgabe 498. Das Stück einer Ware kommt auf 5,76 Cor zu stehen. Wie hoch muss der Preis gestellt werden, um auf 25 Stück 1 darein geben zu können?

Aufgabe 499. Wieviel Prozent Rabatt vom Hundert ist gleichbedeutend a) mit einer Daraufgabe von 2 auf 25, b) mit einer Dareingabe von 3 auf 40?

Aufgabe 500. M. empfängt folgende Angebote: A. will ihm 100 kg mit 84 ℳ und 12 % Rabatt auf Hundert, B. mit 78 ℳ und 2 % Diskont, C. mit 92,50 ℳ und 20 % Rabatt vom Hundert verkaufen. Wer stellt ihm die besten Bedingungen?

Aufgabe 501. Was ist für den Käufer vorteilhafter, 10 % Diskont vom Hundert und das 13. Exemplar frei oder 20 % Rabatt auf Hundert ohne Freiexemplar?

Aufgabe 502. Wieviel Prozent vom Hundert beträgt der Rabatt, wenn ein Buchhändler 25 % und auf 25 Exemplare 3 darauf giebt?

Aufgabe 503. Eine Ware wird angeboten zu 25 ℳ mit 4 % Diskont oder zu 28,80 ℳ mit 20 % Rabatt auf Hundert oder zu 30 ℳ und 3 Stück auf 12 darauf oder zu 26,67 ℳ und 1 auf 10 darein. Welches Angebot ist das vorteilhafteste?

5) Ueber die Spesenberechnung.

Frage 39. Was versteht man unter Spesen und welche Arten unterscheidet man?

Erkl. 148. Die Benennung der Spesen erklärt sich ausser den bei Frage 4 erledigten Fällen meist von selbst. Die wichtigsten Kommissions- und Maklerspesen sind: Auktionskosten, Delcredere, Kommission, Kurtage, Provision. Spesen der Expedition, Empfangnahme und Aufbewahrung werden mit den allgemeinen Namen Verpackungs-, Verladungs-, Auf- und Ablade-, Ein- und Ausschiffungs-, Ablieferungs- und Platzspesen bezeichnet oder besonders aufgeführt als: für Fastagen, Leinwand, Papier, Reifen, Stricke, Nägel, Verküpern, Verböttchern, Zeichnen, Anstreichen, Ausbessern, Füllen und Abfüllen, Wiegen, Messen, Krahngeld, Aufbringen (von Bord ans Land, vom Wagen ins Magazin), Absetzen (zu Schiff, an Bord, auf den Wagen bringen), Landen, Löschen, Auf- und Abladen, Ausschiffen, Kahnfracht, Prahmenmiete, Träger- und Fuhrlohn, Trinkgeld, Lagermiete, Proben ziehen, Briefporto, Depeschen und noch vieles Andere.

Die Transportspesen bestehen in der Fracht und den während der Reise notwendig werdenden Ausgaben, wozu Kaplaken und Primage gehören.

Nicht bedeutende Auslagen fasst man unter dem Namen kleine Spesen, verschiedene Spesen zusammen.

Antwort. Alle Ausgaben, die beim Ein- oder Verkaufe von Waren ausser dem eigentlichen Preise vorkommen, nennt man Unkosten oder Spesen. Sie sind infolge der Verschiedenheit der Waren, der Platzgebräuche, der Besonderheit eines jeden Geschäftes, der gesetzlichen Vorschriften der Staaten und Gemeinden ausserordentlich mannigfaltig.

Der Berechnung nach unterscheidet man zwei Arten, proportionierte und unproportionierte Spesen. Die Höhe der ersteren richtet sich nach der Menge, dem Gewicht oder Rauminhalt der gehandelten Ware oder nach der in Betracht kommenden Geldsumme, die der letzteren aber nicht.

Dem Wesen nach unterscheidet man Wertspesen, d. s. die vom Geldwerte abhängigen, und Gewichtsspesen, d. s. die von der Menge der Ware abhängigen. Zu den ersteren gehören die Kommissions- und Maklergebühren, die Geld- und Wechselspesen, die Steuern, Zölle und Versicherungsprämien, zu den letzteren zum Teil die Expeditions-, Transport-, Empfangnahme- und Aufbewahrungsspesen. (Siehe Erkl. 148.)

Frage 40. Was ist für die Berechnung der Spesen zu merken?

Erkl. 149. Man wird bei der Berechnung darauf zu achten haben, ob der reine oder der vermehrte oder verminderte Betrag gegeben ist, ob man also Prozente vom, auf oder im Hundert zu nehmen hat. In den meisten Fällen sind die Spesen in Prozenten vom Hundert zu nehmen.

Antwort. Die Einkaufsspesen vergrössern die Ausgabe des Käufers, sie sind also zum Einkaufspreis zu addieren. Die Verkaufsspesen vermindern den Ertrag für den Verkäufer, sie sind vom Verkaufspreise zu subtrahieren. Die proportionierten Spesen werden meistens in Prozenten angegeben und nach den unter B bis E aufgeführten Regeln berechnet (siehe Erkl. 149).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 504. Wie hoch belaufen sich die folgenden Spesen in Amsterdam für 200 Packen Java-Tabak: Empfangen, Wiegen, Ausbessern 31,20 fl; Verschiffen und Schleusen-

geld 21 fl; Kurtage 2 % von 12 530 fl; Konnossement (siehe Erkl. 150) und kleine Spesen 4,15 fl; Assekuranz von 14 000 fl zu $\frac{3}{8}$ %; Stempel und Police 12,50 fl?

Erkl. 150. Der Schein, wodurch sich der Verfrachter zum Empfang der Fracht bekennt und auf Grund dessen die Abgabe an den Empfänger nach Menge und Beschaffenheit zu erfolgen hat, heisst Konnossement.

Auflösung. Spesenrechnung.

Empfangen, Wiegen etc. . . .	31,20 fl
Verschiffen, Schleusengeld . . .	21,00 fl
2 % Kurtage von 12 530 fl . .	250,60 fl
Konnossement, kleine Spesen . .	4,15 fl
$\frac{3}{8}$ % Assekuranz	52,50 fl
Stempel und Police	12,50 fl
	371,95 fl

Aufgabe 505. Wie hoch sind die Spesen in London über 20 Fässer holländischen Krapp (siehe Erkl. 151)?

Erkl. 151. Krapp oder Färberröte ist die für die Färberei zubereitete Wurzel der Färberröte, Rubia tinctorum, einer aus dem Orient stammenden und im südlichen Europa wildwachsenden Pflanze, welche gegenwärtig in Holland, dem Elsass, in Südfrankreich, Belgien, Italien und dem südlichen Russland wegen des in der Wurzel enthaltenen Farbstoffes angebaut wird.

Auflösung. Spesenrechnung.

Fracht und Prämie von Antwerpen laut Konnossement.	£ 11 · 8 · 3
Angabe, Zoll, Ufergebühr . .	£ 33 · 8 · 6
Lichterlohn, Werftgeld, Miete	£ 6 · 12 · 6
Assekuranz von £ 600 à $\frac{5}{6}$. d. h. 5 sh 6 d pr. 100 £	£ 1 · 13 · —
Kurtage $\frac{1}{2}$ % von £ 694 · 10 · 7	£ 3 · 9 · 6
Kommission und Delcredere von £ 684 · 4 · 3 zu 3 % . . .	£ 20 · 10 · 6
	£ 77 · 2 · 3

Aufgabe 506. Für wieviel Mark wurde eingekauft, wenn die Einkaufsrechnung mit 11 % Spesen 792,54 ℳ beträgt?

Erkl. 152. Ist der Betrag, von welchem die Spesen zu rechnen sind, nicht gegeben, so ist ein Ansatz in nebenstehender Weise zu machen.

Auflösung. (Siehe Erkl. 152.)

Einkauf	Spesen	Eink. + Spesen
100	11	111
x		792,54

$$x = \frac{792{,}54 \cdot 100}{111} \text{ ℳ} = 714 \text{ ℳ}$$

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 507. Für wieviel Franks wurde eingekauft, wenn die Einkaufsspesen zu 5,5 % 93,50 fs betrugen?

Aufgabe 508. Für wieviel Mark wurde verkauft, wenn der Erlös abzüglich 14 % Spesen 2 279 ℳ betrug?

Aufgabe 509. Wieviel Prozent Spesen hatte man gerechnet, wenn der Einkauf mit 9,06 ℳ Spesen 63,42 ℳ war?

Aufgabe 510. Spesenrechnung auf 100 Säcke Kakao: Assekuranz von 5 700 ℳ à $\frac{1}{4}$ %; Kurtage und Police 21,80 ℳ; Everführerlohn, Aufbringen, Wägen 35,90 ℳ; für Zuwägen und Absetzen 19,40 ℳ; Transitodeklaration und Stempel 1,70 ℳ; Spedition und kleine Spesen 48,40 ℳ.

Aufgabe 511. Wie hoch sind folgende Spesen für 230 Ballen Kaffee im Werte von 20 371,96 fl hl: Kurtage $\frac{1}{2}$ %, Promessestempel 1 ‰, Empfangen, Wiegen etc. 38,67 fl, Konnossement 13,50 fl, Assekuranz von 21 000 fl zu $\frac{5}{8}$ %, Police, Porto etc. 3,10 fl?

Aufgabe 512. Wie gross ist die Spesenrechnung über 50 Fass Potasche: Zoll auf 1 350 Pud à 55 Kop für 10 Pud; Angabe 4,50 Pud, Wraklohn 50 Kop per Fass; Empfangen, Wiegen, Verladen 1,15 Rb per Fass; Kurtage 0,5 % und Delcredere 1 % von 2 885,40 Rb; Schiffsbefrachtung 60 Kop per 120 Pud von 1 500 Pud; Kommission 2 % und Wechselkurtage 0,5 % von 3 071,46 Rb; Porto und kleine Spesen 2,31 Rb?

Aufgabe 513. Spesenrechnung über 25 Fass Färbereichenrinde Netto 24,5 Tons im Werte von 1 054,60 $, gekauft in Philadelphia und von dort über New-York verladen nach Havre. Spesen in Philadelphia: Inspektion 1 $ per Ton Netto; Böttcherlohn 25 cs per Fass; Arbeitslohn 37 cs per Fass; Einkaufs- und Verschiffungskommission 1,5 %. Spesen in New-York: Fracht von Philadelphia à 25 cs per 100 ℔ von 58 240 ℔; Lichtergeld und Fuhrlohn à 1 $ per Fass; Ladeschein, Stempel und Porto 4,50 $; Wechselkurtage $\frac{1}{4}$ % von 1 072,36 $.

Aufgabe 514. Spesen über Versendung von einem Ballen Teneriffa-Cochenille: Kurtage à 5 ‰ von £ 146·16·8; Zollangabe, Deklaration und Garantie £ —·7·6; Verschiffungsspesen £ 2·14·—; Kommission 2 % von £ 146·19·5; Assekuranz auf £ 170 à 3 sh 4 d % (d. h. 3 sh 4 d auf 100 £), Stempel 6 d.

Aufgabe 515. Spesenrechnung über 10 Fässer Ceylon-Kaffee: Auktionskosten à 2 sh per Fass; Kurtage 1 % von £ 346·15·—; Zollhausspesen £ —·10·6; Verschiffungsspesen und Arbeitslohn £ 1·11·6; Ladeschein, Proben und kleine Spesen £ —·10·5; Assekuranz auf £ 370·—·— à 4 sh 5 d auf £ 100; Stempel 1 sh; Kommission 2 % von £ 352·7·8.

---

6) Ueber Assekuranz- und Havarierechnungen.

Frage 41. Welche Posten kommen bei einer Assekuranz-(Versicherungs-)Rechnung in Betracht?

Antwort. Eine Assekuranz-Rechnung enthält folgende Posten:

1) Die Prämie. Sie wird in Prozenten angegeben und in Prozenten vom Hundert von der versicherten Summe berechnet (siehe Erkl. 153). Die Versicherungssumme ist gewöhnlich der Wert des betreffenden Gegenstandes einschliesslich aller bis zum Augenblicke der Versicherung entstandenen Unkosten. Manche Versicherungsgesellschaften gestatten einen mutmasslichen oder imaginären Gewinn von gewöhnlich 10 % hinzuzurechnen und mitzuversichern. Ausserdem können auch die Spesen der Assekuranz selbst mitversichert werden.

2) Die Assekuranzkurtage, d. i. die Vergütung, welche der vermittelnde Makler nach Prozenten oder Promille vom versicherten Betrag oder von der Prämie erhält.

3) Die Assekuranz-Kommission oder -Provision, die Vergütung für den Kommissionär wegen besorgter Ver-

Erkl. 153. Die Höhe der Prämie ist im allgemeinen von der Grösse der Gefahr, welche die Gesellschaft übernimmt, abhängig und darum sehr verschieden. Sie wird aus der Erfahrung auf Grund statistischer Erhebungen bestimmt nach Massgabe des Verhältnisses der in einer gewissen Zeit vorgekommenen Schäden zur Zahl und dem Betrage der versicherten Gegenstände mit Berücksichtigung der Verwaltungskosten der Versicherungsgesellschaft. Bei Feuerversicherungen ist der Satz meist ein sehr niedriger und wird daher nach Promille angegeben; bei Transport- (See-, Fluss-, Eisenbahn-)Versicherungen ist er etwas höher. In London wird die Prämie in Schillingen und Pences für £ 100 berechnet. Man schreibt $\frac{4}{5}$ %, d. h. für je £ 100 Versicherungssumme sind 4 sh 5 d zu zahlen. Ausser den genannten Versicherungen giebt es noch Hagel-, Glas-, Lebens-, Unfall-, Invaliditäts-, Kredit-, Aussteuer-, Hypotheken-, Militär-, Vieh-Versicherungen.

sicherung, wird nach Prozenten von der versicherten Summe beansprucht.

4) Die Auslagen für Police (siehe Erkl. 154) Stempel und Porto.

Alle diese Posten sind zu addieren, um den Betrag der Assekuranzrechnung zu erhalten.

Erkl. 154. Die über den Versicherungsvertrag ausgestellte Urkunde heisst Police; sie ist stempelpflichtig.

Frage 42. Was versteht man unter Ristorno (siehe Erkl. 155)?

Antwort. Eine abgeschlossene Versicherung kann ganz oder teilweise aufgehoben (ristorniert) werden. Die in diesem Falle von dem Versicherer ganz oder teilweise zurückzuzahlende Prämie nennt man Ristorno. Der Versicherer erhält aber in allen Fällen eine Entschädigung vom Versicherten, Ristornoprovision genannt, welche in Prozenten angegeben wird (s. Erkl. 156).

Erkl. 155. Ristorno (Ritorno, ital.) oder Storno nennt man in der Buchhaltung die Zurückschreibung oder Ausgleichung eines irrig eingetragenen Postens.

Erkl. 156. Ristorno findet statt, wenn die versicherten Güter nicht fortgeschafft werden oder zur Zeit des Abschlusses der Versicherung schon angekommen oder verloren waren, ohne dass der Versicherte darum wusste, und in ähnlichen Fällen.

Frage 43. Welche Arten von Havarie unterscheidet man?

Antwort. Man unterscheidet grosse, partikuläre und kleine Havarie.

Die grosse Havarie begreift alle die Schäden, Verluste und Ausgaben in sich, welche einem Teile der Ladung oder dem Schiffe freiwillig zugefügt oder dafür aufgewendet werden, um das Uebrige zu retten, z. B. das Ueberbordwerfen von Gütern, das Abhauen der Masten u. dergl. Alle diese Kosten haben sämtliche Interessenten des Schiffes, der Fracht und Ladung nach Verhältnis zu tragen oder für den versicherten Teil die Versicherungsgesellschaft.

Zur partikulären Havarie gehören alle Schäden, welche das Schiff oder einen Teil der Ladung durch einen Unfall während der Reise betroffen haben, und die jeder einzelne Eigentümer oder Versicherer zu tragen hat. Sie wird von dem letzteren mit Ausnahme der Prozente, von welchen er gesetzlich befreit ist oder sich bei der Versicherung frei gemacht hat, vollständig vergütet.

Betreffs der kleinen Havarie siehe Erkl. 157.

Die Berechnung des Schadens heisst Dispache (franz.). Sie wird durch stän-

Erkl. 157. Die ordinäre oder kleine Havarie besteht in allen denjenigen Unkosten und Ausgaben, welche der Schiffer unterwegs aufzuwenden hat, um die Fahrt ungehindert zu vollenden und die Ladung wohlbehalten nach dem Bestimmungsorte zu bringen. Es gehören namentlich dazu: Die Anker-, Lootsen-, Feuer-, Prahmen-, Lichter-, Pfahl- und Brückengelder, die Abgaben an die Seebehörden etc. Sie wird nach Art. 622 des allgemeinen deutschen Handelsgesetzbuches vom Verfrachter allein getragen, der sich an der Fracht oder durch Primage erholt.

Erkl. 158. Die Dispache enthält: Eine Erzählung der Reisebegebenheiten und des erlittenen Unfalles; die Aufstellung des entstandenen Schadens nach einer Schätzung des Schiffes und der beschädigten Waren; die Wiederherstellungsunkosten; den Wert der verlorenen Schiffsgeräte und der geworfenen Güter nebst allen aufgelaufenen Unkosten; die Bestimmung des Wertes der Güter, des Schiffes und der Fracht, auf welche der Schaden zu verteilen ist, und eine Berechnung, wieviel jeder Interessent von dem Schaden zu tragen hat, und ob derselbe oder wieviel davon dem Versicherer zur Last fällt. Sind mehrere Versicherer vorhanden, so wird der Schaden nach Verhältnis der gezeichneten Summe auf sie verteilt. Der Ersatz des Schadens wird von dem Versicherer

nach dem Ergebnis der gehörig angefertigten Dispache geleistet, doch ist er nicht gezwungen, sie unbedingt anzuerkennen, sondern er kann mit der nötigen Begründung Einwendungen dagegen erheben.

dige oder für den einzelnen Fall bestellte Dispacheure „aufgemacht", welche als Vergütung, auch Dispache genannt, meist 1 % des Schadenersatzes erhalten (siehe Erkl. 158).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 516. Eine Ware im Werte von 5 600 ℳ soll mit 10 % imaginärem Gewinn und mit Einschluss der Gebühren versichert werden. Wie hoch ist die Versicherungssumme und die für die Versicherung geleistete Zahlung, wenn an Prämie $1\frac{1}{2}$ %, an Provision $\frac{1}{2}$ %, an Kurtage $\frac{1}{4}$ % erhoben werden und für Police und Stempel 8,50 ℳ zu zahlen sind?

Erkl. 159. Sollen die Unkosten der Assekuranz mit versichert werden, so gilt für die Berechnung folgende Regel: Den gegebenen zu versichernden Betrag vergrössere man um den imaginären Gewinn, wenn dieses nötig ist, und um die nicht proportionierten Spesen der Assekuranz, addiere die in Prozenten ausgedrückten Spesen und berechne so viel Prozent von der früher gefundenen Summe (Fakturwert, Assekuranz, Police etc.) mit Prozenten im Hundert. Dies noch hinzugezählt giebt die zu versichernde Summe. In der Praxis wird zur Ermittelung der zu versichernden Summe nicht immer so genau verfahren, da man meistens runde Zahlen zu Grunde legt.

Auflösung. (Siehe Erkl. 159.)

Fakturwert	5 600,00 ℳ
10 % imaginärer Gewinn	560,00 ℳ
Police und Stempel . .	8,50 ℳ
	6 168,50 ℳ

Prämie	$1\frac{1}{2}$ %
Provision	$\frac{1}{2}$ %
Kurtage	$\frac{1}{4}$ %
	$2\frac{1}{4}$ %

sind von 6 168,50 ℳ im Hundert zu berechnen nach Formel 3) des Formelverzeichnisses:

$$\frac{2\frac{1}{4}\cdot 6168{,}5}{100-2\frac{1}{4}} = \frac{9\cdot 6168{,}5\cdot 4}{4\cdot 391} = 141{,}99$$

Somit ist die zu versichernde Summe:

6 168,50 ℳ + 141,99 ℳ = 6 310,49 ℳ

Die Assekuranzrechnung hierüber lautet:

Prämie $1\frac{1}{2}$ %	von 6 310,49 ℳ	= 94,66 ℳ
Provision $\frac{1}{2}$ %	„ 6 310,49 ℳ	= 31,55 ℳ
Kurtage $\frac{1}{4}$ %	„ 6 310,49 ℳ	= 15,78 ℳ
Police und Stempel		8,50 ℳ
		150,49 ℳ

Aufgabe 517. In London wird eine Ware mit 225 £ zu $\frac{27}{6}$ % versichert, die Provision beträgt $\frac{1}{8}$ %, die Kurtage $\frac{1}{3}$ pr. 1 £ der Prämie, die Police $\frac{1}{3}$ % von der Prämie.

Auflösung. (Siehe Erkl. 160.)

Erkl. 160. $\frac{27}{6}$ % oder 27 sh 6 d heisst 27 sh 6 d für 100 £:

2,25·27 s + 2,25·6 d =
60,75 s + 13,5 d reduziert
£ 3·—·9 + £ —·1·1,5 = £ 3·1·11

$\frac{1}{3}$ pr. 1 £ heisst 1 sh 3 d für 1 £

£ 225 zu $\frac{27}{6}$ %	£ 3·1·11
Provis. $\frac{1}{8}$ % (von £ 225)	£ —·5·8
Kurtage $\frac{1}{3}$ pr. 1 £	£ —·3·11
Police $\frac{1}{8}$ % von £ 3·1·11	£ —·—·3
	£ —·9·10
	£ 3·11·9

Aufgabe 518. Eine Ware, welche mit 8560 M zu 2,5 % versichert war, wird gar nicht verladen. Wieviel wird ristorniert abzüglich 0,5 % Ristornoprovision?

Auflösung.

M 8560 à 2,5 % .	214,00 M
ab Provision $\frac{1}{2}$ % .	42,80 M
Ist zu ristornieren	171,20 M

Aufgabe 519. Eine Ware, deren Wert man zur Zeit der Versicherung noch nicht kennt, wird mit 12780 M versichert. Die Prämie beträgt 2 %, Kurtage 2 ‰, Provision und Stempel 3 ‰. Der wirkliche Wert der Ware stellt sich aber auf 10800 M. Wieviel ist bei Anrechnung von 4 ‰ Ristornoprovision zurückzuzahlen?

Erkl. 161. Ist ein zu hoher Betrag unter Vorbehalt einer spätern genauen Angabe versichert worden, so wird die Prämie von dem zuviel versicherten Betrage (in England short interest genannt) abzüglich der Ristornoprovision, berechnet von demselben Betrage, zurückerstattet.

Auflösung. (Siehe Erkl. 161.)

Angegebene Versicherungssumme	12780 M
Wirkliche „	10800 M
Zu viel versichert	1980 M
2 % Prämie von 1980 M . . .	39,60 M
2 ‰ Kurtage von 1980 M . . .	3,96 M
3 ‰ Provision und Stempel . .	5,94 M
	49,50 M
ab Provision 4 ‰ (von 1980 M)	7,92 M
Zu ristornieren	41,58 M

Aufgabe 520. Eine Ware wird unter Vorbehalt mit 25600 fl h einschliesslich 10 % Gewinn und 2 % Prämie versichert. Mit dem Schiffe kommen aber nur für 16840 fl h der Ware an. Wieviel wird ristorniert abzüglich 0,5 % Provision?

Erkl. 162. Ist eine zu hohe Summe einschliesslich der Prämie u. s. f. versichert, so hat man bei Berechnung des Ristornos nach der in Erkl. 159 gegebenen Regel die wirkliche Versicherungssumme zu berechnen. Durch Subtraktion findet man das zuviel Versicherte, von welchem die zurückzuzahlende Prämie mit Prozenten vom Hundert zu berechnen ist.

Auflösung. (Siehe Erkl. 162.)

Wert der Ware . . .	16840,00 fl h
10 % Gewinn	1684,00 fl h
	18524,00 fl h
2 % Prämie (im Hundert)	378,04 fl h
Es waren zu versichern	18902,04 fl h
Es wurden versichert .	25600,00 fl h
Zuviel versichert . .	6697,96 fl h
à 2 %	133,96 fl
ab $\frac{1}{2}$ % Provision . .	33,49 fl
Zu ristornieren . .	100,47 fl

Aufgabe 521. In Hamburg wurde eine Versicherung von 7 340 ℳ mit 3 % Prämie abgeschlossen. Die Ware ging ganz verloren. Wie gross ist der Schaden der Versicherungsgesellschaft, wenn sie für bare Entschädigung 2 % Diskont in Abrechnung bringt?

Erkl. 163. Der Verlust des Versicherers ist gleich der dem Versicherten gezahlten Summe abzüglich der Prämie (die Spesen kommen dem Versicherten nicht zu gute).

Auflösung. (Siehe Erkl. 163.)

Versicherte Summe	7 340,00 ℳ
— 2 % Diskont	146,80 ℳ
Der Versicherte erhält . . .	7 193,20 ℳ
ab Prämie 3 % (von 7 340 ℳ)	220,20 ℳ
Schaden der Gesellschaft . .	6 973,00 ℳ

Aufgabe 522. Bremen versichert einen Posten Tabak zu 9 840 ℳ à 2,2 %. Derselbe wird beschädigt angebracht, vom beeidigten Makler (falls unbeschädigt) auf 12 000 ℳ geschätzt und in der Auktion für 7 426 ℳ verkauft. a) Wieviel Schadenersatz hat die Versicherungsgesellschaft zu leisten? b) Wie hoch ist ihr Verlust?

Erkl. 164. Da nur ein Teil des Wertes versichert ist, so wird auch der Schaden nur in demselben Verhältnisse vergütet. Wären 12 000 ℳ versichert worden, so hätte der ganze Schaden von 4 574 ℳ ersetzt werden müssen.

Auflösung. (Siehe Erkl. 164.)

Wert des unbeschädigten Tabaks	12 000 ℳ
Nettoertrag des beschädigten Tab.	7 426 ℳ
Gesamtschaden	4 574 ℳ

Auf 12 000 ℳ Wert kommt 4 574 ℳ Ersatz
„ 9 840 ℳ „ „ x ℳ „

a) x = 3 750,68 ℳ
b) — 216,48 ℳ Präm. à 2,2 % von 9 840 ℳ giebt 3 534,20 ℳ als Verlust der Versicherungsgesellschaft.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 523. Für eine Versicherungssumme von 48 000 ℳ werden 2 % Prämie, $\frac{1}{4}$ % Provision, $\frac{1}{8}$ % Kurtage und 20 ℳ für Police und Stempel erhoben. Wieviel ist zu zahlen?

Aufgabe 524. Wieviel ist für 9 848 ℳ zu versichern einschliesslich 10 % Gewinn und der Assekuranzkosten, wenn die Prämie 2 %, Kurtage $1\frac{1}{2}$ ‰, Provision $\frac{1}{3}$ % beträgt und die Police 2 ℳ kostet?

Aufgabe 525. Wie gross ist die zu versichernde Summe und die Assekuranzrechnung für einen Betrag von 4 500 fs, wenn 10 % imaginärer Gewinn, $1\frac{1}{2}$ % Prämie, $\frac{5}{8}$ % Provision, $\frac{1}{8}$ % Kurtage und 5 fs Policengeld mitversichert werden sollen?

Aufgabe 526. Ein Schiffsgut im Werte von 31 250 ℳ soll einschliesslich 10 % imaginärem Gewinn, $\frac{1}{2}$ % Provision, $\frac{1}{8}$ % Kurtage und $1\frac{1}{4}$ % Prämie versichert werden. a) Wie hoch ist die Versicherungssumme? b) Wieviel betragen die Assekuranzkosten?

Aufgabe 527. Assekuranzrechnung über £ 1 520; Prämie $\frac{19}{6}$ %; Kommission $\frac{3}{6}$ %; (beidemal sh und d pr. 100 £) Kurtage 5 % von der Prämie; Police 3 sh 10 d.

Aufgabe 528. Ein Betrag von 14 800 ℳ war vom Auftraggeber und auch vom Kommissionär mit 2 % Prämie und 3 ‰ Spesen versichert worden. Wieviel beträgt die Rückzahlung der einen Versicherung bei 2,5 ‰ Ristornoprovision?

Aufgabe 529. Für eine Ware werden 4 700 ℳ mit Vorbehalt versichert. Wieviel ist zu ristornieren, wenn die Ware nur 4 200 ℳ wert ist, die Prämie 2 % und die Ristornoprovision 0,5 % beträgt?

Aufgabe 530. Eine Versicherung von 5 260 fs einschliesslich 10 % imaginärem Gewinn und $1\frac{1}{2}$ % Prämie wird, da nur für 4 210 fs Ware verladen werden, auf diesen Betrag verringert. Wieviel wird bei $\frac{1}{4}$ % Provision ristorniert?

Aufgabe 531. Ein totaler Schaden von 42 300 ℳ, für dessen Versicherung $2\frac{1}{2}$ % Prämie gezahlt waren, wird abzüglich $1\frac{1}{2}$ % Diskont prompt bezahlt. Wie gross ist der Schaden des Versicherers?

Aufgabe 532. 25 Kisten à 325 ℔ Netto sind mit 14 250 ℳ versichert. Die Ware ist im gesunden Zustande auf 187,20 ℳ pr. Zentner geschätzt worden. 12 Kisten sind beschädigt und werden mit 127 ℳ pr. Zentner verkauft, wobei 2 % Kommission und 45,40 ℳ andere Spesen abgezogen werden. Wieviel Ersatz wird geleistet?

Aufgabe 533. Ein Thee-Importeur versichert 300 Kisten à 15 kg Netto schwarzen und grünen Thee mit 15 000 ℳ à 2 %. Davon werden 2 500 kg beschädigt und mit 7 400 ℳ verkauft. Die unbeschädigte Ware wird auf 4,50 ℳ pr. Kilogramm geschätzt. a) Wieviel Schadenersatz erhält der Importeur? b) Wie gross ist der Verlust der Versicherungsgesellschaft, wenn sie noch $\frac{1}{2}$ % des Schadenersatzes Dispache zu zahlen hat? c) Wieviel Schaden hat der Importeur zu tragen?

Aufgabe 534. Z. versichert 1 000 Sack Kaffee à 58 kg Netto gegen Seegefahr mit 120 000 fs à $3\frac{1}{3}$ %. Davon werden 185 Sack beschädigt angebracht und auf 1,25 fs pr. Kilogramm geschätzt, während die unbeschädigte Ware 2,20 fs pr. Kilogramm wert ist. a) Wieviel Ersatz leistet die Versicherungsgesellschaft? b) Wie gross ist ihr Schaden, wenn sie noch $\frac{1}{2}$ % Dispache zu zahlen hat?

---

7) Ueber die Gewinn- und Verlustrechnung.

Frage 44. Was versteht man unter Gewinn und Verlust im allgemeinen?

Erkl. 165. Es ist besonders hervorzuheben, dass sich die Zahl 100 stets auf Geld und nicht auf Ware bezieht, wie der unbedachtsame Schüler bei Aufgaben, welche die Warenmenge enthalten, zu meinen geneigt ist, und dass Gewinn und Verlust dieselbe Benennung haben wie die Zahl 100.

Das Weitere ist bereits in der Antwort zu Frage 5 und in den Erkl. 6, 11 und 12 auseinandergesetzt worden. Es ergeben sich daraus die Regeln:

Antwort. Der Erfolg eines Geschäftes wird dadurch gefunden, dass man den Unterschied aufsucht, welcher zwischen den dazu verwendeten Ausgaben und der erzielten Einnahme besteht. Er heisst Gewinn (avance, profit), wenn die Einnahme grösser ist als die Ausgabe, Verlust (Schaden, perte, damno) im umgekehrten Falle. Unter Ausgabe müssen hier alle Zahlungen verstanden werden, welche dem

1) Der Gewinn oder Verlust ist vom Einkaufspreise in Prozenten vom Hundert zu berechnen; (denn dieser ist der reine Betrag).

2) Der Gewinn ist vom Verkaufspreise in Prozenten auf Hundert zu berechnen; (denn dieser ist ein vermehrter Betrag).

3) Der Verlust ist vom Verkaufspreise in Prozenten im Hundert zu berechnen; (denn dieser ist ein verminderter Betrag).

Da das bei der Gewinn- und Verlustrechnung zu Grunde liegende sachliche Verhältnis sehr einfacher Natur ist, so kann es auf früher Stufe verstanden werden, und daher eignet sich diese Rechnung ganz besonders, die verschiedenen Arten der Prozente (vom, auf und im Hundert) daran zu lernen.

Geschäftsmanne zur Last gefallen sind; unter Einnahme aber sind nur die zur Kasse kommenden Geldbeträge, die sogenannte reine Einnahme zu begreifen. Damit der Unterschied zwischen Einnahme und Ausgabe ermittelt werden kann, müssen beide in derselben Geldwährung angegeben sein, und damit man ein richtiges Urteil über die Grösse des Erfolges bei einem Geschäfte abgeben oder die Vorteile mehrerer Geschäfte miteinander vergleichen kann, ist es erforderlich, den Ertrag in Prozenten der verwendeten Auslage darzustellen, also anzugeben, wieviel Gewinn oder Verlust auf je 100 Geldeinheiten Auslage kommen (siehe Erkl. 165).

a) Gelöste Aufgaben.

Anmerkung 8. Die folgenden Aufgaben sind der bequemeren Uebersicht halber schematisch durchgeführt, und zwar befinden sich auf der linken Spalte die Aufgaben aus der Gewinnrechnung, auf der rechten die entsprechenden der Verlustrechnung. Die schräg gedruckten Zahlen der Ansätze sind durch Addition oder Subtraktion aus den Zahlen der Aufgabe gefunden worden. Die bei den Ausrechnungen stehenden Zahlen beziehen sich auf das am Schlusse befindliche Formelverzeichnis.

1) Gewinn oder Verlust wird gesucht.

a) Einkaufspreis 562,80 *M.*; Gewinn 12 %; wie gross ist der Gewinn?

Einkauf	Verkauf	Gewinn
100	(112)	12
562,80		x

24) $x = \frac{562{,}80 \cdot 12}{100} = 67{,}536$

a') Einkaufspreis 562,80 *M.*; Verlust 15 %; wie gross ist der Verlust?

Einkauf	Verkauf	Verlust
100	(85)	15
562,80		x

36) $x = \frac{562{,}80 \cdot 15}{100} = 84{,}42$

b) Verkaufspreis 828 *M.*; Gewinn 4 %; wie gross ist der Gewinn?

Einkauf	Verkauf	Gewinn
(100)	104	4
	828	x

25) $x = \frac{828 \cdot 4}{104} = 31{,}846$

b') Verkaufspreis 828 *M.*; Verlust 4 %; wie gross ist der Verlust?

Einkauf	Verkauf	Verlust
(100)	96	4
	828	x

37) $x = \frac{828 \cdot 4}{96} = 34{,}50$

2) Der Einkaufspreis wird gesucht.

c) Der Gewinn zu $33\frac{1}{3}$ % ist 1771 *M.*; wie gross ist der Einkaufspreis?

Einkauf	Verkauf	Gewinn
100	$\left(133\frac{1}{3}\right)$	$33\frac{1}{3}$
x		1771

27) $x = \frac{1771 \cdot 100 \cdot 3}{100} = 5313$

c') Der Verlust zu 7 % ist 371,91 *M.*; wie gross ist der Einkaufspreis?

Einkauf	Verkauf	Verlust
100	(93)	7
x		371,91

39) $x = \frac{371{,}91 \cdot 100}{7} = 5313$

d) Verkaufspreis 53,46 ℳ, Gewinn 10 %; wie gross ist der Einkaufspreis?

Einkauf	Verkauf	Gewinn
100	110	(10)
x	53,46	

28) $x = \frac{53,46 \cdot 100}{110} = 48,60$

d') Verkaufspreis 53,46 ℳ, Verlust 10 %; wie gross ist der Einkaufspreis?

Einkauf	Verkauf	Verlust
100	90	(10)
x	53,46	

40) $x = \frac{53,46 \cdot 100}{90} = 59,40$

3) Der Verkaufspreis wird gesucht.

e) Einkaufspreis 584,50 ℳ; Gewinn $3\frac{1}{2}$ %; wie gross ist der Verkaufspreis?

Einkauf	Verkauf	Gewinn
100	$103\frac{1}{2}$	$\left(3\frac{1}{2}\right)$
584,50	x	

30) $x = \frac{584,5 \cdot 207}{2 \cdot 100} = 604,96$

f) Gewinn zu 12 % ist 456 ℳ; wie gross ist der Verkaufspreis?

Einkauf	Verkauf	Gewinn
(100)	112	12
	x	456

31) $x = \frac{456 \cdot 112}{12} = 4256$

e') Einkaufspreis 263,80 ℳ; Verlust $2\frac{2}{3}$ %; wie gross ist der Verkaufspreis?

Einkauf	Verkauf	Verlust
100	$97\frac{1}{3}$	$\left(2\frac{2}{3}\right)$
263,80	x	

42) $x = \frac{263,8 \cdot 292}{3 \cdot 100} = 256,77$

f') Verlust zu 8 % ist 294,50 ℳ; wie gross ist der Verkaufspreis?

Einkauf	Verkauf	Verlust
(100)	92	8
	x	294,50

43) $x = \frac{294,5 \cdot 92}{8} = 3386,75$

4) Der Prozentfuss wird gesucht.

g) Einkaufspreis 7266,60 ℳ; Gewinn 423,89 ℳ; wieviel Prozent Gewinn?

Einkauf	Verkauf	Gewinn
100		x
7266,60		423,89

33) $x = \frac{423,89 \cdot 100}{7266,6} = 5\frac{5}{6}$

h) Verkaufspreis 749 ℳ; Gewinn 49 ℳ; wieviel Prozent Gewinn:

Einkauf	Verkauf	Gewinn
100		x
700	(749)	49

34) $x = \frac{100 \cdot 49}{700} = 7$

i) Einkaufspreis 5780 ℳ; Verkaufspreis 6415,80 ℳ; wieviel Prozent Gewinn?

Einkauf	Verkauf	Gewinn
100		x
5780	(6415,80)	*635,80*

35) $x = \frac{635,8 \cdot 100}{5780} = 11$

g') Einkaufspreis 88790 ℳ; Verlust 13318,50 ℳ; wieviel Prozent Verlust?

Einkauf	Verkauf	Verlust
100		x
88790		13318,50

45) $x = \frac{13318,5 \cdot 100}{88790} = 15$

h') Verkaufspreis 581,94 ℳ; Verlust 1,06 ℳ; wieviel Prozent Verlust?

Einkauf	Verkauf	Verlust
100		x
583	(581,94)	1,06

46) $x = \frac{100 \cdot 1,06}{583} = \frac{2}{11}$

i') Einkaufspreis 6415,80 ℳ; Verkaufspreis 5780 ℳ; wieviel Prozent Verlust?

Einkauf	Verkauf	Verlust
100		x
6415,80	(5780)	*635,80*

47) $x = \frac{635,8 \cdot 100}{6415,8} = 9,91$

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 535. Wieviel wird an 3700 ℳ gewonnen, wenn der Gewinn 4 % beträgt?

Aufgabe 536. Mit einer Auslage von 9000 $ gewann man 250 $. Wieviel Prozent waren dies?

Aufgabe 537. A. kauft 1 Zentner mit 36,50 ℳ; wie teuer muss er 1 ℔ verkaufen, um 12 % zu gewinnen?

Aufgabe 538. Wieviel wird verloren, wenn der Einkaufspreis 4 791,63 Rb und der Verkaufspreis 4 759,87 Rb ist?

Aufgabe 539. An einer Ware, die mit 327,85 fl h eingekauft worden war, wollte man 20 % gewinnen. Wie teuer muss sie verkauft werden?

Aufgabe 540. Für wieviel ist eingekauft worden, wenn bei 12,5 % der Gewinn 46,57 fs beträgt?

Aufgabe 541. Eine Ware musste man mit $33\frac{1}{3}$ % Verlust zu 6 580 Cor verkaufen. Wie teuer war sie eingekauft worden?

Aufgabe 542. Wieviel Prozent beträgt der Gewinn, wenn die Auslage 276,60 ℳ, die Einnahme 290,43 ℳ ist?

Aufgabe 543. Aus einem Verkaufe mit 3,5 % Verlust löste man 3 860 Rb. Wie gross ist der Verlust?

Aufgabe 544. Wie gross ist der Verkaufspreis, wenn an 4 788,73 $ Einkaufspreis 697,87 $ verloren werden?

Aufgabe 545. Eine Ware musste mit 216,25 fs Verlust zu 4 783,75 fs verkauft werden. Wie hoch war sie eingekauft worden?

Aufgabe 546. Bei einem Verkaufe wurden 7 % und zwar 4,55 £ verloren, wieviel erhielt man?

Aufgabe 547. Eine Ware wurde mit 42,45 ℳ Verlust zu 1 231,05 ℳ verkauft. Wieviel Prozent betrug der Verlust?

Aufgabe 548. Jemand spielt ein Achtel der Braunschweigischen Lotterie. Auf sein Loos fällt in der 5. Klasse ein Gewinn von 6 000 ℳ. Wie gross ist sein Reingewinn, wenn ein Volllos der 1. und 2. Klasse je 16,80 ℳ und der 3., 4. und 5. Klasse je 25,20 ℳ kostet und 12 % für den Staat, 3 % vom ganzen Gewinnbetrage für den Kollekteur und 90 ₰ für Porto abgehen?

Aufgabe 549. Ein Kaufmann ist genötigt, eine Ware so zu verkaufen, dass er für 42,5 kg ebensoviel erhält, wie ihm 34 kg gekostet haben. Wieviel Prozent Schaden erleidet er?

Aufgabe 550. 100 kg einer Ware wurden 12 % über den reinen Einkaufspreis für 106 ℳ verkauft, ohne dass dabei auf die Unkosten Rücksicht genommen wurde; die letzteren betrugen 5 % vom Einkaufspreise. Wieviel Gewinn kam heraus?

---

8) Ueber die Warenrechnung.

(Waren-Ein- und Verkaufsrechnungen, Fakturen.)

Frage 45. Welche Aufgabe hat die Warenrechnung zu lösen?

Erkl. 166. Lässt man sich von einem auswärtigen Handelsfreunde (Kommissionär) eine Rechnung über eine Ware aufstellen, die man erst beziehen, oder auch nach auswärts in Kommission senden will, um hiernach beurteilen zu können, wie hoch die Ware am Orte des Einkaufs zu stehen kommt, oder welches ihr ungefährer Ertrag bei einem Verkaufe ist, so nennt man eine solche eine fingierte Rechnung, ein Konto finto. Bei demselben werden der Preis, die Unkosten, die Ein- oder Verkaufsbedingungen u. s. w. ebenso berechnet, als ob es sich um einen wirklichen Ein- oder Verkauf handelte. Man lässt es ausstellen, wenn man die auf dem betreffenden auswärtigen Platze auflaufenden Unkosten und auch die Gebräuche nicht genau kennt.

Antwort. Der Warenrechnung liegt es ob, den Geldbetrag für den Ein- oder Verkauf einer gewissen Warenmenge zu ermitteln. Zu diesem Zwecke ist zu bestimmen:

a) das Gewicht der Ware mit Berücksichtigung der unter No. 3 erwähnten Gewichtsusanzen;

b) der Preis unter Anwendung der bei No. 4 erörterten Preisusanzen;

c) die Unkosten jeder Art einschliesslich der Assekuranzgebühren nach No. 5 und 6; endlich

d) der Gewinn oder Verlust nach Nr. 7.

Die Warenrechnung setzt sich also aus den in No. 3 bis 7 behandelten Berechnungen zusammen.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 551. Einkaufsrechnung oder Faktur für Herrn C. Bär in Berlin über 50 Blöcke Banka-Zinn, für ihn eingekauft und für seine Rechnung und Gefahr durch den Dampfer „Elbe“, Kapitän Klopfer, an die Herren Herz & Komp. in Hamburg verladen.

			fl	cs
M & Co	50 Blöcke Banka-Zinn			
	Br 1676 kg, Gutgew. 17 kg à 1 %			
	Netto 1659 kg à 56 fl h pr. 50 kg		1 858	08
	ab 2 % Bonifikation		37	16
			1 820	92
	ab $1\frac{1}{2}$ % Diskont		27	31
			1 793	61
	Dazu 1 % Registratur (von 1820,92 fl)		18	21
			1 811	82
	Arbeitslohn, Empfangen, Wiegen	5,25 fl		
	Kleine Spesen	1,80 fl		
	Assekuranz bis Hamburg von 2000 fl (mit Einschluss von 10 % imag. Gewinn) zu $\frac{1}{4}$ %	5,00 fl		
	Police und Stempel.	1,20 fl	13	25
			1 825	07
	$1\frac{1}{2}$ % Kommission		27	38
	Wert heute.		1 852	45

Amsterdam, am 15. September 1892.

R. Matthes & Komp.

Aufgabe 552. Verkaufsrechnung über einen Posten Schiffs-Bauholz für Stettiner Rechnung in Marseille verkauft:

	fs	cs
183 Balken Weiss-Tanne messend 229,860 stères (= cbm) ab Bonifikation 8,420 stères 221,440 stères Netto à 56 fs pr. stère	12 400	64
16 Balken Eichen messend 3,562 stères ab Bonifikation 0,152 stères 3,410 stères Netto à 115 fs pr. stère	392	15
370 Eichen-Planken und Bohlen messend 8,469 stères ab Bonifikation 0,539 stères 7,930 stères Netto à 115 fs pr. stère	911	95
	13 704	74
— 3 % Diskont	411	14
	13 293	60
Unkosten: Fracht von Stettin nach Marseille auf 233,5 cbm Tannenholz . . . . 6592,00 fs 8,5 cbm Eichenholz . . . . 393,25 fs 6985,25 fs 15 % Primage hiervon . . . 1047,79 fs Gratifikation an den Kapitän 100,00 fs 8133,04 fs Zollspesen . . . . 10,50 fs Ausladen, Ausmessen, Trinkgeld . . . . 241,80 fs Porto, Telegramme, kleine Spesen . . . 25,50 fs Kurtage $\frac{1}{2}$ % (von 13293,60 fs) . . . . 66,47 fs Kommission und Delcredere $2\frac{1}{2}$ % . . . 332,34 fs	8 809	65
Reinertrag pr. comptant	4 483	95

Marseille, am 12. Juli 1892.

J. Bontemps.

Aufgabe 553. Jemand kauft für 1000 M. Waren, Ziel 6 Monate oder 3 % Diskont. Unkosten $12\frac{1}{2}$ % des diskontierten Einkaufs. Im Verkauf muss man 5 % Diskont gewähren und will 20 % der Auslage gewinnen. Wie gross ist die Forderung?

Erkl. 167. Da man 20 % gewinnen will, so muss der Gewinn vor Berechnung des zu gewährenden Diskontes addiert werden, dieser aber muss mit Prozenten im Hundert berechnet werden, da die Einnahme 1309,50 M. betragen soll, dies also der um die 5 % Diskont verminderte Betrag ist.

Auflösung.

Einkaufspreis	1000,— M.
— 3 % Diskont . . .	30,— M.
Bezahlung	970,— M.
+ $12\frac{1}{2}$ % Unkosten .	121,25 M.
Auslage	1091,25 M.
+ 20 % Gewinn . . .	218,25 M.
	1309,50 M.
+ 5 % Diskont (im 100)	68,92 M. (s. Erkl. 167.)
Forderung	1378,42 M.

Aufgabe 554. Man kauft 1 Yard zu 5 sh in London gegen 4 % Diskont und hat 10 % der Auslage Unkosten. a) Wie teuer muss man in Deutschland 1 m verkaufen, wenn man beim Verkaufe 5 % Diskont gewähren und 25 % der Auslage gewinnen will? b) Wieviel Prozent der Auslage gewinnt man, wenn man für das Meter in Deutschland 9 ℳ bekommt, aber 2 % der gekauften Ware wertlos sind? (1 Yd = 0,914 m; 1 sh = 1 ℳ)

Auflösung. a) 1 Yard kostet 5,— sh

— 4 % Diskont	0,20 sh
Bezahlung	5,20 sh
+ 10 % Unkosten	0,52 sh
Auslage für 1 Yd	5,72 sh
(s. Erkl. 168) giebt für 1 m . .	6,26 ℳ
+ 25 % Gewinn	1,57 ℳ
	7,83 ℳ
+ 5 % Diskont (im 100) .	0,41 ℳ
Verkaufspreis von 1 m	8,24 ℳ

b) Da 2 % der Ware wertlos sind, so habe ich für 98 m dasselbe zu zahlen wie für 100 m ohne Beschädigung:

98 m kosten im Einkaufe 626 ℳ
folglich kostet 1 m im Einkaufe 6,39 ℳ

Einkauf	Verkauf	Gewinn
100		x
6,39	(9)	*2,61*

Es folgt x = 40,8 ⋯ % (s. Erkl. 169).

Erkl. 168.

0,914 m kosten 5,72 sh = 5,72 ℳ
1 m kostet x ℳ

$$x = 5,72 : 0,914 = 6,26$$

Erkl. 169. Die Gewinnprozente sind nach den Regeln der Gewinnrechnung zu bestimmen. Aus dem nebenstehenden Ansatze folgt:

$$x = \frac{2,61 \cdot 100}{6,39} = 26100 : 639 = 40,8 \cdots$$

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 555. Faktur über Br 5 872,5 kg; Ta $8\frac{1}{2}$ %; Gutg. $1\frac{1}{2}$ % (vom Werte nach Abzug der Tara, beides auf halbe Kilogramme abzurunden) à 2,35 ℳ pr. 1 ℔. Unkosten 433,40 ℳ. Wie gross ist der Betrag?

Aufgabe 556. 7 Ballen Kaffee wiegen Br à 147 kg; Ta 2 % (abrunden auf halbe Kilogramme) à 98,20 ℳ pr. 50 kg. Kommission 2,5 %. Spesen: Fracht auf 1 029 kg à 2,10 ℳ pr. 100 kg; Zoll auf 1 980,69 ℳ à 3,25 %; kleine Spesen 10,50 ℳ. Wie gross ist der Fakturbetrag?

Aufgabe 557. Marseille fakturiert an Konstantinopel 6 Kisten Hanfgarn Netto 1 000 kg à 3,30 fs; Nachlass am Preise 18 %; vom Reste 2 % Diskont. Unkosten: Fracht 83,70 fs; Assekuranz von 2 900 fs zu $\frac{3}{8}$ % und 50 cs für Police; Porto und kleine Auslagen 11,45 fs. Kommission 2 %. Wie gross ist die Rechnung?

Aufgabe 558. Wie hoch kommen in Hamburg 12 Säcke Domingo-Kaffee Brutto 780 kg, bei 1 kg Tara für den Sack und 0,5 % Gutgewicht (vom Brutto zu berechnen und auf ganze Kilogramme abzurunden), wenn 50 kg mit 82 ℳ bezahlt werden und $1\frac{1}{2}$ % Skonto gewährt wird?

Aufgabe 559. Stettin fakturiert an ein Warschauer Haus über 20 Fass Palmöl. Brutto 23 491 ℔ zu 36,50 ℳ für 100 ℔ Netto. 1 % Gutgewicht, 14 % Tara nach Abzug des Gutgewichtes (beide auf ganze Pfund abrunden). 1 % Dekort. 30 ℳ Verladungsspesen. Vom ganzen $1\frac{1}{2}$ % Kommission. Unkosten: Assekuranz auf 8 400 ℳ zu $\frac{5}{8}$ %; Fracht 109,40 ℳ; Kosten in Stettin 25 ₰ auf 100 ℔ Brutto; Steuer 1,50 ℳ auf 50 kg Brutto. Provision 1,5 %. Wie gross ist der Fakturbetrag?

Aufgabe 560. Faktur über 4 Fass Nelken von Rotterdam nach Berlin Br 1 116,5 kg; Gutg. 1 %; Ta 180 kg à 72 cs pr. 500 g. Dekort 1 %. Kurtage $\frac{1}{2}$ % (vom Betrag vor Abzug des Dekorts); kleine Spesen 2,80 fl. Kommission $1\frac{1}{2}$ %. Vom ganzen $\frac{1}{8}$ % Wechselkurtage. Umzurechnen in Mark, wenn 58 fl = 100 ℳ sind. Wie stellt sich die Rechnung?

Aufgabe 561. Es werden verkauft Br 265 kg, Ta 8 kg zu 373,50 fs pr. 100 kg Netto. Wie gross ist der Reinertrag des Verkaufs, wenn die Ware unter Berechnung von 0,5 % Skonto bar bezahlt wird und vom diskontierten Werte noch 5 % Verkaufsspesen abgehen?

Aufgabe 562. A. kauft 5 Fass Korinthen, wiegend Br 872 kg. Die Tara beträgt 10 %, das Gutgewicht 1 % des Nettogewichtes (abzurunden bis auf die Zehntel Kilogramme). 1 kg Netto kostet 25 ₰. Die gesamten Unkosten betragen 12,75 ℳ. Wie teuer muss A. die Ware verkaufen, wenn er 20 % Gewinn erzielen will?

Aufgabe 563. Ein Kaufmann erhält eine Warensendung von 4 120 kg Br. Ta 5 %. 100 kg Netto zu 175 ℳ mit 4 % Diskont. Fracht 275,80 ℳ; Steuern 189,40 ℳ. Wie teuer muss er 1 kg verkaufen, wenn er 25 % verdienen will?

Aufgabe 564. Ein Kaufmann erhält 6 Ballen Ware. Ein Ballen wiegt Br 160 kg, die Tara beträgt 5 %, das Gutgewicht 2,5 % des Nettogewichtes. 50 kg Netto kosten 47,50 ℳ; Ziel 3 Monate oder 1,5 % Diskont. Spesen 44,85 ℳ. Wieviel Prozent Gewinn werden erzielt, wenn er die Ware bar bezahlt, für seine Auslagen 4 % Zinsverlust rechnet und 1 kg zu 1,20 ℳ verkauft?

Aufgabe 565. Hannover bezieht von Hamburg 30 Ballen Ingwer: Br 1 671 kg, Ta 1 kg pr. Ballen, Gutgewicht 1 %. 50 kg zu 53,50 ℳ. Diskont 1 %. Spesen bis Hannover 8,60 ℳ. Wie teuer muss die ganze Ware verkauft werden, wenn 7,5 % Verkaufsspesen gedeckt und 12,5 % Gewinn erzielt werden sollen?

Aufgabe 566. Verkaufsrechnung über 700 trockene Ochsenhäute von Buenos-Ayres, gewogen 8 053 kg à 0,75 fl h pr. 500 g. Diskont 2 %; in Franken umgerechnet nach 189 fl = 400 fs. Unkosten: Fracht von Buenos-Ayres laut Konossement £ 21 · 17 · 4 (1 £ = 25,25 fs). Assekuranz und Police 543,50 fs; Eingangszoll und Arbeitslohn 113,80 fs; Lagermiete 36,25 fs; kleine Unkosten 18,40 fs. Kurtage $\frac{3}{4}$ %. Kommission und del credere 3 %.

Aufgabe 567. Verkaufsrechnung über 50 Fässer Talg in London. Br Cwt 425 · 2 · 12; Ta und Gutgewicht Cwt 47 · 2 · 22 à 60 sh pr. Cwt. Diskont $2\frac{1}{2}$ %. Kurtage 1 % (vom Betrage vor Abzug des Diskonts). Eingangszoll 1 sh 6 d pr. Cwt Netto. Zolldeklaration £ — · 10 · 6; Unkosten beim Landen £ 9 · 15 · —; Feuerassekuranz und Stempel £ 3 · 6 · —; Seeassekuranz £ 3 · 5 · 9; Lagermiete £ 2 · 2 · 6; Auktionskosten £ 1 · 10 · —; kleine Spesen £ — · 16 · 6. Kommission 2 % (vom Betrage nach Abzug des Diskonts).

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

[...]r bis jetzt erschienenen Hefte

ka[...] [...]de Buchhandlung bezogen werden.

[...]heinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

[...]ck von Carl Hammer in Stuttgart.

1213. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1212. — Seite 97—112.

Vollständig gelöste
Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen **Trigonometrie,** synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen** der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.**

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-)und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Termin- chnung, der Kalkulationen uud Kontokorrente.

h System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

'ortsetzung von Heft 1212. — Seite 97—112.

Inhalt:

Stuttgart 1893.

erlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben** aus dem **Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so dass die **Lösung** jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle** Teile der **reinen** und **angewandten Mathematik** — nach besonderen **selbständigen Kapiteln** angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des **Studierenden** überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht **benutzt** werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die **Hand des** Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, **Inhaltsverzeichnis**, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur **Ausgabe**.

Das Werk behandelt **zunächst** den Hauptbestandteil des **mathematisch-naturwissenschaftlichen** Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste**, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten **Theorien** etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren Auffinden der Lösungen** derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, **zugleich aber** auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen **Wissenschaften vorgeführt.**

Dem Lehrer soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für **den Schul**-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der **mathematischen** Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft **keine Zeit** erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen **Arbeiten eine vollständige** Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen**, die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten. Lust, Liebe** und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen a... **tärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleich... **men** mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen** in all... **afs**-zweigen vorkommenden **Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige Kraft** v... **und** somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forsch**... **ben.**

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und prakti... **Auf**-gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angab... **men** verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, ni... **ser**, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, un... **fung** thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verl...**

Aufgabe 568. M. kauft seidene Zeuge. Bei der Versendung gehen durch Wasserschaden $\frac{2}{5}$ verloren. Er verkauft das Meter für 2,80 ℳ und gewinnt 40 %. Wieviel Mark hat ihm das Meter gekostet?

Aufgabe 569. Ein Zentner Krapp wurde in Breslau mit 60 ℳ bezahlt und über Bremen nach New-York geschickt. Wie hoch kommt der dortige Zentner von 112 ℔, wenn 420 ℳ = 100 $ sind, die Spesen 20 % betragen, und wenn man 10 % Gewinn dabei haben will? (100 deutsche Pfund = 94 ℔ in New-York.)

Aufgabe 570. Man kann in Deutschland 1 m zu 4 ℳ mit 4 % Diskont verkaufen. Wie teuer ist 1 Yard in England einzukaufen, wenn man 20 % der gesamten Auslage gewinnen will und 10 % derselben Unkosten zu rechnen hat? (1 Yd = 0,914 m; 1 sh = 1 ℳ)

---

9) Aufgaben mit Prozentbestimmungen durch den Kettensatz zu lösen.

Frage 46. Welche Regeln hat man zu beachten, wenn man Prozentbestimmungen in einem Kettensatze einordnen will?

Antwort. 1) In dem Kettensatze dürfen nur die reinen oder die um die Prozente vermehrten oder verminderten Werte vorkommen, nicht aber die Prozente oder der Prozentfuss (siehe Erkl. 170).

2) Man hat darauf zu achten, ob man vom reinen Wert auf den veränderten kommen will oder umgekehrt. Dementsprechend sind die Glieder einzusetzen (siehe Erkl. 171).

3) Verschiedene Prozentsätze darf man nur dann zusammenfassen, wenn sie sich auf denselben Wert beziehen, sei es, dass sie alle vermehrend oder vermindernd, sei es, dass sie teils vermehrend teils vermindernd auf das Ergebnis einwirken.

Erkl. 170. Deshalb kann man durch einen Kettensatz den Prozentfuss nicht ohne weiteres finden, sondern nur 100 vermehrt oder vermindert um denselben (s. die Aufgaben 573 und 574).

Ueber den Kettensatz selbst siehe Olbrichts Lehrbuch der Schluss- und Kettenrechnung Seite 148 und folgende.

Erkl. 171. Man hat somit z. B. bei 10 % Gewinn oder Verlust zu setzen:

100 | 110
100 | 90

um vom Einkaufspreis auf den Verkaufspreis zu schliessen. Soll aber vom Verkaufspreis auf den Einkaufspreis gekommen werden, so setzt man:

110 | 100
90 | 100

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 571. 1 Cwt kostet in London £ 2·2·6; wie hoch kommt 1 Ztr in Leipzig bei $6\frac{1}{4}$ % Spesen und mit $16\frac{2}{3}$ % Gewinn, wenn 1 Cwt = 112 ℔ engl., 110 ℔ engl. = 100 ℔ deutsch und 1 £ = 20,50 ℳ sind?

Auflösung. £ 2·2·6 = 42,5 sh.

x ℳ	100 ℔ in Leipzig.
100	110 ℔ engl.
112	1 Cwt.
1	42,5 sh im Eink. ohne Unk.
100	$106\frac{1}{4}$ sh im Eink. mit Unk.
100	$116\frac{2}{3}$ sh mit Gewinn.
20	1 £
1	20,5 ℳ

$$x = \frac{11 \cdot 42{,}5 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 4{,}1}{16 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4} \text{ ℳ}$$

x = 53,04 ℳ (siehe Erkl. 172).

Erkl. 172. Für die Aufgaben über Ein- und Verkauf merke man sich folgende Ordnung der Berechnung, wobei der vorhergehende Wert für den folgenden der reine Betrag ist, bei umgekehrter Berechnung, also vom vermehrten oder verminderten auf den reinen zu schliessen ist:

1. Einkaufspreis.
2. Eink. — Diskont.
3. Eink. — Diskont + Unk. des Eink.
4. Auslage + Gewinn = reiner Verkauf.
5. Reiner Verk. + Unk. d. Verk. = wirkl. Verk.

Aufgabe 572. Eine Ware wird in Paris zu 711,48 fs mit 20 % Gewinn verkauft. Wie teuer war sie in Berlin eingekauft worden, wenn man 2 % Diskont erhielt und 10 % des diskontierten Wertes Einkaufsspesen hatte? (100 fs = 80 ℳ)

Erkl. 173. Hier ist gegen die vorige Aufgabe (bei den Prozentbestimmungen) der umgekehrte Weg einzuschlagen, d. h. vom vermehrten oder verminderten Werte auf den reinen zu schliessen.

Auflösung. (Siehe Erkl. 173.)

x ℳ im E.	711,48 fs im Verk. mit Gew.
120	100 fs ohne Gew. mit Sp.
110	100 fs ohne Sp. mit Disk.
98	100 fs Eink. ohne Disk.
100	80 ℳ im Eink.

x = 440 ℳ

Aufgabe 573. In Leipzig wurde 1 Ztr. zu 53,04 ℳ verkauft. Wieviel Prozent gewann man, wenn 1 Cwt in London £ 2·2·6 und $6\frac{1}{4}$ % Unkosten eingekauft wurde und 1 £ = 20,50 ℳ; 1 Cwt = 112 ℔ engl. und 110 ℔ engl. = 100 ℔ deutsch sind (siehe Aufgabe 571)?

Erkl. 174. Man hätte die Aufgabe auch lösen können, indem man zuerst den Einkaufspreis für 1 Ztr. in Leipzig suchte und dann die Prozente berechnet. Man findet dann als Einkauf 45,456 ℳ und als Gewinn:

53,04 ℳ — 45,456 ℳ = 7,584 ℳ

das giebt 16,68 %. Die Abweichungen erklären sich aus der Vernachlässigung von Stellen.

Auflösung. (Siehe Erkl. 174.)

x sh im Verk.	100 sh im Eink.
$106\frac{1}{4}$	100 sh ohne Unk.
42,5	112 ℔ engl.
110	100 ℔ deutsch.
100	53,04 ℳ
20,5	20 sh.

x = 116,67 sh
— 100 sh

16,67 sh = $16\frac{2}{3}$ % Gewinn

Aufgabe 574. Ein Stück Leinen von 35 m kostet im Einkaufe 33 ℳ und wird in Amsterdam kommissionsweise zu 55 cs für das Meter verkauft. Wieviel Prozent werden verloren, wenn vom Verkaufspreise 5 % Unkosten und 2 % Kommission abzurechnen sind? (100 fl = 168 ℳ)

Erkl. 175. Da sich sowohl die 5 % Unkosten als die 2 % Kommission auf den Verkaufspreis beziehen, so dürfen sie zusammengefasst werden (s. die Antwort zu Frage 46 No. 3).

Auflösung.

x ℳ Verk.	100 ℳ Eink.
33	35 m
100	55 fl mit Unk.
100	93 fl ohne Unk. (s. Erkl. 175)
100	168 ℳ

x = 91,14 ℳ Verkauf
giebt 8,86 % Verlust.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 575. Wieviel kostet 1 m in Berlin, wenn 54 m in Paris 82,50 fs zu stehen kommen, die Spesen 8 % betragen und 100 fs = 80,50 ℳ gelten?

Aufgabe 576. Hamburg kauft 5 Ballen Baumwolle Br 625 kg zu 122,50 ℳ für 50 kg Netto. Ta 4 %, Skonto 2 %, Spesen 5 %. Wie teuer kommt die Ware?

Aufgabe 577. Wenn 1 kg einer Ware 2,76 ℳ kostet, wieviel Franks kosten dann 100 kg nach einem Verlust von 10 %? (100 fs = 80 ℳ)

Aufgabe 578. Wie teuer sind 390 kg Zucker im Einkauf, wenn 1 kg im Verkauf 64 ₰ kostet, 20 % gewonnen werden und die Unkosten beim Einkaufe 30 % betragen?

Aufgabe 579. 154 ℔ holl. kosten 92,50 fl h. Wieviel Mark kostet davon 1 kg, wenn die Unkosten 10 % des Einkaufspreises sind? (250 fl h = 425 ℳ; 1 ℔ holl. = 1 kg.)

Aufgabe 580. Wie hoch kommt 1 Flasche Wein zu 0,75 l in Berlin, wenn 3 österreichische Eimer mit 43,50 fl ö eingekauft wurden und 28 % Unkosten nebst 25 % Gewinn gedeckt werden sollen? (1 öster. Eimer = 58 l; 100 fl = 175 ℳ)

Aufgabe 581. Eine Maschine kostet in England 1 000 £; die Unkosten bei der Versendung betragen 8 %, die Fracht macht 25 % vom Einkaufspreise der Maschine. Wie teuer ist sie in Berlin, wenn 1 £ = 20,25 ℳ ist?

Aufgabe 582. A. in Berlin kauft 2 Zentner Ware, verkauft 10 g in Frankfurt für 4 ₰ und gewinnt 60 %. Wieviel Mark hat die Ware im Einkauf gekostet?

Aufgabe 583. Wieviel Mark kommen 7 500 kg Brutto einer Ware, die in Holland bei 1 % Gutgewicht und 20 % Tara (nach Abzug des Gutgewichts) mit 15 fl für 50 kg, 1 % Diskont und 1,5 % Kommission gekauft worden ist? (100 fl = 168 ℳ)

Aufgabe 584. Der Verkauf von Brutto 2 550 kg brachte nach Abzug von $8\frac{1}{3}$ % Unkosten und 2 % Diskont einen Reinertrag von 3 510 ℳ. Zu wieviel Franks sind 100 kg Netto verkauft worden, wenn die Tara 10 % betrug? (100 fs = 81 ℳ)

Aufgabe 585. 1 Cwt Gummi arabicum kostet in London £ 2·8·—; wie teuer ist 1 ℔ in Berlin, wenn 5 % Unkosten dabei sind, 1 £ = 20,40 ℳ ist und 100 ℔ in London 90 ℔ in Berlin sind? (1 Cwt = 112 engl. ℔.)

Aufgabe 586. Bremen kauft auf einer Auktion in Holland 45 Ballen Baumwolle, jeder Ballen von 142 ℔ h zu 28 cs pr. ℔. Die Auktionskosten betragen 0,5 %, die Eingangssteuer 8 %, Fracht und Unkosten 4 % vom Werte der Ware. a) Wieviel Mark kosten 10 kg im Verkaufe bei 10 % Gewinn? (1 ℔ h = 1 kg; 7 fl = 12 ℳ) b) Wieviel gewinnt man an der ganzen Ware?

Aufgabe 587. B. erhält von C. aus Paris Waren, wiegend Brutto 125 kg, wovon 7 % Tara abgehen, 1 kg Netto zu 75 fs mit 2,75 % Diskont. a) Wie teuer muss B. 10 g verkaufen, wenn er sämtliche Unkosten auf 5 % der an C. gezahlten Barsumme in Anrechnung bringt und er 24 % gewinnen will? b) Wieviel gewinnt er im ganzen?

Aufgabe 588. Man kauft das Pud in Russland zu 10 Rb gegen 4 % Diskont und hat dabei 10 % des baren Einkaufspreises Unkosten. Wieviel muss man in Deutschland für 1 Tonne fordern, wenn man 30 % der Auslage gewinnen will und für Barzahlung 5 % Diskont zu gewähren hat? (1 Pud = 40 ℔ russ.; 1 ℔ russ. = 409,5 g; 100 Rb = 210 ℳ)

---

10) Aufgaben, welche nur Prozentbestimmungen enthalten.

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 589. Ein Sortimenter erhält $33\frac{1}{3}$ % Rabatt, hat $1\frac{1}{2}$ % seiner Auslage Unkosten und gewährt 10 % Diskont vom Ladenpreise. Wieviel Prozent Gewinn bleibt ihm?

Erkl. 176. Von welcher Zahl man bei derartigen Aufgaben ausgeht, ist ohne Einfluss auf das Ergebnis. Es kommt auch hier, wie bei jeder Aufgabe der Prozentrechnung darauf an, sich zu überlegen, ob man es mit einem reinen oder veränderten Werte zu thun hat.

Auflösung. $33\frac{1}{3}$ % Rabatt heisst:

Für 100 ℳ bezahlt er $66\frac{2}{3}$ ℳ
oder „ 300 „ „ „ 200 ℳ
$+ 1\frac{1}{2}$ % Unkosten (von 200 ℳ) 3 „
Auslage 203 ℳ

Er gewährt 10 % Diskont heisst:
Für 300 ℳ erhält er 270 „
Also ist sein Gewinn 67 ℳ

Mit 203 ℳ gewinnt er 67 ℳ
„ 100 „ „ „ x

$x = 33\frac{1}{203}$ % (siehe Erkl. 176).

Aufgabe 590. Wieviel Prozent des Verkaufspreises darf der Einkauf nur betragen, wenn beim Einkaufe zwar 4 % Diskont gewährt werden, aber 10 % des Warenpreises Unkosten erwachsen, beim Verkaufe 6 % Diskont vom Verkaufspreise bewilligt werden müssen und 25 % der gesamten Auslage gewonnen werden sollen?

Erkl. 177. Man will aus dem Verkaufe 132,50 ℳ lösen, aber auch 6 % Diskont gewähren, folglich ist 132,50 ℳ der um den Diskont verminderte Betrag. Der Diskont ist somit in Prozenten im Hundert zu berechnen und dazuzuschlagen:

$$\left.\begin{array}{l} 94 \text{ ——— } 6 \\ 132{,}5 \text{ ——— } x \end{array}\right\} x = 8{,}46$$

Auflösung.

Der Einkaufspreis sei	100,— ℳ
— 4 % Diskont (vom 100) .	4,— ℳ
	96,— ℳ
+ 10 % Unkosten (vom 100)	10,— „
Die Auslage ist	106,— ℳ
+ 25 % Gewinn (von 106) .	26,50 „
	132,50 ℳ
+ 6 % Diskont (s. Erkl. 177)	8,46 „
Der Verkaufspreis ist	140,96 ℳ

Verkauf	Einkauf
140,96	100
100	x

x = 71 % (abgerundet).

Aufgabe 591. Man kauft eine Ware zu einem gewissen Preise ein gegen 3 % Diskont, hat aber 6 % des diskontierten Betrages Unkosten. Man will 20 % der Auslage gewinnen und muss beim Verkaufe 4 % Diskont gewähren. Um wieviel Prozent des geforderten Einkaufspreises muss der geforderte Verkaufspreis höher sein, wenn 2 % der Ware verdorben sind?

Erkl. 178. 2 % der Ware sind verdorben heisst: Von 100 Einheiten im Einkaufe können nur 98 Einheiten im Verkaufe verwertet werden, da 2 Einheiten verdorben sind. Die 98 Einheiten müssen aber denselben Ertrag wie die 100 Einheiten bringen, oder 1 Einheit im Verkaufe muss $\frac{100}{98} = 1\frac{1}{49}$ von dem Ertrage bringen, den 1 Einheit ohne Verlust gebracht hätte. Darum ist der Preis um $\frac{1}{49}$ zu erhöhen.

Auflösung.

Geforderter Einkaufspreis	100,— ℳ
— 3 % Diskont	3,— „
Diskontierter Einkaufspreis	97,— ℳ
+ 6 % Unkosten (von 97 ℳ) .	5,82 „
Auslage	102,82 ℳ
+ 20 % Gewinn (von 102,82) .	20,56 „
	123,38 ℳ
+ 4 % Diskont (im 100) . . .	5,14 „
	128,52 ℳ
+ $\frac{1}{49}$ (von 128,52; s. Erkl. 178)	2,62 „
Einnahme	131,14 ℳ

Auslage	Einnahme	Gewinn
100		x
102,82	(131,14)	28,32

x = 27,54 %

Aufgabe 592. Beim Einkaufe hat man 10 % Unkosten und erhält 4 % Diskont, beides vom Warenpreise. Provision 1 % vom diskontierten Werte. Man gewinnt 20 %, muss aber beim Verkaufe 5 % Diskont gewähren. Wieviel Prozent der Ware sind verloren gegangen, wenn der Verkaufspreis um 40,35 % höher als der Einkaufspreis ist?

Erkl. 179. Der geforderte Verkaufspreis ist um 40,35 % höher als der Einkaufspreis (die Auslage). Daher findet man jenen, wenn man zu diesem 40,35 % von 107,06 addiert.

Erkl. 180. Sind 10 % der Ware verloren gegangen, so müssen 90 kg einschl. Verlust dasselbe einbringen wie 100 kg ohne Verlust oder 1 kg einschl. Verlust muss dasselbe kosten wie $1\frac{1}{9}$ kg ohne Verlust. Um also diesen zu decken, ist der Preis (135,23) um $\frac{1}{9}$ zu erhöhen.

Auflösung. Der Warenpreis sei 100

+ 10 % Unkosten.	10
— 4 % Diskont	4
	106
+ 1 % Provision (von 106) . . .	1,06
Auslage	107,06
+ 20 % Gewinn	21,41
	128,47
+ 5 % Diskont (im 100)	6,76
Einnahme ohne das Verlorene	135,23
Auslage	107,06
+ 40,35 % (s. Erkl. 179)	43,20
Wirkliche Einnahme	150,26
Für das Verlorene mehr	15,03

Dies beträgt den 10. Teil der wirklichen Einnahme oder den 9. Teil der Einnahme ohne das Verlorene, d. h.: Es sind 10 % der Ware verloren gegangen (siehe Erkl. 180).

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 593. Bei einem Einkaufe bekam man vom Betrage der Rechnung 20 % Rabatt (vom Hundert) und hatte 5 % des Einkaufspreises Unkosten. Für wieviel Prozent unter dem Rechnungsbetrage erhielt man die Ware?

Aufgabe 594. Eine Ware wurde mit 20 % über der Auslage verkauft. Es waren jedoch von der erhaltenen Einnahme 5 % Verkaufsunkosten zu decken. Wieviel Prozent Gewinn blieben übrig?

Aufgabe 595. Ein Buchhändler verkauft ein Werk, das er mit 40 % Rabatt vom Hundert gekauft hat, mit 20 % Rabatt vom Hundert. Wieviel Prozent verdient er daran?

Aufgabe 596. Ein Sortimenter erhält 25 % Rabatt, hat 1 % seiner Auslage Unkosten und gewährt 5 % Diskont. Wieviel Prozent Gewinn erzielt er?

Aufgabe 597. Jemand kauft eine Ware mit 20 % Unkosten. Er muss beim Verkaufe 4 % Diskont gewähren und will 20 % gewinnen. Um wieviel Prozent der Auslage ist der Verkaufspreis höher als letzterer?

Aufgabe 598. Um wieviel Prozent ist der Verkaufspreis höher als der Einkaufspreis, wenn man 20 % der Auslage gewinnen will, beim Verkauf 5 % Diskont zu gewähren hat und die Unkosten 25 % des Warenpreises betragen?

Aufgabe 599. Jemand hat beim Einkaufe 10 % des Warenpreises Unkosten, erhält aber 4 % desselben Diskont. Provision 1 % vom diskontierten Werte. Er will 20 % gewinnen, muss aber beim Verkauf 5 % Diskont gewähren. Um wieviel Prozent ist der Verkaufspreis höher als die Auslage, wenn 10 % der Ware verloren gegangen sind?

Andeutung. Siehe die gelöste Aufgabe 592.

---

11) Ueber die Kalkulationen.

Frage 47. Was versteht man unter Kalkulation und welche Arten unterscheidet man?

Erkl. 181. Die richtige Kalkulation ist für den Kaufmann von ausserordentlicher Wichtigkeit, da sie für ihn die Grundlage für den Weiterverkauf der Ware bildet. Sie giebt ihm den Preis, unter welchem er die Ware nicht abgeben kann ohne Verlust zu erleiden. Eine zu hohe Kalkulation macht den Kaufmann nicht konkurrenzfähig, eine zu niedrige bringt ihm Verluste.

Antwort. Unter Kalkulation oder Kalkulatur (vom lat. calculus, die Berechnung) versteht man die Berechnung des Preises einer Wareneinheit einschliesslich aller Unkosten, aber (wenigstens in den meisten Fällen) ohne Gewinn. Wird die Ware von auswärts bezogen oder nach auswärts versendet, so nennt man die darüber ausgestellte Rechnung eine Bezugs- oder Versendungskalkulation. Dieselbe kann sich auf eine einzelne, aber auch auf mehrere Waren beziehen. Man unterscheidet darum einfache und zu-

sammengesetzte Kalkulationen. Die einfachen Bezugs- und Versendungskalkulationen sind nur insofern von den Waren-Ein- und -Verkaufsrechnungen (siehe No. 8) verschieden, als man bei ihnen nicht nach dem Preise der gesamten Warenmenge, sondern nach dem einer Einheit gefragt wird unter Rücksicht auf das am Bestimmungsorte vorgefundene Gewicht oder die erlittenen Beschädigungen.

Bei den zusammengesetzten Kalkulationen sind die Unkosten auf die einzelnen Waren zu verteilen und zwar die Wertspesen nach dem Werte der Ware, die Gewichtsspesen, zu denen auch die nicht proportionierten gerechnet werden, nach dem Gewichte (siehe die Antwort zu Frage 39), während die besonderen Spesen nur den Artikeln zuzuschlagen sind, die sie verursacht haben.

Erkl. 182. In neuerer Zeit ist man bemüht, die Kalkulaturen dadurch zu vereinfachen, dass man die Preise gewisser Hauptausfuhrartikel auf überseeischen Plätzen nicht nur frei an Bord oder frei in See und in der Geldwährung des Bestimmungsortes, sondern auch einschliesslich der Fracht bis zum Bestimmungsorte, ja sogar einschliesslich der Assekuranzprämie angiebt. Einen solchen Preis bezeichnet man im englischen durch cif, welches eine zuerst in englischen Telegrammen angewendete Abkürzung der Wörter cost, incurance, freight (d. h. Kosten- oder Einkaufspreis, Assekuranz, Fracht) ist. Dieser Ausdruck hat sich an deutschen und anderen Seeplätzen schon so eingebürgert, dass er wohl kaum durch die entsprechende deutsche Bezeichnung K Fr A verdrängt werden wird.

Auch der Produzent oder Fabrikant muss, ehe er eine Ware in den Handel bringt, sich durch eine Rechnung klar machen, wieviel ihm die Ware zu stehen kommt. Eine solche nennt man eine Produktions- oder Herstellungskalkulation. Zu ihrer Aufstellung gehört eine genaue Kenntnis des Fabrikationswesens und der erforderlichen technischen Arbeiten. In der Hauptsache setzen sie sich zusammen 1. aus der Materialsberechnung; 2. der Preisberechnung und zwar a) Wert des Materials, b) Arbeitslöhne, c) allgemeine Unkosten (z. B. Abnutzung der Maschinen, Geräte, Fabrikationsräume, Beleuchtung, Versicherungen, Mietzins, Steuern, Gehalte, Zinsen des Anlage- und Betriebskapitals, Kosten der Verpackung, der Modelle u. s. f.), d) Verkaufsunkosten und etwaiger Verlust durch einzelne Schuldner (siehe die Erkl. 181 bis 183).

Erkl. 183. Die Produktionskalkulationen sind ziemlich schwierig auszuführen. Zwar werden sich der Wert des Materials und die Löhne ziemlich genau bestimmen lassen, die allgemeinen Fabrikationskosten jedoch wird man im ersten Betriebsjahre nur sorgfältig abschätzen können, während in den folgenden auf das Vorjahr gefusst werden kann, wobei jedoch der veränderte Geldwert der Maschinen und noch anderes mehr zu berücksichtigen ist. Werden nun noch in einer Fabrik mehrere Artikel erzeugt, so hat man eine neue Schwierigkeit zu überwinden, nämlich den Anteil festzustellen, den jedes Fabrikat an gewissen allgemeinen Kosten zu tragen hat.

Ein genaueres Eingehen auf diese Art Kalkulationen ist kaum möglich und für dieses Buch auch nicht erforderlich. Die angeführten Beispiele lassen genugsam erkennen, in welcher Weise derartige Rechnungen aufgestellt werden.

---

a) Einfache Kalkulationen.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 600. Kalkulation über 50 Ballen Java-Kaffee von Rotterdam nach Hamburg und von da nach Dresden:

50 Ballen Java-Kaffee

Br 3 071 kg		
3 % Ta 92 kg		
Ne 2 979 kg à 44 $\frac{1}{2}$ cs pr. $\frac{1}{2}$ kg		2 651,31 fl
1 % Auktionskosten	26,51 fl	
Spesen in Rotterdam	35,81 fl	62,32 fl
		2 713,63 fl
	1 $\frac{1}{2}$ % Kommission	40,70 fl
		2 754,33 fl
umgerechnet 100 fl = 173,96 ℳ		4 791,43 ℳ
Fracht nach Hamburg und Unkosten. . . .	52,50 ℳ	
Fracht nach Dresden à 1,50 ℳ pr. 100 kg .	46,07 ℳ	
Assekuranz auf 5 100 ℳ zu $\frac{1}{3}$ %	17,00 ℳ	
Steuer auf Br 6 190 ℔ Ta 124 ℔ à 2 %		
Ne 6 066 ℔ à 17 ℳ pr. 100 ℔ . .	1 031,22 ℳ	
Platzspesen	12,40 ℳ	1 159,19 ℳ
		5 950,62 ℳ
Zinsverlust à 1 $\frac{1}{2}$ % und Verkaufsprovision à 1 % = 2 $\frac{1}{2}$ % (im Hundert).		152,58 ℳ
		6 103,20 ℳ
In Dresden gewogen:		
Br 6 150 ℔		
2 % Ta 123 ℔		
Ne 6 027 ℔ à 1,01 ℳ		6 087,27 ℳ
	Kalkulationsdifferenz	— 15,93 ℳ

Anmerkung 9. Die zu beantwortende Frage war: Wie hoch kalkuliert sich 1 ℔ in Dresden? Man findet die Antwort, indem man 6 103,20 ℳ durch das sich in Dresden ergebende Nettogewicht 6 027 dividiert, und erhält: 1 ℔ kostet 1,01 ℳ Dann machen aber, da die Division nur auf zwei Stellen ausgeführt werden kann, die 6 027 ℔ nur 6 087,27 ℳ, wodurch ein Rechnungsverlust von 15,93 ℳ entsteht. Wollte man 1 ℔ zu 1,02 ℳ kalkulieren, so entstände ein Rechnungsgewinn von 44,34 ℳ

Aufgabe 601. Kalkulation über Bengal-Indigo von London über Hamburg nach Leipzig:

1 Kiste Bengal-Indigo

Br 2 Cwt 3 Qrs 10 ℔		
Ta u. Gutg. — Cwt 2 Qrs 25 ℔		
2 Cwt — Qrs 13 ℔ = 237 ℔ engl. à $\frac{8}{1}$ (8 sh 1 d) . .		£ 95·15· 9
Kurtage	£ —·9·7	
Sämtliche Kosten der Verschiffung	£ 1·2·1	£ 1·11· 8
		£ 97· 7· 5
	2 % Kommission	£ 1·18·11
		£ 99· 6· 4
Assekuranz bis Hamburg	£ —·5·6	
Police, Wechselstempel etc.	£ —·6·6	£ —·12·—
		£ 99·18· 4

Umgerechnet zu 20,40 (1 £ = 20,40 ℳ)		2 038,30 ℳ
Provision $\frac{1}{3}$ %	6,79 ℳ	
Fracht und Unkosten bis Hamburg	48,80 ℳ	
Fracht bis Leipzig	7,40 ℳ	
Kleine Spesen	2,25 ℳ	65,24 ℳ
In Leipzig gewogen:		2 103,54 ℳ
Br 148 kg		
Ta 40,5 kg		
Ne 107,5 kg à 9,79 ℳ pr. $\frac{1}{2}$ kg		2 104,85 ℳ
	Kalkulationsgewinn:	1,31 ℳ

Aufgabe 602. Ein Chemnitzer Fabrikant hat 50 Stück baumwollene Möbelstoffe nach Amsterdam zum Preise von 31 fl h frei von Unkosten mit 2 Monate Ziel zu liefern übernommen. Zu jedem Stücke sind 14 ℔ Garn erforderlich. Färberlohn 25 ₰ pr. ℔, Arbeitslohn 11 ℳ pr. Stück, Appreturkosten 4,20 ℳ pr. Stück, Verpackungskosten 11,25 ℳ, Fracht und Zollspesen 36,50 ℳ. Auf den Fakturbetrag kommen 10 % Skonto in Abzug. Die Schuld wird durch Wechsel eingezogen, die für je 100 fl fällig nach 2 Monaten 167,50 ℳ ergeben und $\frac{1}{3}$ % Provision und 1 ‰ Kurtage Kosten verursachen. Welcher höchste Preis kann unter Abzug von 2 % Skonto für 1 ℔ Garn bewilligt werden, wenn ein Reingewinn von 15 % beabsichtigt ist?

Auflösung. Hier ist der Verkaufspreis am fremden Orte gegeben und der Selbstkosten- oder Einkaufspreis am eigenen Platze zu ermitteln. Die Rechnung muss deshalb in umgekehrter Weise wie bei den Aufgaben 600 und 601 ausgeführt werden, wobei dasjenige, was auf den Verkaufspreis vermehrend einwirkt, abzuziehen ist (Prozente auf Hundert), das Vermindernde dagegen hinzuzuzählen ist (Prozente im Hundert).

Brutto-Ertrag 31 fl · 50	= 1 550 fl
— 10 % Skonto (vom 100)	= 155 fl
Betrag nach 2 Mon. fällig	= 1 395 fl

umgerechnet (100 fl = 167,50 ℳ) 2 336,62 ℳ einschliesslich Provision und Kurtage

— $\frac{1}{3}$ % Provision (vom 100)	=	7,80 ℳ
— 1 ‰ Kurtage (desgl.)	=	2,34 ℳ
Reinertrag	=	2 326,48 ℳ
— 15 % Gewinn (auf 100)	=	303,45 ℳ
		2 023,03 ℳ

— Unkosten:		
Färberlohn . . .	175,— ℳ	
Arbeitslohn . . .	550,— ℳ	
Appreturkosten . .	210,— ℳ	
Verpackungskosten	11,25 ℳ	
Fracht u. Zollspesen	36,50 ℳ	982,75 ℳ
Für Garn ohne Skonto . . .		1 040,28 ℳ
+ 2 % Skonto (im 100) . . .		21,22 ℳ
700 ℔ Garn mit Skonto . .		1 061,50 ℳ

giebt 1 ℔ ist einzukaufen mit 1,516 ℳ (siehe Erkl. 184).

Erkl. 184. Probe:

700 ℔ Garn à 1,516 ℳ	1061,20 ℳ
— 2 % Skonto	21,22 ℳ
	1039,98 ℳ
+ Unkosten (wie rechts) .	982,75 ℳ
	2022,73 ℳ
+ 15 % Gewinn	303,41 ℳ
	2326,14 ℳ
+ $\frac{1}{3}$ % Prov. (im 100) . .	7,78 ℳ
+ 1 ‰ Kurt. (im 100) . .	2,33 ℳ
	2336,25 ℳ
umgerechnet 100 fl = 167,50 ℳ .	1395 fl h

ohne Skonto.

Aufgabe 603. Chemnitz konsigniert (siehe Erkl. 185) Strumpfwaren nach New-York: Eine Kiste enthaltend 300 Dutzend gestreifte Frauenstrümpfe à 7,60 ℳ mit 4 % Diskont. Spesen wie in der Auflösung angeführt. — New-York erteilt nach 80 Tagen Verkaufsrechnung darüber, das Dutzend zu $3\frac{1}{8}$ $ mit 6 % Diskont, und bringt ausser den in der Lösung angeführten Spesen 8 % Kommission und Delcredere in Abzug. Den Reinertrag schickt es in Wechseln, die für 94,5 cs je 4 ℳ ergeben. a) Wie hoch stellt sich die Konsignationsrechnung? b) Wie hoch war der gesandte Wechselbetrag? c) Wieviel Mark Gewinn ergab das Geschäft?

Auflösung. a) Konsignationsrechnung:

300 Dutzend à 7,60 ℳ .		2 280,— ℳ
— 4 % Diskont		91,20 ℳ
		2 188,80 ℳ
Spesen:		
Verpackung . . .	57,60 ℳ	
Konsulatsgebühr . .	10,70 ℳ	
Assek. bis Bremen von 2400 ℳ zu $\frac{1}{4}$ ‰	0,60 ℳ	
Police	1,50 ℳ	
Fracht nach Bremen	17,80 ℳ	88,20 ℳ
		2 277,— ℳ

b) Verkaufsrechnung:

300 Dutzend à $3\frac{1}{8}$ $ . .		$ 937,50
— 6 % Diskont		$ 56,25
		$ 881,25
— Spesen:		
Fracht von Bremen nach New-York	$ 13,40	
Seeassek. $\frac{1}{2}$ % von 580	$ 2,90	
40 % Eingangszoll von 2280 ℳ (4,20 ℳ = 1 $)	$ 217,14	
Porto u. kleine Spesen	$ 1,35	
Kommission und Delcr. 8 % von 937,50 $ . .	$ 75,00	$ 309,79
		$ 571,46
umgerechnet 94,5 cs = 4 ℳ .		2 418,88 ℳ
c) Gewinn		141,88 ℳ

ohne Rücksicht auf Zinsverlust.

Erkl. 185. Konsignieren heisst überhaupt Waren an einen Auswärtigen senden, besonders aber sie ihm zum Verkauf in Kommission zuschicken. Die Zusendung heisst daher Konsignation. Der Absender der Waren heisst Konsignant, der Empfänger Konsignatar. Der Absender schreibt dem Empfänger entweder den Verkaufspreis vor, oder überlässt es ihm, sie vom Lager zu einem möglichst hohen Preise abzugeben, oder verlangt von ihm, sie sofort und zu jedem Preise (à tout prix) zu verkaufen.

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 604. Kalkulation über Baumwollengarn von Manchester nach Berlin. 8 Ballen à 1 200 ℔ engl. Netto.

9 600 ℔ à $13\frac{1}{4}$ d		£ —.—.—
Packung und Fracht 40 sh 5 d pr. Ballen		£ —.—.—
umgerechnet 1 £ = 20,27 ℳ		—— ℳ
Unkosten:		
2 ‰ Kurtage	—— ℳ	
Wechselstempel	4,50 ℳ	
Assekuranz auf 12 000 ℳ à $1\frac{1}{2}$ ‰	—— ℳ	
Fracht auf 4 560 kg Brutto à 2,40 ℳ pr. 50 kg	—— ℳ	
Zoll von 4 350 kg Netto à 6 ℳ pr. 50 kg . .	—— ℳ	—— ℳ
		—— ℳ
+ 3 % Zinsverlust		—— ℳ
		—— ℳ
Hier gewogen 4 355 kg Netto à — ℳ		—— ℳ
Kalkulationsverlust		—— ℳ

Aufgabe 605. Kalkulation über 2 Fässer Muskatnüsse von Rotterdam nach Leipzig.

Br 470 kg
Ta u. Gutg. 52 kg
Ne — kg à 206 cs pr. $\frac{1}{2}$ kg . . . . — fl h

— 1 % Diskont — fl h

— fl h

Spesen in Rotterdam:

$\frac{1}{2}$ % Maklergebühr (vom disk. Werte)	— fl h	
Empfangen und Verladen	3,50 fl h	
Assekuranz 1 ‰ von 1800 fl	— fl h	
Police und Porto	4,60 fl h	
Fracht auf 470 kg à 1,75 fl pr. 50 kg	— fl h	— fl h
		1739,81 fl h
+ 1 $\frac{1}{2}$ % Kommission		— fl h
Umgerechnet 100 fl = 171,60 ℳ		— ℳ

Spesen in Leipzig:

Fracht bis Leipzig einschl. kleiner Spesen . .	40,31 ℳ	
Steuer auf 395,75 kg à 19,50 ℳ pr. 50 kg . .	— ℳ	— ℳ
		— ℳ
+ 1 % Zinszerlust		— ℳ

In Leipzig gewogen Br 470 kg
— 10 % Ta — kg
Ne — kg à — ℳ pr. 1 kg . . . . — ℳ

Kalkulationsdifferenz — ℳ

Aufgabe 606. Kalkulation über in Macao gekaufte, mittels Dampfer über London nach Hamburg verschiffte:

50 Kisten Kassia-Oel à $\frac{1}{2}$ Picul à 108 $ pr. Picul . . . . . . $ —

Spesen in Hongkong:

Fracht nach Hongkong	$ 39,70	
Empfangen, Verladen etc	$ 11,00	
Feuerversicherung $\frac{1}{8}$ % von 2850 $	$ —	
Konossement	$ 5,25	
Seeversicherung $\frac{1}{4}$ % von 2920 $ u. 10 % imag. Gew.	$ —	
Zoll	$ 291,27	
Kleine Spesen	$ 8,38	
Kurtage $\frac{1}{8}$ % von 2970 $	$ —	
Assekuranz von Hongkong bis London	$ 91,02	$ —
		$ —
+ 2 $\frac{1}{2}$ % Kommission		$ —
+ 1 % (im 100) Wechselprovision		$ —
		$ —
umgerechnet 1 $ = 4 sh 3 d		£ 696·19·5
umgerechnet 1 £ = 20,50 ℳ		— ℳ

Spesen in Hamburg:

Londoner Spesen	31,— ℳ	
Fracht auf Br 1600 kg à 6,25 ℳ pr. 50 kg .	— ℳ	
Diverse Spesen	14,22 ℳ	— ℳ
		— ℳ

In Hamburg gewogen
Ne 1411 kg à — ℳ pr. kg . . . . — ℳ

Kalkulationsgewinn — ℳ

Aufgabe 607. Kalkulation über 15 Sack Kaffee Br 1450 kg, Ta $1\frac{3}{4}$ % und 30 kg für Doppelsäcke (abrunden auf 0,5 kg) à 75,80 ℳ pr. 50 kg. 2 % Diskont. 3 % Kommission. Spesen: Fracht auf 1450 kg à 2,73 ℳ pr. 50 kg; Zoll auf 2114,06 ℳ zu $2\frac{3}{4}$ %; Rollgeld 7,50 ℳ Zinsverlust $3\frac{1}{3}$ %. Wie hoch kalkuliert sich 1 kg Netto, und wie gross ist die Kalkulationsdifferenz?

Aufgabe 608. Kalkulation in Leipzig über 600 Bündel englisches Leinengarn à 4 sh 3 d pr. Bündel. Verpacken 10 sh. Umgerechnet 1 £ = 20,4 ℳ; Assekuranz $\frac{1}{4}$ % von 3100 ℳ; Fracht bis Leipzig 63 ℳ; kleine Spesen 2,35 ℳ; Zoll 12 ℳ pr. 100 kg von 620 kg Netto; Roll- und Trinkgeld 2,75 ℳ Vom Ganzen 2 % Zinsverlust. Wie hoch stellt sich 1 Schock in Leipzig, wenn 12 Bündel gleich 1 Schock sind?

Aufgabe 609. Dresden bezieht von Kalkutta über Triest 126 Sack Kaffee Netto 189,5 Cwt à 91 sh frei bis Triest. Der Fakturbetrag wird unter Anrechnung von $\frac{1}{2}$ % Provision durch Wechsel gedeckt, die 20,50 ℳ für 1 £ angenommen werden. Unkosten: Assekuranz bis Dresden auf 19500 ℳ à $1\frac{1}{8}$ %; Fracht von Triest einschl. Triester Spesen à 2,85 ℳ pr. 50 kg auf 9950 kg; Eingangszoll auf Br 9950 kg, Ta 157,500 kg für Uebersäcke, vom Reste 2 % Ta à 40 ℳ pr. 100 kg Netto. Unkosten am Platze 2985 ℳ Zinsverlust 1 %. In Dresden gewogen Br 9950 kg, Ta 2,5 kg pr. Sack. Wie hoch kalkuliert sich 1 kg, und wie gross ist die Kalkulationsdifferenz?

Aufgabe 610. Kalkulation über 6000 Kisten Kampfer-Oel, von Jokohama über Hamburg nach Leipzig. Br 288560 kg enthaltend 3708,32 Pikuls Netto, 1 Pik. = $133\frac{1}{3}$ ℔ engl.; 1 ℔ engl. = 753,6 g à 17,50 ℳ pr. 50 kg Netto cif Hamburg (siehe Erkl. 182). Seefracht auf 300 Tons à £ 1·10·— pr. Ton. Reduziert in Mark 1 £ = 20,50 ℳ Hamburger Spesen 1105,90 ℳ; Seefracht, zahlbar in Hamburg auf 300 Tons à 30 sh pr. Ton umgerechnet zu 20,37 ℳ für 1 £. Fracht bis Leipzig auf 288560 kg à 1,37 ℳ pr. 100 kg; Spesen in Wallwitzhaven 103,30; Bahnversicherung und Spesen in Leipzig 210,60 ℳ Zinsverlust 2,5 %. — In Leipzig Br 288560 kg, Ta 64287 kg; Leckage 2123 kg. Wie hoch berechnen sich 100 kg frei Leipzig?

Aufgabe 611. Kalkulation über raffiniertes Petroleum von New-York nach Havre. 258 Fässer raffiniertes Petroleum wie folgt: H. S. 100 Fässer enthaltend 4208,5 Gallons ab 153 gall à 0,41 $; A. 97 Fässer 3891 gall ab 143,5 gall und B. 2447 gall ab 90 gall à 0,42 $. Lichtergeld 10 cs pr. Fass; Besichtigung, Marken und Böttcherlohn 15,48 $; Ladungsschein, Porto, Stempel und kleine Spesen 5,50 $; Wechselkurtage 0,25 % von 4412,98 $. Vom Ganzen 3 % Kommission. Umgerechnet 1 $ = 3,65 fs. Provision 40,30 fs. Fracht 8 sh pr. Fass. Primage 5 % (von der Fracht). 1 £ = 25,25 fs. Assekuranz auf 18000 fs zu 1,5 %. Police 2 fs. Ausschiffungskosten und Wiegen 36,85 fs; Böttcherlohn 77,40 fs; Zolldeklaration und Porto 9,45 fs. Vom Ganzen 2 % Kommission, $2\frac{1}{4}$ % Diskont, $\frac{1}{4}$ % Kurtage (zusammen $4\frac{1}{2}$ % im Hundert). Gewogen in Havre Netto 29464 kg. Wie hoch kalkulieren sich 100 kg?

Aufgabe 612. Berlin hat von seinem Agenten in Paris einen Auftrag auf 36 Stück Flanelle erhalten. Das Stück von 360 m ist zu 2,50 fs pr. Meter mit 6 % Skonto frei bis Havre zu liefern. Berlin bestellt die Ware beim Fabrikanten frei bis Berlin mit 2 % Diskont gegen Barzahlung, an Unkosten hat es: Zinsverlust 2 %, Provision 3 %, beides vom Nettobetrage der Faktur für den Agenten in Paris. Verpackung 10,50 ℳ; Fracht nach Havre von 150 kg zu 12,90 ℳ pr. 100 kg. Wieviel Pfennige kann Berlin für das Meter bezahlen, wenn es 6 % gewinnen will und 100 fs = 80 ℳ sind?

Aufgabe 613. London konsigniert Indigo nach Petersburg: 10 Kisten Indigo Br 27 Cwt 3 Qrs 15 ℔, Ta 8 Cwt 2 Qrs 23 ℔ à 5 sh 7,5 d pr. ℔; Kurtage 0,5 %; Verschiffungsspesen £ 5·11·4; Assekuranz £ 4·—·2. Vom Ganzen 2 % Kommission. Petersburg stellt darüber folgende Verkaufsrechnung aus: Br 86 Pud 18,5 ℔; Ta 27 Pud 1 ℔ à 108 Rb pr. Pud Netto. Unkosten: Fracht von 3123 ℔ engl. à $\frac{1}{4}$ d und 5 % Zuschlag, umgerechnet 23,5 d = 1 Rb; Zoll 223,15 Rb; Zollabfertigung 5 Rb; Löschen, Wägen, Abliefern 36 Rb; verschiedene Unkosten 20,75 Rb; Zinsen für diese Spesen 4,40 Rb; Kurtage $\frac{1}{2}$ %, Delcredere 2 %, Kommission 2 $\frac{1}{2}$ % vom Verkaufspreise; Assekuranz 10,85 Rb. Wieviel Verlust erleidet London, wenn es noch £ 9·6·2 Zinsverlust zu rechnen hat und 1 Rb mit 23,5 d annimmt?

---

b) Zusammengesetzte Kalkulationen.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 614. Kalkulation mit Gewichtsspesen: Leipzig bezieht von Hamburg 3 Sorten Tafelreis in den in der Auflösung angeführten Mengen mit 2 % Diskont. Sämtliche Spesen (in diesem Falle Steuer, Fracht, Porto etc.) sind nach dem Gewichte zu verteilen. Wie hoch kalkulieren sich 50 kg jeder Sorte?

50 Säcke Tafelreis No. I
Br 5380 kg, Ta 1,5 kg pr. Sack, Gutg. 1 kg pr. Sack
— Ta u. Gutg. 125 kg
Ne 5255 kg à 16,50 ℳ pr. 50 kg . . . . 1734,15 ℳ

50 Säcke Tafelreis No. II
Br 5635 kg, Ta 1,5 kg pr. Sack, Gutg. 1 kg pr. Sack
— Ta u. Gutg. 125 kg
Ne 5510 kg à 12,80 ℳ pr. 50 kg . . . . 1410,56 ℳ

25 Säcke Tafelreis No. III
Br 2448 kg, Ta 1,5 kg pr. Sack, Gutg. 1 kg pr. Sack
— Ta u. Gutg. 62,5 kg
Ne 2385,5 kg à 10,30 ℳ pr. 50 kg . . . . 491,41 ℳ

		3636,12 ℳ
	— 2 % Diskont	72,72 ℳ
Unkosten:		3563,40 ℳ
Fracht auf 13463 kg à 1,60 ℳ pr. 100 kg .	215,41 ℳ	
Steuer auf 13240 kg à 1,75 ℳ pr. 50 kg . .	463,40 ℳ	
Porto und kleine Spesen	48,39 ℳ	727,20 ℳ
		4290,60 ℳ

In Leipzig gewogen:
No. I Ne 5240 kg
No. II Ne 5480 kg
No. III Ne 2325 kg

Auf Ne 13045 kg kommen 727,20 ℳ Spes.
„ 1 kg kommen x ℳ „

Es ist x = 5,57 ₰ (siehe Erkl. 186.)

Erkl. 186. Die Gesamtsumme der Spesen ist nach den Gewichten auf die einzelnen Sorten zu verteilen. Dies geschieht, indem man ermittelt, wieviel Unkosten auf die Einheit (hier 1 kg) kommen und diesen Wert (hier 5,57 ₰) mit den Gewichten der einzelnen Sorten multipliziert (s. Olbrichts Lehrbuch der Durchschnitts-, Gesellschafts- und Mischungsrechnung).

Kalkulation der einzelnen Sorten:

3 Sorten Tafelreis ℳ	No. I	No. II	No. III	Zusammen
Fakturbetrag	1 734,15	1 410,56	491,41	3 636,12
— 2 % Diskont	34,68	28,21	9,83	72,72
	1 699,47	1 382,35	481,58	4 563,40
Spesen auf 5240 kg à 5,57 ₰	291,87			
" " 5480 kg "		305,24		
" " 2325 kg "			129,50	726,61
	1 991,34	1 687,59	611,08	4 290,01
5240 kg à 19,— ℳ pr. 50 kg	1 991,20			
5480 kg à 15,40 ℳ pr. 50 kg		1 687,84		
2325 kg à 13,14 ℳ pr. 50 kg			611,01	4 290,05
Kalkulationsdifferenz	— 0,14	+ 0,25	— 0,07	— 0,04

Der Gesamtbetrag stellte sich auf 4 290,60
somit ist die durch die Rechnung sich ergebende Differenz . . — 0,55

Aufgabe 615. Kalkulation mit Wertspesen: Berlin bezieht von London eine Kiste Manufakturwaren und rechnet alle Spesen als Wertspesen, da die Gewichtsspesen gering sind. Wie hoch kalkulieren sich die einzelnen Sorten?

Eine Kiste Manufakturwaren Br 5 Ztr, enthaltend:

15 Stück Nankins à 40 Yards à 18 sh pr. Stück	£ 13·10·—		
20 Stück Domestik à 45 Yards à 56 sh pr. Stück	£ 56·—·—		
12 Stück Velvets à 36 Yards à 29,5 sh pr. Stück	£ 17·14·—		
	£ 87· 4·—		
— 2 % Dekort	£ 1·14·11		
			£ 85· 9· 1
Färberlohn à 1 sh 4 d pr. Stück	£ 3·2· 8		
Fertigmachen 1 sh pr. Stück	£ 2·7·—		
Verpacken, Leinwand u. s. f.	£ —·8· 4		
Rollgeld und kleine Spesen	£ —·2· 6		£ 6·—· 6
			£ 91· 9· 7
+ $1\frac{1}{2}$ % Kommission			£ 1· 7· 5
			£ 92·17·—
Umgerechnet 1 £ = 20,40 ℳ			1 894,14 ℳ
Fracht und Spesen in Hamburg		14,60 ℳ	
Assekuranz auf 2000 ℳ à 0,75 %		15,00 ℳ	
Fracht bis Berlin		12,55 ℳ	
Zoll auf Netto 440 ℔ à 60 ₰		264,00 ℳ	
Kleine Spesen		25,86 ℳ	332,01 ℳ
			2 226,15 ℳ
Zinsverlust 2 %			44,52 ℳ
Gesamtkosten			2 270,67 ℳ

Der Wert von £ 87·4·— oder 1 744 sh kommt auf 2 270,67 ℳ zu stehen
also kommt 1 sh auf 1,302 ℳ zu stehen.

Kalkulation:

15 Stück	Nankins	à 18 sh à 130,2 ₰	. . . . =	351,54 ℳ
20 „	Domestik	à 56 sh à „	. . . . =	1 458,24 ℳ
12 „	Velvets	à 29,5 sh à „	. . . . =	460,91 ℳ
				2 270,69 ℳ
		Gesamtkosten	. . . .	2 270,67 ℳ
		Gewinn durch Kalkulation	. . . .	0,02 ℳ

Aufgabe 616. Kalkulation mit gemischten Spesen: 2 Sorten Olivenöl von Genua nach München. Wie hoch kalkulieren sich 50 kg jeder Sorte, wenn die Spesen getrennt berechnet werden?

No. I Br 4 265 kg		
— Ta 956 kg		
Ne 3 309 kg à 128 £ pr. 100 kg		£ 4 235,52
No. II Br 7 440 kg		
— Ta 1 241 kg		
Ne 6 199 kg à 134 £ pr. 100 kg		£ 8 306,66
		£ 12 542,18
2 % Kommission		£ 250,84
Spesen in Genua:		£ 12 793,02
$\frac{1}{4}$ % Assekuranz auf 13 870 £	£ 34,68	
Probensenden, Verküpern u. dergl.	£ 60,50	
Verladen und kleine Spesen	£ 12,60	£ 107,78
		£ 12 900,80
Umgerechnet 100 £ = 80 ℳ		10 320,64 ℳ
Spesen in München:		
Steuer No. I auf 4 220 kg à 7,50 ℳ pr. 100 kg	316,50 ℳ	
„ No. II „ 7 380 kg à „ „	553,50 ℳ	
Fracht	1 160,00 ℳ	
Rollgeld und kleine Spesen	55,30 ℳ	2 085,30 ℳ
Wert der ganzen Sendung		12 405,94 ℳ

a) **Gewichtsspesen:**

Probensenden, Verküpern	£ 60,50	} 58,48 ℳ
Verladen etc.	£ 12,60	
Fracht		1 160,00 ℳ
Rollgeld und kleine Spesen . .		55,30 ℳ
		1 273,78 ℳ

b) **Wertspesen:**

Kommission	£ 250,84
Assekuranz	£ 34,68
	£ 285,52 à 80 ₰ = 228,42 ℳ

No. I in München gewogen . Br 4 220 kg Ta und Leckage 943 kg
No. II „ „ „ . Br 7 380 kg „ „ „ 1 225 kg

Die Gewichtsspesen verteilen sich auf 11 600 kg
also kommt auf 1 kg . . 0,1098 ℳ

Die Wertspesen verteilen sich auf £ 12 542,18
also kommt auf 1 £ . . 0,0182 ℳ

Zusammenstellung:

	No. I	No. II
	M.	*M.*
Fakturwert 100 £ = 80 *M.* { No. I 4235,52 £ / No. II 8306,66 £	3 388,42	6 645,33
Steuer	316,50	553,50
Gewichtsspesen auf 4220 kg à 10,98 ₰	463,36	
" " 7380 kg à "		810,32
Wertspesen auf 4235,52 £ à 1,82 ₰	77,09	
" " 8306,66 £ à "		151,18
Zusammen	4 245,37	8 160,33

No. 1 Br 4 220 kg
Ta 943 kg
Ne 3 277 kg à 64,78 *M.* pr. 50 kg
= 4 245,68 *M.*

No. II Br 7 380 kg
Ta 1 225 kg
Ne 6 155 kg à 66,29 *M.* pr. 50 kg
= 8 160,30 *M.*

Wert der ganzen Sendung	12 405,94 *M.*
Die Kalkulation von I ergiebt	4 245,68 *M.*
" " " II "	8 160,30 *M.*
Kalkulationsgewinn	0,04 *M.*

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 617. Dresden bezieht von Hamburg 1 Fass Br 550 kg, Ta 40 kg, enthaltend 60 Brot ff Raffinade à 60 *M.* pr. 50 kg und 1 Kiste Cigarren Br 150 kg enthaltend 15 Mille Domingo à 40 *M.* und 10 Mille Havanna à 100 *M.* Die Kiste kostet 7,50 *M.* Fracht für 700 kg á 1,50 *M.* pr. 50 kg. Spesen in Dresden 4,50 *M.* Wie hoch kalkuliert sich 1 kg Raffinade und 1 000 Cigarren, wenn die Kiste für 2,50 *M.* verkauft werden kann und das Tausend Cigarren im Durchschnitt 6 kg wiegt? (Alle Spesen als Gewichtsspesen.)

Aufgabe 618. Dresden bezieht von London folgende Anzahl Reisedecken: 2 Stück No. I à 12/6; 6 St. No. II à 13/4; 4 St. No. III à 16/8; 4 St. No. IV à 18/—; 2 St. No. V à 21/6; 6 St. No. VI à 24/—; 4 St. No. VII à 27/3 und 3 St. No. VIII à 31/—. Spesen in London: Kiste, Verpackung u. s. w. 14 sh 6 d; Assekuranz auf 36 £ à 7 sh 6 d °/o; Police 1 sh. Vom Ganzen 2,5 °/o Kommission. Umgerechnet 1 £ = 20,50 *M.* Fracht bis Hamburg 9 sh 3 d und 12,5 °/o Primage à 20,50 *M.* Spesen in Hamburg 4,20 *M.* Fracht bis Dresden u. s. w. 3,75 *M.* Eingangszoll auf 52 kg à 75 *M.* pr. 50 kg. Vom Ganzen 3 °/o Zinsverlust. a) Wie gross ist der Betrag einschliesslich aller Kosten? b) Wie hoch kalkuliert sich 1 sh in Pfennigen? c) Wie teuer kommt 1 Stück von jeder Sorte? (Alle Spesen sind als Wertspesen anzusehen; 12/6 etc. heisst 12 sh 6 d das Stück.)

Aufgabe 619. Wien bezieht von Hamburg 5 Kisten Schellack Br 720 kg, Ta 170 kg à 1,20 *M.* und 30 Säcke Pfeffer Br 2 180 kg, Ta 60 kg à 4,50 *M.* Spesen in Hamburg 50 *M.* Vom Ganzen 2 °/o Kommission. Fracht bis Wien 120,37 fl; Zoll für Schellack 5 fl, für Pfeffer 155,20 fl; Platzspesen 15 fl. Wie hoch kalkulieren sich 1 kg Schellack und 1 kg Pfeffer? (Getrennte Spesen.)

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

1214. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc.
nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1213. — Seite 113—128.

Vollständig gelöste
Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, **ebenen u. sphärischen** Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik (höhere Analysis,** Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder **Art, Militärs etc.**

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach **System Kleyer** bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung von Heft 1213. — Seite 113—128.

Inhalt:

Stuttgart 1893.

erlag von Julius Maier.

...iges Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens etc. etc. und zwar in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen nebst Angabe und Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen und alsdann auch alle Teile der reinen und angewandten Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die Lösungen hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen, etc.

Die Schüler, Studierenden und Kandidaten der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, Schritt für Schritt gelöste, Aufgabensammlung immerwährend an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum unfehlbaren Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren Prüfungen zu lösen haben, zugleich aber auch die überaus grosse Fruchtbarkeit der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem Lehrer soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des praktischen Teiles der mathematischen Disziplinen — zum Auflösen von Aufgaben — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, hiermit aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende Aufgaben zu lösen, die gehabten Regeln, Formeln, Sätze etc. anzuwenden und praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis für den Schul-Unterricht wird dadurch erhalten und belebt we[illegible]

Den Ingenieuren, Architekten, Technikern und Fachgenossen aller Art, [illegible] etc. etc. soll diese Sammlung zur Auffrischung der erworbenen und vielleicht verges[illegible] mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre praktischen in allen B[illegible] zweigen vorkommenden Anwendungen einem toten Kapitale lebendige Kraft verleih[illegible] somit den Antrieb zu weiteren praktischen Verwertungen und weiteren Forschung[illegible]

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und prakti[illegible] gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe d[illegible] verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimm[illegible] Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird d[illegible] thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlag[illegible]**

Aufgabe 620. Leipzig bezieht von Bremen Tabak und zwar 5 Fass braun Maryland Br 2196 kg, Ta 242 kg à 44 ₰ pr. Pfund, 5 Fass hellbraun Maryland Br 2101 kg, Ta 230 kg à 54 ₰ pr. Pfund und 20 Korb Varinaskanaster Br 895 kg, Ta 6 kg pr. Korb à 120 ₰ pr. Pfund. $\frac{1}{4}$ % Kurtage, $\frac{1}{6}$ % Umsatzsteuer, kleine Spesen 15,57 ℳ Vom Ganzen $1\frac{1}{2}$ % Kommission. Fracht bis Leipzig auf 103,9 Ztr. à $2\frac{1}{2}$ ℳ; Steuer auf Maryland 907,68 ℳ; auf Varinaskanaster 537,57 ℳ Einbringen 10 ₰ für den Zentner. Feuerversicherung $\frac{1}{2}$ %, Verkaufskurtage $\frac{1}{2}$ %, Zinsverlust $2\frac{1}{2}$ % (alles im Hundert vom zuletzt gefundenen Werte). In Leipzig gewogen 5 Fass braun Maryland Br 4392 ℔, Ta 482 ℔; 5 Fass desgl. hellbraun Br 4203 ℔, Ta 459 ℔; 20 Korb Varinaskanaster Br 1790 ℔, Ta 240 ℔. Wie hoch kalkuliert sich 1 Zentner Netto von jeder Sorte? (Getrennte Spesen.)

Aufgabe 621. Kalkulation über verschiedene Waren von Rotterdam nach Halle. 1 Fass Macis, Br 162 kg, Ta 38 kg à 2,25 fl und 4 Ballen Senfsaat 400 kg à 28 fl pr. 100 kg. Diskont 1,25 %; Kurtage 0,5 % (vom diskontierten Werte); Assekuranz 0,5 % von 800 fl; Empfangen und Verladen 3,60 fl; Muster und Porto 50 cs. Kommission 1,5 %. — 100 fl = 170 ℳ — Fracht bis Hamburg auf 562 kg à 1,40 ℳ pr. 100 kg; kleine Spesen in Hamburg 1,20 ℳ; Fracht bis Halle auf 562 kg à 2,40 ℳ pr. 100 kg; Zoll auf Macis Netto 124 kg à 50 ℳ pr. 100 kg; Zoll auf Senf 400 kg à 3 ℳ pr. 100 kg. Wie hoch kalkuliert sich 1 kg von jeder Ware? (Getrennte Spesen).

---

c) Produktionskalkulationen.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 622. Originalkalkulation über Stiefelschäfte.

1) Kom. No. 516. **Damenkalbschäfte.** Artikel 790. Leisnig, am 2./5. 92.

	ℳ	₰
36,4 kg böhmisches Kalbleder J K . . . . à 3,05 ℳ	111	02
11,52 m Gummizug No. 5544 . . . . à 0,96 ℳ	11	06
10,8 m Köper-Drell B 2 . . . . à 0,45 ℳ	4	86
Seide und Zwirn	4	—
Arbeitslohn (ohne Seide und Zwirn), Steppen, Vorrichten	18	50
Futterleder à Paar 5 ₰, für 54 Paar	2	70
48,6 m $\frac{1}{2}$ Imperialstrippe . . . . à 2,50 ℳ pr. 100 m	1	22
Zuschneider G. $2\frac{1}{2}$ Tage (Woche 19,50 ℳ)	8	10
	156	46
Geschäftsspesen 4 % . . .	6	25
Gesamtkosten	162	71
Geschnitten:		
4 $\frac{1}{2}$ Dutzend Paar 36/42 Damenkalbschäfte à 38 ℳ pr. Dutzend	171	—
Kalkulationsgewinn	8	29

2) Kom. No. 478. **Wildross Knopfschäfte.** Art. 768. Leisnig, am 26./5. 92.

		ℳ	₰
175,330 kg Wildross G & Co.	à 1,65 ℳ	289	29
38 m Köper-Drell S 8	à 0,36 ℳ	13	68
5 Stück Agmaux	à 1,90 ℳ	9	50
10 „ „	à 0,65 ℳ	6	50
$2\frac{1}{4}$ Gross Knöpfe	à 1,15 ℳ	2	60
86,16 m Rutschriemen	à 1,50 ℳ pr. 100 m	1	30
Arbeitslohn (Steppen und Vorrichten)		42	36
Zuschneider L. 4 Tage (Woche 18,50 ℳ)		12	30
„ K. 4 „ („ 13,50 ℳ)		7	—
„ N. 2 „ („ 15,00 ℳ)		5	—
Seide und Zwirn		19	—
		408	53
	Geschäftsspesen 4 %	16	34
Geschnitten:	Gesamtkosten	424	87
6 Dutzend 21/24 6 knöpfige Knopfschäfte . . .	à 14,— ℳ = 84,— ℳ		
5 „ 24/26 7 „ „ . . .	à 19,— ℳ = 95,— ℳ		
5 „ 27/30 8 „ „ . . .	à 24,— ℳ = 120,— ℳ		
5 „ 31/35 10 „ „ . . .	à 29,50 ℳ = 147,50 ℳ	446	50
	Kalkulationsgewinn	21	63

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 623. Fabrikationskalkulation über 1 Ztr. Anisbonbons I: 88 ℔ gemahlener Raffinad à 0,30 ℳ 20 l Wasser, die bis zum Gutwerden des Zuckers verdampfen 0,00 ℳ 25 g Anisöl à 21 ℳ pr. 1 kg; zum Streichen der Platten und Walzen 0,45 ℳ; Abnutzung der Utensilien 1,50 ℳ pr. Ztr.; Heizung pr. Zentner 1,50 ℳ; Arbeitslohn 2 ℳ pr. Ztr.; 12 ℔ Capillär-Syrup à 14 ₰. a) Wie hoch kommt 1 Ztr. zu stehen? b) Wieviel Prozent gewinnt der Fabrikant, wenn er den Zentner mit 41,50 ℳ verkauft?

Aufgabe 624. Kalkulation über Waschseife: 750 kg Talg à 47 ℳ pr. 50 kg; 612,5 kg Palmkernöl à 44 ℳ pr. 50 kg; 80 kg Kokosöl à 54 ℳ pr 50 kg; 447,5 kg Soda à 12 ℳ pr. 50 kg. Von der Gesamtmenge gehen ab 779 kg Absatzseife, die zu 12 ℳ pr. 50 kg anderweit verwendet wird. Die Ausbeute beträgt 1803 kg. Wie hoch kalkulieren sich 50 kg, wenn Arbeitslöhne, Feuerung etc. bereits im Rohmaterial inbegriffen sind?

Aufgabe 625. Kalkulation über 1 Stück Portièrenstoff 126 cm breit, 37,5 m lang aus gefärbten Garnen gearbeitet. Berechnung des Preises: 9,3 ℔ 40/2 gefärbter Zwirn à 150 ₰; $3\frac{5}{6}$ ℔ 60/2 gefärbter Zwirn à 170 ₰; 18 ℔ 4er gefärbtes Mulegarn à 130 ₰; $1\frac{47}{60}$ kg 120/2 gefärbte Chappeseide à 27 ℳ; Treiben der Ketten 120 ₰; Schweifen der Ketten 75 ₰; Webelohn 1 ℳ pr. Meter für 39 m; Spullohn 2,51 ℳ; allgemeine Unkosten 25 ℳ; Appreturlohn 5 ℳ; Musterkarten und Zeichnung 15 ℳ; Verpacken, Fracht etc. 5 ℳ Vom Ganzen 5 % Aufschlag für Provision, 5 % für Skonto und 20 % Nutzen (= 30 % vom Hundert). a) Wie gross ist der Verkaufspreis fürs Stück? b) Wie hoch kalkuliert sich 1 m, wenn das Stück nach der Appretur 37,5 m lang ist?

12) Ueber die Spiritusberechnung.

Frage 48. In welcher Weise wird der Preis für Spiritus angegeben?

Antwort. Der ganz wasserfreie Spiritus oder Weingeist, absoluter oder auch bloss Alkohol genannt, ist kein Gegenstand des gewöhnlichen Handels, vielmehr bekommt man durch denselben nur Weingeist mit Wasser vermischt (siehe Erkl. 187). Da nun selbstverständlich lediglich die in der Mischung enthaltene Alkoholmenge zu bezahlen ist, so muss dieselbe auf irgend eine Weise bestimmt werden. Dazu bedient man sich in Deutschland fast ausschliesslich des Alkoholometers von Tralles (siehe Erkl. 188). Dieses ist eine Glasröhre mit einer 100teiligen Skala und so eingerichtet, dass sie beim Eintauchen ins Wasser bis 0, beim Eintauchen in den leichteren, absoluten (wasserfreien) Alhohol bis 100 einsinkt. Man betrachtet nun jede Menge Spiritus als eine in 100 Raumteile zerlegte Einheit und giebt deren Gehalt an Alkohol in Hundertsteln oder Prozenten an. Sinkt also das Alkoholometer in einer Spiritusmenge bis zum Teile 70 ein, so enthält sie 70 % Alkohol, d. h. unter 100 Raumteilen der Mischung sind 70 Raumteile absoluter Alkohol. Da nun die Flüssigkeiten sich durch die Wärme ausdehnen, beim Erkalten aber sich zusammenziehen, so kann diese Angabe nur für eine bestimmte Temperatur richtig sein, und zwar ist diese bei dem Alkoholometer von Tralles $12\frac{4}{9}$ Grad Reaumür oder $15\frac{5}{9}$ Grad Celsius. Deshalb befindet sich an den meisten dieser Instrumente ein Thermometer. Man liest nun an dem Alkoholometer die scheinbaren Volumenprozente ab, etwa 82, und an dem Thermometer die Temperatur, z. B. 16° R. Dann findet man die wirklichen Prozente aus Tabellen, die zu diesem Zwecke angefertigt sind (in unserem Falle 80,7 %; diese Tabellen finden sich in der praktischen Alkoholometrie von Dr. Th. Fischern).

Der Preis nun für Spiritus wird in Deutschland allgemein für 100

Erkl. 187. Eine Mischung aus Wasser und Alkohol, in welcher Wasser vorherrscht, heisst Branntwein, eine solche, wo Alkohol vorherrscht, Spiritus oder Weingeist. Ware unter 90 % Alkohol nennt man roh, 90 % und darüber Sprit.

Erkl. 188. Früher waren noch anders eingerichtete Alkoholometer im Gebrauch und zwar die von Richter, Beck, Stoppani.

In Oesterreich ist das Alkoholometer von Baumé im Gebrauche. Es giebt an, wieviel Mass reinen Alkohols in einem Eimer (40 Mass) Spiritus enthalten sind, weshalb die Skala 40 Grad enthält. Darnach sind:

4° Baumé = 10 % Tralles.

In Frankreich, Belgien, Italien, Spanien und Portugal berechnet man den Spiritus nach dem Hektoliter zu 90 % Tralles.

In Holland, wo man den Preis ebenfalls fürs Hektoliter angiebt, unterscheidet man Amsterdamer, amerikanische und Londoner Probe, die nach niederländischem Masse 100; 104; 112 sind und 51,5; 53; 57,5 % Tralles entsprechen.

In Russland rechnet man nach Wedro-Prozenten absoluten Alkohols und Tralles. Da 1 Wredo fast 15 l sind, so ist 1 Wredo-Prozent gleich 15 Liter-Prozente Tralles.

In England, wo fast alles den Handel betreffende eigentümlich ist, vergleicht man die Flüssigkeit mit dem als normal angenommenen Weingeist (proof spirit) von 0,918633 spezifischem Gewichte bei 60° Fahrenheit = $14\frac{4}{9}^{0}$ Reaumür, wonach gesetzlich die Steuer berechnet wird, und drückt die Stärke eines Weingeistes durch die Menge Wasser in Prozenten seines Rauminhaltes aus, welche diesem Weingeist zugefügt (over proof) oder entzogen (under proof) werden müssen, um ihn in proof spirit zu verwandeln. Der Preis wird für das Imperial-Gallon = 4,5434 Liter angegeben. Ein Spiritus 17° under proof ist demnach ein solcher, welchem 17 % Wasser entzogen werden müssen, damit er Weingeist von 0,918633 spezifischem Gewichte werde. Spiritus von 0,918633 entspricht ziemlich genau 58 % Tralles.

Liter absoluten Alkohol also zu 100 % Tralles oder für 10000 % Tralles angegeben.

Frage 49. Wie berechnet man den Preis einer Menge Spiritus bei gegebenem Volumengehalt?

Antwort. Der Preis einer Menge Spiritus wird berechnet, indem man die gegebene Literzahl mit den bei der Prüfung durch das Alkoholometer ermittelten wirklichen Prozenten multipliziert, wodurch man die zur Berechnung kommenden Prozente Tralles erhält. Diese sind mit dem Preise für 10000 % Tralles zu multiplizieren und durch 10000 zu dividieren (s. Erkl. 189).

Erkl. 189. Der Grund dieser Berechnungsweise ist sehr leicht einzusehen.

Da sich das Gewicht einer Flüssigkeitsmenge leichter als das Volumen bestimmen lässt, das erstere aber bei jeder Temperatur dasselbe bleibt, so ist es neuerdings üblich geworden, den Literinhalt durch das Gewicht und die Temperatur mit Hilfe von Tabellen zu bestimmen.

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 626. Wieviel kosten 127,68 hl 78 % Kartoffelspiritus, wenn 10000 % Tralles 36,45 ℳ zu stehen kommen?

Auflösung. 78 % heisst:

100 l Mischung enthalten 78 l Spiritus.
12768 l „ „ x l „
x = 9959,04 l absoluter Alkohol.

Da nun 10000 % = 100 l à 100 % 36,45 ℳ zu stehen kommen, so kosten 995904 % = 9959,04 l à 100 %:

$$\frac{995904 \cdot 36,45}{10000} ℳ = 3630,08 ℳ$$

(Siehe Erkl. 190.)

Erkl. 190. Lösung durch die Kette:

x ℳ	12768 l
100	78 %
100	36,45 ℳ

$$x = \frac{12768 \cdot 78 \cdot 36,45}{10000} = 3630,08$$

Aufgabe 627. Was kosten 4 Gebind Rohspiritus à 65 ℳ pr. 10000 % Tralles, wenn No. I 630 l à 80 %, No. II 540 l à 75 %, No. III 720 l à 72 % und No. IV 820 l à 63 % enthält?

Auflösung. (Siehe Erkl. 191.)

No. I 630 l à 80 % = 50400 %
No. II 540 l à 75 % = 40500 %
No. III 720 l à 72 % = 51840 %
No. IV 820 l à 63 % = 51660 %
194400 %

10000 % kosten 65 ℳ
194400 % „ x ℳ
x = 1263,60 ℳ

Erkl. 191. Sehr häufig stellt sich die Notwendigkeit ein, eine Sorte Spiritus mit gegebenem Prozentgehalt aus anderen Sorten zu mischen. Ueber das Lösen dieser Aufgaben siehe Olbrichts Lehrbuch der Gesellschafts- und Mischungsrechnung.

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 628. M. in Hamburg kauft 9 hl Spiritus von 94 % zu 58,50 ℳ, 24 hl von 90 % zu 57,75 ℳ und 8 hl von 95 % zu 58,75 ℳ. Wieviel muss er für jede Sorte bezahlen?

Aufgabe 629. In Berlin werden gekauft 9 hl Sprit von 96 % zu 67,50 ℳ, 18 hl von 90 % zu 58,50 ℳ und 24 hl von 92 % zu 63 ℳ. Wie hoch beläuft sich die Rechnung?

Aufgabe 630. Wie hoch kommen in Köln 12 hl Spiritus von 93 % und 9 hl von 95 %, jede Sorte zu 58,50 ℳ, zu stehen einschliesslich der Gebinde (der Fässer), wenn diese mit 3 ℳ für 100 l in Anrechnung kommen?

Aufgabe 631. Was kosten folgende 4 Fässer 95,5 % Sprit zum Preise von 69 ℳ für 10 000 %, wenn dieselben wiegen No. 1 Br 1135 ℔, Ta 188 ℔; No. 2 Br 1207 ℔, Ta 185 ℔; No. 3 Br 1074 ℔, Ta 168 ℔; No. 4 Br 1170 ℔, Ta 178 ℔ und 1 ℔ 95,5 % Sprit = 0,615 l ist? Jedes Fass kommt mit 120 ℳ in Anrechnung.

II. Ueber die Zinsrechnung.

Anmerkung 10. Die Zinsrechnung im weiteren Sinne zerfällt zunächst in zwei Teile. Der erste behandelt die Berechnung der Zinsen eines Kapitals und die sich daran schliessenden Fragen; es ist die Zinsrechnung im engeren Sinne oder die einfache Zinsrechnung. Der zweite betrachtet den Wert einer Geldsumme, welche vor ihrer Verfallszeit bezahlt wird, und was damit zusammenhängt; es ist die Diskontrechnung. Hierzu kommen aber noch zwei weitere Abschnitte, welche inhaltlich betrachtet zwar zu jenen ersteren gehören, aber wegen ihrer Bedeutung besonders zu behandeln sind. Es ist erstens die Frage nach dem gemeinschaftlichen Zahlungstermine mehrerer Kapitalien, die Terminrechnung, und zweitens die auf der Berechnung der Zinsen mehrerer Kapitalien und der Diskontrechnung beruhende Abrechnung zweier in stetem Verkehr stehender Kaufleute, die Kontokorrentrechnung. Der zweite Teil dieses Buches enthält also in vier Abschnitten die einfache Zinsrechnung, die Diskontrechnung, die Terminrechnung und die Kontokorrente.

H. Ueber die einfache Zinsrechnung.

Anmerkung 11. Man unterscheidet eine einfache und eine zusammengesetzte Zinsrechnung. Während bei der ersteren immer nur ein unveränderliches Kapital zu Grunde liegt, besteht das Wesen der letzteren darin, dass die Zinsen eines Kapitals nicht erhoben werden, sondern an den Zeitabschnitten, an welchen sie eigentlich fällig wären, zum Kapital geschlagen und mit diesem weiter verzinst werden. Deshalb heisst die letztere auch Zinseszinsrechnung (siehe Kleyers Lehrbuch der Zinseszins- und Rentenrechnung). Sie kommt im kaufmännischen Verkehr selten vor, wohl aber bei Sparkassen und Versicherungsanstalten aller Art.

1) Ueber Zinsen und Zinsrechnung im allgemeinen.

Frage 50. Was versteht man unter Zins im allgemeinen und im engeren Sinne?

Erkl. 192. Das Wort Zins kommt vom lateinischen census her und bedeutet Abschätzung. Diese war von Servius Tullius eingeführt worden, wurde alle 5 Jahre vorgenommen und diente dazu, die Höhe des Vermögens der einzelnen Bürger und danach ihre an den Staat zu leistenden Abgaben zu bestimmen, ähnlich unserer jetzigen Einkommensteuerabschätzung.

Antwort. Unter Zins (foenus, usurae, siehe Erkl. 192), oder Interessen (siehe Erkl. 193) versteht man im allgemeinen die Vergütung, welche für irgend ein entliehenes Gut zu entrichten ist. — Im engeren Sinne ist Zins die Geldvergütung, welche man für eine geliehene Geldmenge, Kapital, für die Benutzung von Häusern, Wohnungen, Feldern etc. nach einer gewissen Zeit entrichten muss.

Erkl. 193. Interesse ist das lateinische Verbum interesse dabei sein, Anteil oder Vorteil haben, bedeutet also den Gewinn, welchen man an einer ausgeliehenen Geldsumme erhält.

Daher unterscheidet man auch Kapitalzins von Haus-, Miet-, Pacht-, Erb-, Grund-, Laaszins.

Frage 51. Was versteht man unter Kapital, Schuldner und Gläubiger?

Erkl. 194. Unter Kapital im weiteren Sinne versteht man alles (z. B. Boden, Maschinen, Geräte etc.), was zur Produktion bestimmt ist.

Erkl. 195. Debitor (vom lat. debere, schuldig sein) ist gleichbedeutend mit Schuldner; Kreditor (vom lat. credere, glauben) mit Gläubiger d. i. eine Person, welche einer anderen zutraut, dass sie nicht nur das geliehene Kapital rechtzeitig zurückzahlt, sondern auch die beim Ausleihen bestimmte Zinsmenge.

Antwort. Kapital ist im gewöhnlichen Sinne eine Summe Geldes, welche zinstragend angelegt oder ausgeliehen wird, ohne dass sie sich selbst vermindert oder verloren geht (s. Erkl. 194).

Derjenige, welcher das Geld erhält, der Darlehnsempfänger, heisst Schuldner oder Debitor; der, welcher das Geld giebt, der Darleiher, heisst Gläubiger oder Kreditor (siehe Erkl. 195).

Frage 52. Was versteht man unter Zinsfuss?

Erkl. 196. Der Zinsfuss ist also nichts anderes als ein Prozentfuss bezogen auf eine Geldmenge und geltend für einen ganz bestimmten Zeitraum. Er wird demnach auch mit %, oder pc oder p Ct bezeichnet.

Antwort. Zinsfuss ist diejenige Zinsmenge, welche 100 Einheiten des Kapitals nach Verlauf eines bestimmten Zeitraumes, meist nach einem Jahre, bringen (siehe Erkl. 196). Im folgenden bezieht sich der Zinsfuss immer auf ein Jahr, falls nicht ausdrücklich etwas anderes angegeben wird.

Frage 53. Was heisst somit „ein Kapital ist zu p % Zinsen ausgeliehen"? oder was bedeutet der Zinsfuss p %?

Erkl. 197. Die Höhe des Zinsfusses richtet sich im allgemeinen nach dem bestehenden Mangel oder Ueberfluss an barem Gelde, oft auch nach der Sicherheit, welche für die Zahlung der Zinsen und des Kapitals gewährt wird. In den meisten Ländern ist ein landesüblicher Zinsfuss gesetzlich festgelegt, welcher sich nach dem durchschnittlichen Marktpreise des Geldes richtet (siehe Anmerkung 13).

Antwort. Ein Kapital ist zu p % ausgeliehen oder steht zu p % auf Zinsen aus, bedeutet: Je 100 Einheiten des Kapitals ergeben nach Ablauf eines Jahres (oder des besonders bestimmten Zeitraumes) p ebensolche Einheiten Zinsen.

Dies nennen wir den vollständigen Erklärungssatz von p % Zinsen (siehe Erkl. 197).

Frage 54. Mit welchen Grössen hat man es in der Zinsrechnung zu thun, und was sind die Hauptaufgaben der Zinsrechnung?

Erkl. 198. t ist der Anfangsbuchstabe des lat. tempus die Zeit.

Antwort. Es sind vier Grössen, welche in der Zinsrechnung vorkommen:

1) Das Kapital K oder die ausgeliehene Geldsumme;

2) der Zinsfuss p, zu welchem das Kapital verborgt ist;

3) die Zeit t, für welche vom Kapital Zinsen zu zahlen sind (s. Erkl. 198);

Erkl. 199. Demzufolge trennt sich dieser Abschnitt in vier Kapitel, welche wir folgendermassen anordnen:

1) Die Berechnung der Zinsen,
2) die Berechnung des Kapitals,
3) die Berechnung der Zeit,
4) die Berechnung des Zinsfusses.

Die übrigen zu erledigenden Fragen ordnen wir ein und lassen zum Schlusse eine Sammlung zusammengesetzter Aufgaben folgen.

4) die Zinsen Z, welche das Kapital in der angegebenen Zeit bringt.

Die Zinsrechnung nun lehrt den Zusammenhang zwischen den vier Grössen K, p, t, Z; insbesondere die Berechnung einer von ihnen, sobald die drei anderen gegeben sind (s. Erkl. 199).

Frage 55. In welchen Verhältnissen stehen die vier Grössen Zinsen Z, Kapital K, Zeit t und Zinsfuss p zu einander (siehe Erkl. 200)?

Erkl. 200. Vier Grössen Z, K, t, p geben zu je zwei angeordnet folgende sechs Fälle:

1) Z, K
2) Z, t
3) Z, p
4) K, t
5) K, p
6) t, p

Erkl. 201. Aus den nebenstehend angeführten Verhältnissen ergiebt sich folgende leicht im Gedächtnis zu behaltende Regel:

Die Verhältnisse, in denen die Zinsen vorkommen, sind alle gerade, die, in denen die Zinsen nicht vorkommen, aber umgekehrte.

Näheres über gerade und umgekehrte Verhältnisse siehe in Olbrichts Lehrbuch der Schluss- und Kettenrechnung Frage 12 und folgende.

Antwort.

Zinsen und Kapital
Zinsen und Zeit
Zinsen und Zinsfuss

stehen in geradem Verhältnisse;

denn je grösser das Kapital
je „ der Zeitraum
je „ der Zinsfuss
} desto grösser ist die Zinsmenge

unter sonst gleichen Umständen.

Kapital und Zeit
Kapital und Zinsfuss
Zeit und Zinsfuss

stehen in umgekehrtem Verhältnisse, denn je grösser das Kapital ist, um so kleiner muss der Zeitraum oder der Zinsfuss sein, um denselben Zinsertrag zu liefern, und je länger die Zeit ist, während der ein Kapital ausgeliehen wird, um so kleiner ist der Zinsfuss, wenn sich dieselben Zinsen ergeben sollen und umgekehrt (s. Erkl. 201). Hieraus folgt, dass die Hauptaufgaben der Zinsrechnung durch einfache oder zusammengesetzte Schlussrechnung zu lösen sind.

Zur Einübung dieser Verhältnisse sollen die folgenden Aufgaben dienen, die durch Anwendung der Schlussrechnung zu lösen sind.

Aufgaben aus der Zinsrechnung durch die Schlussrechnung zu lösen.

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 632. Wieviel Zinsen kommen auf ein Kapital zu 4 %, wenn dasselbe in gleicher Zeit zu $4\frac{1}{4}$ % 772 ℳ ergeben hat?

Erkl. 202. Mit Benutzung der bei Frage 31 gegebenen Regel erhält man:

Gerades Verhältnis

Prozente	Zinsen
$4\frac{1}{4}$	272
4	x

$$x = \frac{272 \cdot 4 \cdot 4}{17} = 256$$

Auflösung. Gerades Verhältnis:

Zu $4\frac{1}{4}$ % bringt d. Kapit. 272 ℳ Zins.
„ 4 % „ „ x ℳ „

„ $\frac{17}{4}$ % „ „ 272 ℳ „

„ 1 % „ „ $\frac{272 \cdot 4}{17}$ ℳ „

„ 4 % „ „ $\frac{272 \cdot 4 \cdot 4}{17}$ ℳ „

d. h.: Es bringt 256 ℳ Zinsen (s. Erkl. 202).

Aufgabe 633. In wieviel Tagen bringen 2 366 ℳ zu demselben Zinsfusse denselben Zinsenertrag wie 3 276 ℳ in 52 Tagen?

Erkl. 203. Nach der in Erkl. 106 gegebenen Regel ergiebt sich:

Umgek. Verhältnis

Kapital	Zeit
3276	52
2366	x

$$x = \frac{3276 \cdot 52}{2366} = 72$$

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis:

3 276 ℳ bringen in 52 Tagen best. Zinsen
2 366 ℳ „ „ x „ dieselben „

3 276 ℳ bringen in 52 Tagen dieselben Zinsen

1 ℳ bringt „ $52 \cdot 3276$ „ „ „

2 366 ℳ bringen „ $\frac{52 \cdot 3276}{2366}$ „ „ „

Dies ausgerechnet ergiebt 72 Tage (siehe Erkl. 203).

Aufgabe 634. Wieviel Zinsen giebt ein Kapital zu 4 % in 2 Monaten 7 Tagen, wenn es in 5 Monaten 8 Tagen zu 6 % 128,77 ℳ Zinsen bringt?

Auflösung. Nur gerade Verhältnisse:

2 Monate 7 Tage sind 67 Tage und
5 „ 8 „ „ 158 „

In 158 Tagen bringt es zu 6 % 128,77 ℳ Zinsen
„ 67 „ „ „ „ 4 % x ℳ „

In 158 Tagen bringt es zu 6 % 128,77 ℳ Zinsen

„ 1 Tag „ „ „ „ $\frac{128,77}{158}$ ℳ „

„ 67 Tagen „ „ „ „ $\frac{128,77 \cdot 67}{158}$ ℳ „

„ 67 „ „ „ „ 1 % $\frac{128,77 \cdot 67}{158 \cdot 6}$ ℳ „

„ 67 „ „ „ „ 4 % $\frac{128,77 \cdot 67 \cdot 4}{158 \cdot 6}$ ℳ „

Erkl. 204. Die Anwendung der bei Frage 31 gegebenen Regel gestaltet sich hier folgendermassen:

Gerades Verhältnis (Tage – Zinsen); Gerades Verhältnis (Zinsfuss – Zinsen)

Tage	Zinsfuss	Zinsen
158	*6*	*128,77*
67	*4*	*x*

Die ausgezogenen Pfeile deuten auf die Glieder, die in den Zähler kommen, die punktierten auf die Nennerglieder. Also ist:

$$x = \frac{128{,}77 \cdot 4 \cdot 67}{6 \cdot 158} = 36{,}4$$

Man erhält in 67 Tagen zu 4 % 36,40 ℳ Zinsen (siehe Erkl. 204).

Aufgabe 635. 1066 ℳ bringen zu $4\frac{1}{2}$ % in einer gewissen Zeit 142,20 ℳ Zinsen. Zu wieviel Prozent erhält man von 246 ℳ in derselben Zeit 23,70 ℳ Zinsen?

Auflösung. Ein gerades und ein umgekehrtes Verhältnis:

1066 ℳ	geben	142,20 ℳ	Zinsen	zu		$\frac{9}{2}$ %
246 ℳ	„	23,70 ℳ	„	„		x %
1066 ℳ	geben	142,2 ℳ	Zinsen	zu		$\frac{9}{2}$ %
1 ℳ	giebt		„	„		$\frac{9 \cdot 1066}{2}$ %
246 ℳ	geben		„	„		$\frac{9 \cdot 1066}{2 \cdot 246}$ %
246 ℳ	„	1 ℳ	„	„		$\frac{9 \cdot 1066}{2 \cdot 246 \cdot 142{,}2}$ %
246 ℳ	„	23,7 ℳ	„	„		$\frac{9 \cdot 1066 \cdot 23{,}7}{2 \cdot 246 \cdot 142{,}2}$ %

Es ist:

$$x = \frac{9 \cdot 1066 \cdot 237}{2 \cdot 246 \cdot 1422} \,\% = 3\frac{1}{4} \,\%$$

(siehe Erkl. 205).

Erkl. 205. Da Kapital und Zinsfuss in umgekehrtem, Zinsen und Zinsfuss aber in geradem Verhältnisse stehen, so ist hier die 1. und 3. Kolonne mit Bogen, die 2. und 3. mit Geraden zu verbinden:

Umgekehrtes Verhältnis (Kapital – Zinsfuss); Gerades Verh. (Zinsen – Zinsfuss)

Kapital	Zinsen	Zinsfuss
1066	*142,2*	*9/2*
246	*23,7*	*x*

Also ist:

$$x = \frac{9 \cdot 23{,}7 \cdot 1066}{2 \cdot 142{,}2 \cdot 246} = 3\frac{1}{4}$$

Aufgabe 636. In wieviel Tagen geben 195 ℳ zu 4 % ebensoviel Zinsen, wie 436 ℳ zu 5 % in 117 Tagen ergeben?

Auflösung. Nur umgekehrte Verhältnisse:

436 ℳ	geben	zu	5 %	in	117	Tagen best.	Zinsen
195 ℳ	„	„	4 %	„	x	„ dieselb.	„

436 ℳ	geben	zu	5 %	in	117	Tagen	dies.	Zinsen
1 ℳ	giebt	„	5 %	„	$117 \cdot 436$	„	„	„
1 ℳ	„	„	1 %	„	$117 \cdot 436 \cdot 5$	„	„	„
195 ℳ	geben	„	1 %	„	$\frac{117 \cdot 436 \cdot 5}{195}$	„	„	„
195 ℳ	„	„	4 %	„	$\frac{117 \cdot 436 \cdot 5}{195 \cdot 4}$	„	„	„

Hieraus folgt x = 327 Tage (s. Erkl. 206)

Erkl. 206. Die Anwendung der Figur ergiebt:

Umgekehrtes Verhältnis

Umgek. Verh.

Kapital Zinsfuss Zeit

436 5 117

195 4 x

$$x = \frac{117 \cdot 5 \cdot 436}{195 \cdot 4} = 327$$

Während es bei 4 Gliedern genügt, sich die Figur eingezeichnet zu denken, ist es bei 6 und mehr Gliedern nötig, sie in der hier gegebenen Form einzuzeichnen.

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 637. Wieviel Zinsen bringen 800 ℳ unter denselben Umständen, unter denen 500 ℳ an Zinsen 7,50 ℳ ergeben?

Aufgabe 638. In wieviel Jahren erhält man von einem Kapitale zu 4 % dieselben Zinsen wie in 16 Jahren zu 3,5 %?

Aufgabe 639. Zu wieviel Prozent geben 560 fs ebensoviel Zinsen, wie 640 fs zu 3,5 %?

Aufgabe 640. Welches Kapital ergiebt zu 4,5 % dieselben Zinsen, die 369 $ zu 5 % liefern?

Aufgabe 641. Zu wieviel Prozent erhält man von 780 ℳ in 153 Tagen dieselbe Zinsenmenge, wie in 170 Tagen zu 4,5 %?

Aufgabe 642. Zu wieviel Prozent bringt ein Kapital in einer gewissen Zeit 318 ℳ Zinsen, wenn es zu 5 % in derselben Zeit 212 ℳ Zinsen ergeben hat?

Aufgabe 643. Ein Kapital ergab 12,90 ℳ Zinsen unter denselben Umständen, unter denen 390 ℳ einen Zinsenertrag von 25,80 ℳ brachten. Wie gross ist es?

Aufgabe 644. Wie gross muss ein Kapital sein, wenn es in 208 Tagen geradesoviel Zinsen wie 3 848 fs in 316 Tagen ergeben soll?

Aufgabe 645. Nach wieviel Tagen bekommt man von einem Kapitale 40,70 fl h Zinsen, wenn man in 98 Tagen von demselben 25,90 fl h Zinsen erhielt?

Aufgabe 646. Wieviel Zinsen bringt ein gewisses Kapital in 135 Tagen, wenn es in 225 Tagen 148,50 ℳ Zinsen ergiebt?

Aufgabe 647. In wieviel Monaten giebt ein Kapital zu 5 % an Zinsen 45 ℳ, wenn dasselbe in 7 Monaten zu 4 % 28 ℳ Zinserträgnis liefert?

Aufgabe 648. 750 ℳ brachten zu 3,5 % nach 9 Monaten eine gewisse Zinsenmenge; welches Kapital bringt nach 7 Monaten zu 5 % ebensoviel Zinsen?

Aufgabe 649. Zu welchem Zinsfusse ergeben 348,70 fs in 8 Monaten denselben Zinsenertrag, welchen 317 fs zu 4 % in 11 Monaten liefern?

Aufgabe 650. Zu wieviel Prozent bringt ein Kapital in 213 Tagen 135,90 ℳ Zinsen, wenn es zu $3\frac{1}{3}$ % in 284 Tagen 151 ℳ Zinsen bringt?

Aufgabe 651. 3 900 £ brachten in 117 Tagen 50,70 ℳ Zinsen. Welches Kapital würde zu demselben Zinsfusse in 140 Tagen 42 ℳ Zinsen geben?

Aufgabe 652. Wieviel Zinsen erhält man von 666 ℳ in 85 Tagen zu demselben Zinsfusse, zu welchem 187 ℳ in 74 Tagen 4,40 ℳ Zinsen bringen?

Aufgabe 653. In wieviel Tagen bekommt man von 954 ℳ an Zinsen 15,90 ℳ, wenn 536 ℳ zu demselben Zinsfusse in 162 Tagen 10,80 ℳ Zinsen tragen?

Aufgabe 654. 3 483 fs bringen zu 3,5 % in einer gewissen Zeit 525 fs Zinsen. Wieviel Zinsen bringen 2 408 fs zu 4,5 % in derselben Zeit?

Aufgabe 655. Welches Kapital giebt zu 3 % 31,90 ℳ Zinsen in derselben Zeit, in welcher 2 685 ℳ zu 5 % 38,50 ℳ Zinsen liefern?

Aufgabe 656. Ein Kapital von 58 000 ℳ ist zu $3\frac{3}{4}$ % ausgeliehen. Um wieviel muss der Zinsfuss erhöht werden, wenn 14 500 ℳ davon zurückgezogen werden und der Rest dieselben Zinsen wie das ursprüngliche Kapital ergeben soll?

Aufgabe 657. Ein Rentner, welcher einem Geschäftsmanne 6000 ℳ zu 4,5 % geliehen hatte, gab demselben noch 300 ℳ dazu, ohne jedoch nun mehr Zinsen jährlich zu fordern, als früher. Wieviel Prozent zahlte nun der Schuldner?

---

2) Ueber die Berechnung der Zinsen (Z).

Anmerkung 12. Die Berechnung der Zinsen eines Kapitals ist eine so häufig vorkommende Aufgabe, dass es sehr zeitraubend sein würde, jedesmal einen Ansatz zu machen. Man hat sich demnach nicht nur die entsprechenden Formeln einzuprägen, sondern auch die bei den wichtigsten Zinsfüssen vorkommenden Vereinfachungen der Rechnung zu merken; kurz zu lernen, so vorteilhaft zu rechnen, wie es die in Betracht kommenden Zahlen nur zulassen. Ein gewandter Rechner wird sich also auch bei der Zinsrechnung aller der Vorteile bedienen, die in meinem Lehrbuche der Schlussrechnung und im folgenden angeführt sind.

Anmerkung 13. Die Höhe des Zinsfusses richtet sich nach dem Marktpreise des Geldes und der Sicherheit, welche der Schuldner bietet; er ist jetzt $3\frac{1}{2}$ bis 4% bei ganz sicheren Anlagen (deutsche Staatsschuldenscheine, gute erste Hypotheken). § 287 und 292 des allgemeinen deutschen Handelsgesetzbuches geben 6% als Höhe der gesetzlichen Zinsen bei Handelsgeschäften an; bei Darlehen aber, die ein Kaufmann empfängt, können auch höhere Zinsen als 6 vom Hundert jährlich bedungen werden. Im Altertum (siehe Erkl. 3) war der Zinsfuss ausserordentlich hoch. In Deutschland war in früherer Zeit das Zinsennehmen als unchristlich verboten, weil man von dem Grundsatze ausging, Geld sei nicht erwerbsfähig. Erst Karl V. hob diese Bestimmung auf und setzte 5% jährlich als höchsten Zinsfuss fest. Einen höheren Zinsfuss zu nehmen, wurde lange Zeit durch die Wuchergesetze verboten. In Frankreich war der Zinsfuss unter Philipp dem Schönen (um 1300) 10%, unter Franz I. (1500) 8%, unter Ludwig XIV. (1750) 6%, unter Napoleon I. (1800) 5%.

---

a) Ueber die Berechnung der Zinsen nach Jahren.

Frage 56. Wie berechnet man von einem Kapitale K, welches t Jahre zu p% ausgeliehen ist, die Zinsen Z?

Antwort. Da p% bedeutet (siehe Frage 53) 100 ℳ bringen p ℳ nach 1 Jahre, so bringt 1 ℳ in derselben Zeit $\frac{p}{100}$ ℳ, also bringen K ℳ nach 1 Jahre:

$$1) \ldots \frac{p \cdot K}{100} \text{ ℳ}$$

und nach t Jahren das t-fache. Folglich ist:

$$2) \ldots Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100}.$$

In Worten: Die Zinsen für Jahre werden gefunden, indem man den hundertsten Teil des Kapitals mit dem Zinsfuss und der Anzahl der Jahre multipliziert (siehe Erkl. 207).

Erkl. 207. Die Ableitung der Formel 2) vermittelst der zusammengesetzten Schlussrechnung gestaltet sich in folgender Weise:

	gerades	gerades Verh.	
	Kapital	Zinsen	Zeit in Jahren
Vollst. Erklärungssatz von p% Zinsen	100	p	1
	K	Z = x	t

Die Glieder, nach denen die ausgezogenen Pfeile hindeuten, kommen in den Zähler, die anderen in den Nenner, somit ergiebt sich:

$$2) \ldots Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100}$$

Frage 57. Welche Vereinfachung lässt unter Umständen die Formel 2) zu? (Siehe Erkl. 208.)

Antwort. Die Formel 2) kann man schreiben:

Erkl. 208. Ist die Zahl t eine gemischte, so kommt man meist bequem zum Ziele, wenn man die Zinsen von 1 Jahre mit der ganzen Anzahl der Jahre multipliziert und die Zinsen für den Jahresbruchteil durch Zerfällen bestimmt und addiert (siehe Aufgabe 663).

$$Z = \frac{K}{100} \cdot (pt)$$

Setzt man nun $pt = p'$, so erhält man:

$$3) \ldots Z = \frac{K \cdot p'}{100}$$

d. h. man hat p' % von K zu berechnen, wobei man die bei Frage 13 aufgeführten Divisoren benutzen kann, falls p' ein Teil von 100 ist (siehe Aufgabe 662).

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 658. Wieviel Zinsen ergeben 578,30 ℳ zu 3 % nach 1 Jahre?

Erkl. 209. Die Zinsen erhalten stets dieselbe Benennung, welche das Kapital hat.

Auflösung. Nach Formel 1) erhält man:

$$Z = \frac{578{,}3 \cdot 3}{100} = 17{,}349$$

Es ist Z = 17,35 ℳ (siehe Erkl. 209).

Aufgabe 659. Wie gross ist der Zinsenertrag, den 3 476 fs nach 3 Jahren zu 6 % liefern?

Auflösung. Nach Formel 2) ist:

$$Z = \frac{3476 \cdot 3 \cdot 6}{100} \text{ fs} = 625{,}68 \text{ fs}$$

Aufgabe 660. Wieviel Zinsen erhält man für 519,70 Rb zu $3\frac{1}{2}$ % nach $3\frac{3}{4}$ Jahren?

Erkl. 210. Es ist:

$$3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

Auflösung. Die Formel 2) giebt, wenn $3\frac{1}{2}$ und $3\frac{3}{4}$ eingerichtet werden (siehe Erkl. 210):

$$Z = \frac{519{,}7 \cdot 7 \cdot 15}{2 \cdot 4 \cdot 100} \text{ Rb} = 68{,}21 \text{ Rb}$$

Aufgabe 661. Welche Zinsenmenge geben 18 974,60 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ % in $5\frac{1}{3}$ Jahren?

Erkl. 211. Den Bruch wird man nach Möglichkeit kürzen, hier also mit 2 und 3. Dagegen empfiehlt es sich nicht, 100 zu kürzen, wenn es nicht mit 10 oder 100 selbst geschehen kann, weil dadurch die Rechnung eher erschwert als vereinfacht wird.

Auflösung. Die Formel 2) wird in diesem Falle:

$$Z = \frac{18974{,}6 \cdot 9 \cdot 16}{2 \cdot 3 \cdot 100} = \frac{18974{,}6 \cdot 3 \cdot 8}{100} = 4553{,}90$$

Die Zinsen betragen 4 553,90 ℳ (siehe Erkl. 211).

Aufgabe 662. Wieviel Zinsen erhält man von 4 756 £ zu 5 % in $2\frac{1}{2}$ Jahren?

Erkl. 212. Aehnliche Fälle sind:

5 % in 4 Jahren = 20 % (5. Teil)

$2\frac{1}{2}$ % in 8 Jahren = 20 % (5. Teil)

6 % in $1\frac{2}{3}$ Jahren = 10 % (10. Teil)

Auflösung mit Hilfe der Formel 3).
5 % in $2\frac{1}{2}$ Jahren = $12\frac{1}{2}$ % in 1 Jahre.
Zu $12\frac{1}{2}$ % gehört der Divisor 8, also ist Z = 4 756,80 £ : 8 = 594,60 £ (s. Erkl. 212).

Aufgabe 663. Wieviel Zinsen hat man von 2 625,20 $ zu 6 % vom 3. August 1890 bis zum 3. Mai 1894 zu fordern?

Erkl. 213. Vom 3. August 1890 bis 3. Aug. 1893 sind 3 Jahre, vom 3. Aug. 1893 bis 3. Mai 1894 sind 9 Monate oder $\frac{3}{4}$ Jahr.

Auflösung. Vom 3. August 90 bis zum 3. Mai 94 sind $3\frac{3}{4}$ Jahre (siehe Erkl. 213).

1 % von 2 625,20 $	= 26,252 $	
6 % für 1 Jahr	= 157,512 $	
6 % für 3 Jahre	= 472,536 $	
6 % „ $\frac{3}{4}$ „	= 118,134 $	(4. Teil)
	= 590,67 $	

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 664. Wieviel Zinsen bringen a) 836 ℳ, b) 936 ℳ zu 5 % jährlich?

Aufgabe 665. Wieviel Zinsen bringen a) 536,50 ℳ, b) 636,50 ℳ zu 4 % jährlich?

Aufgabe 666. Wieviel Zinsen bringen a) 222 ℳ, b) 322 ℳ zu 3 % jährlich?

Aufgabe 667. Wieviel Zinsen bringen a) 762 ℳ, b) 862 ℳ zu $3\frac{1}{2}$ % jährlich?

Aufgabe 668. Wieviel Zinsen bringen a) 5 812 ℳ, b) 5 912 ℳ zu $2\frac{1}{2}$ % jährlich?

Aufgabe 669. Wieviel Zinsen bringen a) 744,25 ℳ, b) 844,25 ℳ zu $5\frac{1}{2}$ % jährlich?

Aufgabe 670. Wieviel Zinsen bringen a) 2 800 ℳ, b) 2 900 ℳ zu $3\frac{3}{4}$ % jährlich?

Aufgabe 671. Wieviel Zinsen bringen a) 1 430 ℳ, b) 1 530 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ % jährlich?

Aufgabe 672. Wieviel Zinsen bringen a) 438,75 ℳ, b) 538,75 ℳ zu $3\frac{4}{5}$ % jährlich?

Aufgabe 673. Wieviel Zinsen bringen a) 5 786 ℳ, b) 5 886 ℳ zu $4\frac{3}{4}$ % jährlich?

Berechne von folgenden Kapitalien die Zinsen:

	Kapital	Zinsfuss	Jahre
674.	630 ℳ	5	20
675.	740 ℳ	4	25
676.	832 ℳ	10	10
677.	9 327 ℳ	3	$33\frac{1}{3}$
678.	845,30 ℳ	8	$12\frac{1}{2}$
679.	816 fs	4	3
680.	756 fs	$3\frac{1}{2}$	6
681.	4 712 fs	$3\frac{1}{2}$	10
682.	4 798 fs	3	$5\frac{1}{2}$
683.	0,75 fs	5	3

	Kapital	Zinsfuss	Jahre
684.	418 Rb	$3\frac{1}{3}$	4
685.	152,80 Rb	4,4	8
686.	987 Rb	3,6	7
687.	9 800 Rb	$5\frac{1}{2}$	6
688.	3 775 Rb	4	$3\frac{1}{2}$
689.	7 500 Cor	3,3	2
690.	2 384,76 Cor	$5\frac{5}{6}$	4
691.	6 829,35 Cor	$2\frac{1}{3}$	12
692.	2 543,27 Cor	4,5	25
693.	827,95 Cor	6	11

Aufgabe 694. 5 832 ℳ zu 5 % vom 1. April 1890 bis zum 1. April 1896.

Aufgabe 695. 948,50 ℳ zu 3 % vom 14. März 1892 bis zum 14. März 1896.

Aufgabe 696. 2 399,75 ℳ zu 4 % vom 5. Mai 1891 bis zum 5. Mai 1896.

Aufgabe 697. 756,15 ℳ zu 6 % vom 1. Februar 1893 bis zum 1. Februar 1896.

Aufgabe 698. 2 738 ℳ zu $3\frac{1}{2}$ % vom 25. August 1892 bis zum 25. Februar 1895.

Aufgabe 699. 384 ℳ zu $2\frac{1}{2}$ % vom 12. Januar bis zum 12. Juli.

Aufgabe 700. 3 725,40 ℳ zu $3\frac{1}{3}$ % vom 1. März bis zum 1. Dezember.

Aufgabe 701. 4 080,60 ℳ zu 5 % vom 1. April 1892 bis zum 1. Oktober 1893.

Aufgabe 702. 25 418 ℳ zu $5\frac{1}{2}$ % vom 1. November 1892 bis zum 1. Mai 1893.

b) Ueber die Berechnung der Zinsen nach Monaten und Wochen.

Frage 58. Wieviel Zinsen bringt ein Kapital K zu p % nach t Monaten?

Antwort. Die zusammengesetzte Schlussrechnung ergiebt aus der Benutzung des vollständigen Erklärungssatzes von p %:

Kapital	Zinsen	Zeit in Monaten
100	p	12
K	x	t
100	p	12
1	$\frac{p}{100}$	12
K	$\frac{p \cdot K}{100}$	12
K	$\frac{p \cdot K}{100 \cdot 12}$	1
K	$\frac{p \cdot K \cdot t}{100 \cdot 12}$	t

also ist:

$$4) \ldots x = Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{1200}$$

In Worten: **Die Zinsen nach Monaten erhält man, wenn man das Kapital mit dem Zinsfuss und der Anzahl der Monate multipliziert und durch 1200 dividiert** (siehe Erkl. 214).

Erkl. 214. Einfacher wird die Lösung mit Hilfe der Figur. Man erhält:

gerad. Verh. gerad. Verh.
Kapital Zinsen Zeit in Monaten

100 p 12

K Z = x t

$$Z = \frac{Kpt}{1200}$$

Eine weitere Ableitung ergiebt sich durch folgende Ueberlegung: Die Formel

$$2) \ldots Z = \frac{Kpt}{100}$$

gilt für t Jahre; sie muss auch richtig bleiben, wenn man die Jahre in Monate verwandelt, was durch Division mit 12 geschieht. Also erhält man für t Monate:

$$Z = \frac{Kpt}{1200}$$

Frage 59. Wie berechnet man die Zinsen, wenn die Zeit in Wochen gegeben ist (siehe Erkl. 215)?

Erkl. 215. Die Berechnung der Zinsen nach Wochen oder Scontri kommt sehr selten vor. Früher war sie in Augsburg unter den Bankiers üblich, da dieselben ihre gegenseitigen Forderungen nur Mittwochs mit einander abrechneten.

Antwort. Das Jahr hat 52 Wochen, also hat man in vorstehende Ableitungen für 12 nur 52 einzusetzen, um die Zinsformel für Wochen zu erhalten. Sie lautet:

$$5)\quad Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{5200}$$

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 703. Wieviel Zinsen bringen 2840 ℳ zu 4,5 % in 7 Monaten?

Auflösung. Die Formel 4) ergiebt:

$$Z = \frac{2840 \cdot 9 \cdot 7}{2 \cdot 1200}\ ℳ = 74{,}55\ ℳ$$

Aufgabe 704. Berechne die Zinsen von 2375,50 fs zu $7\frac{1}{2}$ % in 4 Monaten!

Auflösung. Die Formel 4) wird hier:

$$Z = \frac{2375{,}5 \cdot 15 \cdot 4}{2 \cdot 1200}\ \text{fs} = \frac{2375{,}5 \cdot 5}{200}\ \text{fs}$$
$$= 59{,}39\ \text{fs}$$

Aufgabe 705. Was ergeben an Zinsen 587 ℳ zu 4 % ausgeliehen vom 1. April 1892 bis zum 1. Juni 1893?

Erkl. 216. Vom 1. April bis 1. Juni 1892 sind 2 Monate, vom 1. Juni 1892 bis 1. Juni 1893 sind 12 Monate, im ganzen also 14 Monate.

Auflösung. Vom 1. April 1892 bis zum 1. Juni 1893 sind 14 Monate (s. Erkl. 216), also ist:

$$Z = \frac{587 \cdot 4 \cdot 14}{1200}\ ℳ = \frac{587 \cdot 14}{300}\ ℳ = 27{,}39\ ℳ$$

Aufgabe 706. Wie gross sind die Zinsen von 987 ℳ zu 6 % auf 7 Monate?

Erkl. 217. Merke für 6 %:

6 %	für	1 Monat	$= \frac{1}{2}$ %	des	Kapitals
„	„	2 Monate	$= 1$ %	„	„
„	„	3 „	$= 1\frac{1}{2}$ %	„	„
„	„	4 „	$= 2$ %	„	„
„	„	5 „	$= 2\frac{1}{2}$ %	„	„
„	„	6 „	$= 3$ %	„	„
„	„	7 „	$= 3\frac{1}{2}$ %	„	„
„	„	8 „	$= 4$ %	„	„
„	„	9 „	$= 4\frac{1}{2}$ %	„	„
„	„	10 „	$= 5$ %	„	„
„	„	11 „	$= 5\frac{1}{2}$ %	„	„

Auflösung. 6 % für 1 Monat = 1 % für 6 Monate = 1 % für $\frac{1}{2}$ Jahr oder $\frac{1}{2}$ % für 1 Jahr. Also sind 6 % für 7 Monate $= \frac{7}{2}$ % für 1 Jahr (siehe Erkl. 217).

1 % von 978 ℳ = 9,78 ℳ

$\frac{1}{2}$ % „ „ = 4,89 ℳ

$\frac{7}{2}$ % „ „ = 34,23 ℳ

Man erhält 34,23 ℳ Zinsen.

Da 6 die Faktoren 2 und 3 enthält, so kann man leicht jeden anderen Zinsfuss auf 6 % zurückführen, also sehr häufig diese Abkürzung anwenden (siehe Aufgabe 7[illegible]).

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren; **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

☛ Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

r bis jetzt erschienenen Hefte

kann ᴑde Buchhandlung bezogen werden.

Ha heinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart

1218. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1214. — Seite 129—144.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung von Heft 1214. — Seite 129—144.

Inhalt:

Stuttgart 1893.

Verlag von Julius Maier.

..ändige Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und **zwar in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so **dass** die **Lösung** jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine **grössere Anzahl** der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — **nach** besonderen **selbständigen Kapiteln angeordnet** — **vorliegen.**

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht **benutzt werden können.** — Die **Lösungen hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers** erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: **Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.**

Das Werk behandelt **zunächst** den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen,** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der **Weg zum unfehlbaren Auffinden der Lösungen** derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen zu lösen haben, zugleich aber auch die überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften **vorgeführt.**

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze für den Schulunterricht** geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teiles der mathematischen** Disziplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft **keine Zeit** erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen **häuslichen Arbeiten eine vollständige** Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten. Lust, Liebe** und **Verständnis** für den Schul-Unterricht wird dadurch **erhalten** und **belebt werden.**

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und **Fachgenossen aller Art,** [illegible] etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht ve[illegible] mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen** [illegible] **zweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapitale lebendige Kraft verleih**[illegible] somit den An**trieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** [illegible]

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und **praktisc**[illegible] gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit **Angabe** der [illegible] verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, **nimmt der V**[illegible] **Dr. Kleyer,** Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und **wird** [illegible] **thunlichst** berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlag**[illegible]

Aufgabe 707. Welche Zinsen erhält man von 3847,50 Rb zu 5 % nach 8 Monaten?

Erkl. 218. Die wichtigsten Zinsfüsse setzen sich in folgender Weise aus Teilen von 6 % zusammen:

$1\,\% = 6\,\% : 6$

$1\frac{1}{2}\,\% = 6\,\% : 4$

$2\,\% = 6\,\% : 3$

$2\frac{1}{2}\,\% = 6\,\% : 3 + 6\,\% : 12$

$3\,\% = 6\,\% : 2$

$3\frac{1}{4}\,\% = 6\,\% : 2 + 6\,\% : 24$

$3\frac{1}{2}\,\% = 6\,\% : 2 +$ 6. Teil davon

$3\frac{3}{4}\,\% = 6\,\% : 2 +$ 4. Teil davon

$4\,\% = 6\,\% : 3$ mal 2 oder $6\,\% - 6\,\% : 3$

Für das schriftliche Rechnen ist die Anwendung der Formel fast immer vorzuziehen, dagegen lässt sich die Benutzung der Zerlegung auf 6 % beim Kopfrechnen vortrefflich verwerten.

Auflösung. Man berechne zunächst 6 % für die betreffende Zeit und führe dies Ergebnis durch Zerlegen auf den gegebenen Zinsfuss zurück (siehe Erkl. 218).

Nach Erkl. 217 ist 6 % für 8 Monate = 4 % des Kapitals, d. i. der 25. Teil von 3847,5 Rb; er ist 153,90 Rb.

Da nun 5 % = 3 % + 2 % ist, so addiert man von 153,9 den 2. und 3. Teil, um die gesuchten Zinsen zu erhalten.

3 % d. i. der 2. Teil von 153,9 Rb = 76,95 Rb
2 % d. i. der 3. „ „ „ = 51,30 Rb
Man erhält an Zinsen 128,25 Rb

Die Formel 4) ergiebt dasselbe:

$$Z = \frac{3847{,}5 \cdot 5 \cdot 8}{1200} = \frac{3847{,}5}{30} = 128{,}25$$

Aufgabe 708. Welche Zinsen liefern 8490 ℳ zu $3\frac{1}{2}$ % in 3 Wochen?

Auflösung. Die Formel 5) ergiebt:

$$Z = \frac{8490 \cdot 7 \cdot 3}{2 \cdot 5200}\ ℳ = 17{,}14\ ℳ$$

β) Ungelöste Aufgaben.

Berechne von folgenden Kapitalien zu den beistehenden Zinsfüssen und Monaten die Zinsen:

	Kapital	Zinsfuss	Monate
709.	827,20 ℳ	4	3
710.	1615,00 ℳ	6	4
711.	382,00 ℳ	3	5
712.	1854,00 ℳ	3	3
713.	827,20 ℳ	4	9
714.	4555,20 ℳ	3	3
715.	4275,00 ℳ	$6\frac{2}{3}$	9
716.	939,40 fs	$4\frac{1}{2}$	4
717.	2882,10 fs	2	$1\frac{1}{2}$
718.	1529,45 fs	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
719.	975,00 fs	$3\frac{1}{4}$	8
720.	1825,00 fs	$3\frac{3}{4}$	8

721. Wieviel Zinsen ergeben 2275 ℳ zu $3\frac{1}{4}$ % vom 1. Febr. bis 1. Juni?

---

722. Wieviel Zinsen ergeben 5093 ℳ zu 6 % vom 9. Mai bis 9. Dezember?

---

723. Wieviel Zinsen ergeben 427,30 ℳ zu 5 % vom 1. April bis 1. August?

---

724. Wieviel Zinsen ergeben 2030,50 ℳ zu $3\frac{1}{2}$ % vom 1. Okt. bis 1. Febr. d. n. J.?

725. Wieviel Zinsen ergeben 1638,54 ℳ zu 3 % vom 12. April bis 12. Juni?

726. Wieviel Zinsen ergeben 8546 ℳ zu 5 % vom 1. Juni bis 1. August?

727. Wieviel Zinsen ergeben 1848,80 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ % vom 20./5. bis 20./9.?

728. Wieviel Zinsen ergeben 860,50 ℳ zu 8 % vom 17./4. bis 17./7.?

729. Wieviel Zinsen ergeben 968 ℳ zu 4 % vom 1./8. bis 1./3. d. n. J.?

730. Wieviel Zinsen ergeben 4805 ℳ zu 5 % vom 15./8. 92 bis 30./5. 94?

731. Wieviel Zinsen ergeben 1928 ℳ zu 3 % vom 26./4. bis 26./11.?

732. Wieviel Zinsen ergeben 10309,50 ℳ zu $2\frac{1}{2}$ % vom 13./2. 92 bis 13./1. 93?

733. Wieviel Zinsen ergeben 728,60 ℳ zu 4 % in 13 Wochen?

734. Wieviel Zinsen ergeben 5786 ℳ zu $4\frac{1}{3}$ % in 6 Wochen?

735. Wieviel Zinsen ergeben 321 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ % in 5 Wochen?

c) Ueber die Berechnung der Zinsen nach Tagen.

Frage 60. Zu wieviel Tagen rechnet man das Jahr, und wie bestimmt man den zwischen zwei gewissen Tagen gelegenen Zeitraum in der Zinsrechnung?

Antwort. In Deutschland, Skandinavien, Russland und den meisten Schweizerplätzen ist es durchweg üblich, bei Berechnung von Zinsen das Jahr zu 360 Tagen und jeden Monat, auch den Februar, zu 30 Tagen zu rechnen (siehe Erkl. 219).

In Oesterreich-Ungarn, Frankreich, Italien, Holland, Belgien und Spanien rechnet man zwar das Jahr zu 360 Tagen, aber jeden Monat zu soviel Tagen wie er hat.

In England und seinen Kolonien, in Portugal, den Vereinigten Staaten, in Aegypten und in der Türkei wird das Jahr zu 365, das Schaltjahr zu 366 Tagen gerechnet und der Monat ebenfalls zu soviel Tagen

Erkl. 219. Man rechnet also in Deutschland z. B.:

vom	15. März	bis	15. April	30	Tage
„	28. Febr.	„	28. März	30	„
„	28. „	„	29. „	31	„
„	28. „	„	30. „	32	„
„	28. „	„	31. „	33	„
„	30. Jan.	„	31. „	61	„
„	31. März	„	30. Mai	59	„
„	31. „	„	31. „	60	„
„	31. „	„	1. Juni	61	„

Erkl. 220. Es sei z. B. nach der Tabelle zu berechnen vom 5. Februar bis zum 18. August. Man findet:

der 18. August ist der 230. Tag
„ 5. Februar „ „ 36. „
subtrahiert giebt 194 Tage.

Im Falle eines Schaltjahrs hat man zu der ermittelten Tageszahl noch 1 zu addieren, wenn der 29. Februar zwischen den gegebenen Tagen liegt. In dem angeführten Beispiele hätte man dann 195 Tage zu rechnen.

In vielen Fällen wird auch folgende kleinere Tabelle genügen:

der 31. Januar	ist	der	31.	Tag
„ 28. Februar	„	„	59.	„
„ 31. März	„	„	90.	„
„ 30. April	„	„	120.	„
„ 31. Mai	„	„	151.	„
„ 30. Juni	„	„	181.	„
„ 31. Juli	„	„	212.	„
„ 31. August	„	„	243.	„
„ 30. September	„	„	273.	„
„ 31. Oktober	„	„	304.	„
„ 30. November	„	„	334.	„
„ 31. Dezember	„	„	365.	„

Will man nun z. B. rechnen vom 21. Juni bis 5. Oktober, so sieht man, dass der 30. Sept. der 273. Tag ist; dazu bis 5. Oktober noch 5 Tage, giebt . . . . 278 Tage
der 31. Mai ist der 151. Tag
dazu bis 21. Juni noch 21 Tage
giebt zusammen . . . . 172 Tage
woraus durch Subtraktion . . . 106 Tage
sich ergeben.

Erkl. 221. Die Tabelle enthält ausserdem in der 2. Rubrik bei jedem Tage noch eine Zahl, welche angiebt, wieviel Tage noch bis zum 31. Dezember sind. Man braucht dies bei gewissen Kontokorrentabschlüssen.

wie er hat. (Ist auch üblich in Basel und Brüssel.)

Der Tag, an welchem die Verzinsung beginnt, wird nicht mitgerechnet, wohl aber derjenige, an welchem die Verzinsung aufhört. Vom 5. bis 18. Juli rechnet man also (18 — 5) Tage = 13 Tage, wobei gezählt werden der 6., 7., 8. u. s. f. bis einschliesslich der 18.

Die Auszählung der Tage geschieht in folgender Weise:

a) Der Monat zu 30 Tagen.

Vom 12. März bis 25. Juli. Der März ist der 3., der Juli der 7. Monat. Vom 12./3. bis 12./7. sind 4 Monate = 120 Tage
vom 12./7. bis 25./7. sind 13 Tage
giebt zusammen 133 Tage

Oder vom 28. April bis 12. Dezember:
Vom 28./4. bis 28./12.
sind 8 Monate = 240 Tage
davon ab vom 12./12. bis 28./12 16 Tage
giebt 224 Tage

b) Tage genau nach dem Kalender.

Man verfahre auf dieselbe Weise und zähle noch soviel Tage hinzu, wie Monate mit 31 Tagen vorkommen. Vom 28. April bis 12. Dezember sind 224 Tage (siehe a). Dazu für Mai, Juli, August, Oktober noch 4 Tage, giebt im ganzen 228 Tage.

Derjenige, welcher oft die Tage genau auszuzählen hat, benutze die am Schlusse beigegebene Fristentabelle. Bei jedem Tage steht, der wievielste Tag des Jahres er ist. Man braucht somit nur die Zahlen der beiden Termine aufzusuchen und zu subtrahieren (siehe Erkl. 220 und 221).

Frage 61. Wieviel Zinsen bringt ein Kapital K zu p % nach t Tagen?

Antwort. Die Ableitung der Formel ist dieselbe, wie für den Fall, wo die Zeit in Monaten angegeben ist (siehe Frage 58), nur mit dem Unterschiede, dass hier 360 oder 365 an Stelle von 12 einzusetzen ist. Man erhält die Formeln:

$$6) \ldots Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{36000}$$

Erkl. 222. Der Formel 7) kann man eine bequemere Form dadurch geben, dass man Zähler und Nenner mit 2 multipliziert. Man erhält dann:

$$7a) \ldots Z = \frac{K \cdot p \cdot t \cdot 2}{73000}$$

Mit 73000 lässt sich offenbar leichter dividieren als mit 36500.

Da 36 die Faktoren 2 und 3 enthält, 73 aber eine Primzahl ist, so kann man bei Anwendung der Formel 6) sehr oft kürzen, was bei 7a) seltener der Fall ist. Darum ist die Berechnung der Zinsen nach Formel 6) bei weitem bequemer.

oder:

$$7) \ldots Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{36500} \quad \text{(s. Erkl. 222).}$$

In Worten: Die Zinsen nach Tagen werden gefunden, indem man das Kapital mit dem Zinsfuss und der Anzahl der Tage multipliziert und durch 36000 (36500) dividiert.

Frage 62. Welchen Unterschied im Ergebnis erhält man, je nachdem die Tage genau oder der Monat zu 30 Tagen und das Jahr zu 365 oder 360 Tagen gerechnet werden?

Erkl. 223. Das Verhältnis der Zinsen, die man aus den Formeln 6) und 7) erhält, wird gefunden, indem man sie durch einander dividiert. Sind Z′ die Zinsen nach englischer Berechnung, Z die nach deutscher, so erhält man bei gleichem K, p und t:

$$Z' : Z = \frac{K p t}{36500} : \frac{K p t}{36000} = \frac{36000}{36500} = \frac{72}{73}$$

Hieraus ergiebt sich nach den Gesetzen der Proportion:

$$Z = \frac{Z' \cdot 73}{72} \quad \text{und} \quad Z' = \frac{Z \cdot 72}{73}$$

Der letztere Ausdruck dient dazu, die Zinsen nach englischer Weise mit Benutzung des Divisors 36000 zu berechnen, indem man dann noch $\frac{1}{73}$ abzieht (siehe Aufgabe 752).

Antwort. Offenbar ist die englische Rechnung (Jahr 365 Tage, Monate nach ihren Kalendertagen) vollkommen richtig. Rechnet man die Monate genau und das Jahr zu 360 Tagen, so erhält man einen zu kleinen Divisor, also einen zu grossen Quotienten und zwar verhalten sich beide Ergebnisse (nach Erkl. 223) wie 72 : 73, d. h. letzteres ist um $\frac{1}{72}$ zu gross.

Rechnet man aber den Monat zu 30 Tagen und das Jahr zu 360, so erhält man — selbstverständlich, wenn die Anzahl der Tage eine andere wird — ein etwas zu kleines Ergebnis, welches aber weniger vom richtigen abweicht, als das zu grosse (siehe Aufgabe 754).

Frage 63. Was versteht man unter Zinszahl (Nummer, nombre) und Zinsdivisor?

Erkl. 224. Es genügt immer, die Zinszahlen bis auf die Ganzen abzurunden, wobei in üblicher Weise 0,5 und darüber für 1 gerechnet, weniger aber weggelassen wird. In vielen Fällen aber, besonders bei den Kontokorrenten (siehe diese) kürzt man die Zinszahlen noch um zwei Stellen, muss aber dann den Zinsdivisor auch um zwei Stellen kürzen, was immer dann ohne merklichen Fehler geschehen kann, wenn derselbe zuletzt zwei Nullen hat, was meistens der Fall ist.

Erkl. 225. Der Zinsdivisor steht mit dem Zinsfusse in umgekehrtem Verhältnisse, denn je grösser der Divisor eines Bruches ist, um so kleiner ist der Quotient.

Antwort. Die Formel 6) lässt sich schreiben:

$$Z = K \cdot t \cdot \frac{p}{36000}$$

oder:

$$Z = K \cdot t : \frac{36000}{p}$$

Da nun die gebräuchlichsten Zinsfüsse in 36000 aufgehen, so ist:

$$\frac{36000}{p}$$

meist eine ganze und ziemlich einfache Zahl. Die Zinsberechnung besteht also dann aus der Division des Produktes Kt durch jene Zahl.

Man nennt nun das Produkt aus dem Kapital mit der Anzahl der

Für $\frac{p}{36000}$ kommt mitunter der Name Zinsfaktor vor. Derselbe erklärt sich von selbst.

Man kann auch Zinsdivisoren aufstellen, wenn die Zeit nach Monaten gegeben ist, doch ist dies kaum nötig.

Tage die Zinszahl (Nummer oder nombre, siehe Erkl. 224) und 36000 dividiert durch den Zinsfuss den Zinsdivisor (siehe Erkl. 225) und hat die Regel:

Die Zinsen werden berechnet, indem man die Zinszahl durch den betreffenden Zinsdivisor dividiert.

Die folgende Tabelle enthält zu vielen Zinsfüssen die entsprechenden Divisoren.

Zinsdivisoren-Tabelle.

%	Divisor	%	Divisor	%	Divisor	%	Divisor	%	Divisor
$\frac{1}{8}$	288 000	$1\frac{1}{4}$	28 800	$3\frac{1}{8}$	11 520	$6\frac{1}{4}$	5 760	$13\frac{1}{3}$	2 700
$\frac{1}{5}$	180 000	$1\frac{1}{3}$	27 000	$3\frac{1}{3}$	10 800	$6\frac{2}{3}$	5 400	15	2 400
$\frac{1}{4}$	144 000	$1\frac{1}{2}$	24 000	$3\frac{3}{5}$	10 000	$7\frac{1}{2}$	4 800	16	2 250
$\frac{1}{3}$	108 000	$1\frac{2}{3}$	21 600	$3\frac{3}{4}$	9 600	8	4 500	18	2 000
$\frac{1}{2}$	72 000	2	18 000	4	9 000	$8\frac{1}{3}$	4 320	20	1 800
$\frac{2}{3}$	54 000	$2\frac{1}{4}$	16 000	$4\frac{1}{2}$	8 000	9	4 000	$22\frac{1}{2}$	1 600
$\frac{3}{4}$	48 000	$2\frac{2}{5}$	15 000	$4\frac{4}{5}$	7 500	10	3 600	24	1 500
1	36 000	$2\frac{1}{2}$	14 400	5	7 200	$11\frac{1}{4}$	3 200	25	1 440
$1\frac{1}{8}$	32 000	$2\frac{2}{3}$	13 500	$5\frac{1}{3}$	6 750	12	3 000	30	1 200
$1\frac{1}{5}$	30 000	3	12 000	6	6 000	$12\frac{1}{2}$	2 880	$33\frac{1}{3}$	1 080

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 736. Wieviel Zinsen geben 342,50 ℳ zu $3\frac{1}{2}$% in 48 Tagen?

Erkl. 226. Vor Ausführung der Rechnung wird gekürzt, jedoch bleiben die Nullen im Nenner unberührt, da sich mit 1000 sehr bequem dividieren lässt.

Auflösung nach der Formel 6).

$$Z = \frac{342,5 \cdot 7 \cdot 48}{2 \cdot 36000} = \frac{342,5 \cdot 7 \cdot 2}{3000} = 1,598$$

Man erhält 1,60 ℳ Zinsen (s. Erkl. 226).

Aufgabe 737. Wieviel Zinsen erhält man für 2 764 fs zu $4\frac{1}{3}$% nach 81 Tagen?

Auflösung nach der Formel 6).

$$Z = \frac{2764 \cdot 13 \cdot 81}{3 \cdot 36000} \text{ fs} = 26,949 \text{ fs} = 26,95 \text{ fs}$$

Aufgabe 738. Wieviel Zinsen bringen 975,80 Cor in 133 Tagen zu 6 %?

Erkl. 227. Die Zinszahl K·t ist:

$$975{,}8 \cdot 133 = 129\,781{,}4.$$

Sie ist aber auf die Ganzen abzurunden, wodurch man erhält 129781. Die um 2 Stellen verkürzte Zinszahl (siehe Erkl. 224) wäre 1298. Man erhält dann 1298 : 60 = 21,63 also dasselbe.

Auflösung vermittelst Zinsdivisors. Die Zinszahl (siehe Erkl. 227) 129 781 hat man durch den zu 6 % gehörenden Divisor nämlich 6000 zu dividieren:

$$129\,781 : 6\,000 = 129{,}781 : 6 = 21{,}63$$

Es ergeben sich 21,63 Cor Zinsen.

Aufgabe 739. Berechne die Zinsen von 924 ℳ in 174 Tagen zu $4\frac{4}{5}$ %.

Erkl. 228. Mit 7500 wird dividiert, indem man erst mit 100 dividiert (2 Stellen abschneidet) und dann mit 75. In ähnlicher Weise ist in voriger Auflösung mit 6000 dividiert worden.

Auflösung vermittelst Zinsdivisors.

Zinszahl 924·174 = 160 776

Divisor zu $4\frac{4}{5}$ % = 7500

Zinsen 160 776 : 7 500 = (s. Erkl. 228) 1 607,67 : 75 = 21,436···

Abgekürzte Zinszahl 1608; man erhält:

$$1\,608 : 75 = 21{,}44$$

Es ergeben sich in beiden Fällen 21,44 ℳ Zinsen.

Aufgabe 740. Wieviel betragen die Zinsen a) zu $6\frac{1}{2}$ % von 498 ℳ in 28 Tagen; b) zu 1201,80 ℳ zu $5\frac{1}{4}$ % in 62 Tagen?

Erkl. 229. In ähnlicher Weise berechnet man:

$7\,\% = 6\,\% + \frac{1}{6}$ davon

$6\frac{3}{4}\,\% = 6\,\% + \frac{1}{8}$ „

$6\frac{1}{4}\,\% = 6\,\% + \frac{1}{24}$ „

$5\frac{3}{4}\,\% = 6\,\% - \frac{1}{24}$ „

$5\frac{1}{2}\,\% = 6\,\% - \frac{1}{12}$ „ $= 5\,\% + \frac{1}{10}$ davon

$5\frac{1}{4}\,\% = 6\,\% - \frac{1}{8}$ „ $= 5\,\% + \frac{1}{20}$ „

$4\frac{3}{4}\,\% = 5\,\% - \frac{1}{20}$ „

$3\frac{3}{4}\,\% = 3\,\% + \frac{1}{4}$ „

$3\frac{1}{2}\,\% = 3\,\% + \frac{1}{6}$ „ $= 4\,\% - \frac{1}{8}$ davon

$3\frac{1}{4}\,\% = 3\,\% + \frac{1}{12}$ „ etc.

Man wird eine solche Zerlegung auch dann vornehmen, wenn der Divisor, wie bei:

Auflösung durch Zerlegen in:

$$6\,\% + \frac{1}{2}\,\%$$

a) Man berechne zunächst 6 %:

$$\frac{498 \cdot 28}{6000} = \frac{166 \cdot 7}{500} = \frac{1162}{500} = 2{,}324$$

Zu 6 % erhält man . . . . . 2,324 ℳ

$\frac{1}{2}$ % ist der 12. Teil davon . . 0,194 ℳ

giebt addiert $6\frac{1}{2}$ % = 2,52 ℳ

b) Man runde das Kapital auf 1202 ab und suche 6 % davon:

$$\frac{1202 \cdot 62}{6000} = \frac{37262}{3000} = 12{,}421$$

6 % geben in der betr. Zeit. . . 12,421

davon ab $\frac{1}{8}$ d. i. $\frac{3}{4}$ % 1,553

giebt $5\frac{1}{4}$ % 10,868

oder 10 ℳ 87 ₰

Bei Zinsfüssen, die einen Divisor nicht zulassen, kann man sich der Divisoren ebenfalls bedienen, indem man die Zinsen zuerst nach einem höheren oder niederen bequemen Zinsfuss berechnet und dann das Ergebnis durch Zerlegen auf den richtigen Zinsfuss zurückführt (siehe Erkl. 229).

$1\frac{2}{3}$ % (= 5 % : 3) oder $3\frac{1}{8}$ %

$\left(= 3\,\% + \frac{1}{8}\,\%\right)$

eine unbequeme Zahl ist.

Aufgabe 741. Wieviel Zinsen geben 847,40 ℳ zu 3 % in 142 Tagen?

Erkl. 230. 3 % in 120 Tagen sind also 1 % des Kapitals. Kann man die gegebene Anzahl Tage leicht durch Zerlegung von 120 herstellen, was oft der Fall sein wird, da 120 die Faktoren 2, 3 und 5 enthält, so nimmt die Zinsberechnung beistehende einfache Form an (siehe die folgenden Aufgaben).

Auflösung vermittelst Zerlegung einer bestimmten Tageszahl.

In 120 Tagen zu 3 % erhält man ebensoviel Zinsen wie in 360 Tagen zu 1 %.

3 % in 120 Tagen	(= 1 % von 847,4)	ist	8,474 ℳ
„ „ 20 „	d. i. der 6. Teil	„	1,412 ℳ
„ „ 2 „	d. i. der 10. Teil	„	0,141 ℳ
3 % in 142 Tagen giebt			10,03 ℳ

(siehe Erkl. 230).

Aufgabe 742. Wieviel Zinsen erhält man für 2 745 Rb zu $3\frac{1}{3}$ % nach 117 Tagen?

Erkl. 231. Merke folgende Tageszahlen:

2 % in 180 Tagen		ist gleich 1 % des Kapitals
$2\frac{1}{2}$ % „ 144 „		
3 % „ 120 „		
$3\frac{3}{4}$ % „ 96 „		
4 % „ 90 „		
$4\frac{1}{2}$ % „ 80 „		
5 % „ 72 „		
6 % „ 60 „		

Auflösung vermittelst Zerlegung einer bestimmten Tageszahl (s. Erkl. 231).

$3\frac{1}{3}$ % in 108 Tagen = 1 % in 360 Tagen

2 745 Rb geben zu $3\frac{1}{3}$ % in 108 Tag. 27,45 Rb

in 27 Tagen	den 4. Teil =	6,862 Rb
„ 36 „	„ 3. „ =	9,15 Rb
„ 54 „	„ 2. „ =	13,725 Rb
in 117 Tagen erhält man		29,74 Rb

Aufgabe 743. Berechne die Zinsen von 3 186 fl zu 4 % in 35 Tagen.

Erkl. 232. Die allgemeine Regel lautet: Man gehe aus von der Tageszahl, für welche man 1 % zu berechnen hat (nach Erkl. 231) und zerlege die gegebenen Tage in bequeme Teile jener Zahl.

Auflösung vermittelst Zerlegung einer bestimmten Tageszahl (siehe Erkl. 232).

4 % in 90 Tagen	(= 1 % d. Kap.) ist	31,86 fl
„ 30 „	d. i. der 3. Teil =	10,62 fl
„ 5 „	d. i. d. 6. Tl. dav. =	1,77 fl
in 35 Tagen erhält man		12,39 fl

Aufgabe 744. Wieviel Zinsen geben 2 768 ℳ vom 7. August bis 15. Oktober zu 5 % (Monat zu 30 Tagen)?

Erkl. 233. Vom 7. August bis 7. Oktober sind 2 Monate oder 60 Tage, vom 7. Oktober bis 15. Oktober sind 8 Tage, im ganzen also 68 Tage.

Auflösung. t = 68 Tage (s. Erkl. 233).

5 % in 72 Tagen	(= 1 %) giebt	27,68 ℳ
„ 4 „	d. i. der 18. Teil	1,54 ℳ
in 68 Tagen ergeben sich		26,14 ℳ

Aufgabe 745. Wieviel Zinsen geben 420 £ zu 6 % vom 28. April bis zum 11. Dez. (Monat 30 Tage)?

Erkl. 234. Die Zinszahl ist das Produkt aus Kapital mal Anzahl der Tage; dieses bleibt aber ungeändert, wenn man die (unbenannten) Faktoren vertauscht, wodurch sehr oft grosse Vereinfachung der Rechnung entsteht.

Auflösung vermittelst Vertauschung von Kapital und Zeit (siehe Erkl. 234).

Vom 28./4. bis 11./12. sind 8 Monate weniger 17 Tage, also 223 Tage. 420 £ in 223 Tagen geben ebensoviel Zinsen wie 223 £ in 420 Tagen.

6 % in	60 Tagen	(= 1 %) sind	2,23 £
6 % „	420 „	das 7-fache	15,61 £

Aufgabe 746. Wieviel Zinsen geben 6 400 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ % vom 6. November bis 23. März des nächsten Jahres (Tage genau)?

Erkl. 235. Man hätte auch rechnen können 6400 ℳ in 137 Tagen geben dieselben Zinsen wie 13 700 ℳ in 64 Tagen.

$4\frac{1}{2}$ % in 80 Tagen (= 1 %) ist		137,00 ℳ
— 16 „	5. Teil	— 27,40 ℳ
64 Tagen		109,60 ℳ

Auflösung. Der 6. Nov. ist der 310. Tag, der 31. Dez. der 365. Tag, der 23. März der 82. Tag des Jahres (siehe die Fristberechnungstabelle am Schlusse des Buches). Also sind vom 6. Nov. bis 23. März:

(365 — 310 + 82) Tage = 137 Tage

$$Z = \frac{6400 \cdot 137}{8000} = 0{,}8 \cdot 137 = 109{,}6$$

Die Zinsen betragen 109,60 ℳ (s. Erkl. 235).

Aufgabe 747. Wieviel betragen die Zinsen von 3 960 ℳ zu 5 % in 3 Jahren 5 Monaten 9 Tagen?

Erkl. 236. Hat man Zinsen nach Jahren, Monaten und Tagen zu berechnen, so verwandelt man entweder alles in Jahre oder Monate oder Tage und berechnet dann die Zinsen oder man bedient sich der Zerfällungsmethode.

Auflösung durch Zerfällung (siehe Erkl. 236).

5 % von 3 960 ℳ in 1 Jahre	= 198,00 ℳ
in 3 Jahren	= 594,00 ℳ
4. Teil von 1 Jahre in 3 Monat.	= 49,50 ℳ
6. „ „ 1 „ „ 2 „	= 33,00 ℳ
10. „ „ 2 Mon. in 6 Tgn.	= 3,30 ℳ
2. „ „ 6 Tagen in 3 Tgn.	= 1,65 ℳ
in 3 Jahren 5 Monat. 9 Tagen	= 681,45 ℳ

Aufgabe 748. Wieviel Zinsen erhält man von £ 712·10·6 zu 4 % vom 1. August bis 12. Dezember?

Erkl. 237. Pfund Sterlinge, Schillinge und Pences verwandelt man entweder in Schillinge oder in Pfund Sterlinge, je nachdem die Rechnung am bequemsten erscheint. Das Kapital rundet man auf Schillinge ab, indem 6 d und mehr für 1 sh, weniger nicht gerechnet werden (siehe Aufgabe 749).

Auflösung nach Formel 7):

Der 12. Dezember ist der 346. Tag
„ 1. August „ „ 213. „
also ergeben sich 133 Tage

£ 712·10·6 sind 14 250,5 sh, abgerundet 14 251 sh. Also wird die Formel 7):

$$\frac{14251 \cdot 133 \cdot 4}{36500} \text{ sh} = 207{,}7 \text{ sh}$$
$$= £\ 10 \cdot 7 \cdot 8$$

Aufgabe 749. Wieviel Zinsen geben £ 463·13·9 zu 5 % vom 24. März bis 10. Juni?

Auflösung mit Zinsdivisor 7 300. Vom 24. März bis 10. Juni sind 78 Tage, an

Erkl. 238. Wird das Jahr zu 365 Tagen gerechnet, so giebt nur der Zinsfuss 5 % einen geeigneten Divisor, nämlich 7300. Diesen kann man benutzen, indem man andere Zinsfüsse durch Zerlegen von 5 % zusammenstellt (siehe Aufgabe 750).

Kapital rechnet man £ 463 · 14 · — = £ 463,7, hat also nach Formel 7):

$$\frac{463{,}7 \cdot 5 \cdot 78}{36500} = \frac{463{,}7 \cdot 78}{7300} = 4{,}952$$

das sind £ 4 · 19 · 1 (siehe Erkl. 238).

Aufgabe 750. Wieviel Zinsen erhält man von 2786,80 $ zu 7 % vom 11. April bis 31. August (Tage genau)?

Erkl. 239. Ganzzahlige Zinsfüsse lassen sich sehr bequem durch 5 % ausdrücken, enthält aber der Zinsfuss Bruchteile, so verfährt man am geeignetsten nach Formel 7b).

Auflösung durch Zerlegen von 5 %.
7 % = 5 % + 1 % + 1 % (siehe Erkl. 239).
Vom 11. April bis 31. Aug. sind 142 Tage.

5 % ergeben (2 786,8 · 142) : 7 300	= 54,21
davon ist 1 % der 5. Teil	= 10,84
1 %	= 10,84
Giebt zusammen an Zinsen	$ 75,89

Aufgabe 751. Wieviel Zinsen ergeben £ 836 · 15 · 3 zu $4\frac{1}{3}$ % vom 3. Februar bis 5. August (siehe Erkl. 240)?

Erkl. 240.

Der 5. Aug. ist der 217. Tag
„ 3. Febr. „ „ 34. „
183 Zinstage

Es ist $1 \text{ sh} = \frac{1}{20}$ £ $= \frac{5}{100}$ £, also die Hundertstel £ : 5 geben Schillinge; ferner ist:

$$1 \text{ d} = \frac{1}{12} \text{ sh} = \frac{1}{240} \text{ £} = \frac{4\frac{1}{6}}{1000} \text{ £}$$

denn:

$$\frac{4\frac{1}{6}}{1000} = \frac{25}{6000} = \frac{1}{240}$$

also sind die Tausendstel £ : $4\frac{1}{6}$ ··· Pences.

Auflösung nach Formel 7a):

$$\frac{836{,}75 \cdot 13 \cdot 183 \cdot 2}{3 \cdot 73000} = \frac{1327085{,}5}{73000} = 18{,}179$$

Die Bruchteile sind in sh und d zu verwandeln, dies geschieht, indem man die Hundertstel £ durch 5, die Tausendstel durch $4\frac{1}{6}$ dividiert (siehe Erkl. 240). Man erhält hier:

$$17 : 5 = 3 \text{ Rest } 2 \quad 29 : 4\frac{1}{6} = \frac{29 \cdot 6}{25} = 7 \text{ (rund)}$$

im ganzen also £ 18 · 3 · 7.

Aufgabe 752. Wieviel Zinsen erhält man für £ 1 546 · 16 · — zu $4\frac{1}{2}$ % vom 18. Mai bis 10. Juli (siehe Erkl. 241)?

Erkl. 241. In England bedient man sich häufig bei Berechnung von Zinsen sogenannter Zinstabellen, in denen die Zinsen von 1 bis 1000 Pfund Sterling Kapital für 1 bis 365 Tage sogleich ausgerechnet sind. Auch in Deutschland werden solche benutzt (siehe die Zinstabellen am Ende des Buches).

Auflösung nach Erklärung 223.

Vom 18. Mai bis 10. Juli sind 53 Tage. Man rechnet zunächst das Jahr zu 360 Tagen:

Zinszahl 1 546,8 · 53	= 81 980
Zinsdivisor von 4,5 %	= 8 000
81 980 : 8 000 = 81,98 : 8	= 10,248
davon weg $\frac{1}{73}$	= 0,140
	10,108

Man erhält £ 10 · 2 · 2 an Zinsen.

Aufgabe 753. Wieviel Zinsen liefern £ 5 923·15·— zu $4\frac{1}{4}$ % vom 9. März bis 1. Juli?

Erkl. 242. Dieses Verfahren ist in folgendem begründet:

Die Zinsen sind der 73 000. Teil des Zählers N. Nun ist:

$$1:73000 = 0{,}00001369863$$

Also hat man zu rechnen:

$$N \cdot 0{,}00001369863$$

Man rechnet nun (1. und 2.):

$$\begin{array}{r} N \\ +\frac{1}{3}\ N \\ +\frac{1}{30}\ N \\ +\frac{1}{300}\ N \\ \hline 1\frac{111}{300}\ N = 1{,}37\ N \end{array}$$

Nach 3) schneidet man 5 Stellen ab, dividiert also durch 100000 und erhält:

$$0{,}0000137\ N$$

subtrahiert davon nach 4) den 10000. Teil, also:

$$\begin{array}{r} 0{,}000137\ N \\ -\ 0{,}0000000137\ N \\ \hline 0{,}0001369863\ N \end{array} \text{ giebt:}$$

was gleichwertig ist mit dem 73000. Teil von N.

Für den ersten Augenblick erscheint diese Rechnung etwas umständlich. Aber da die einzelnen Operationen sehr rasch und fehlerlos ausgeführt werden können, so erkennt man schon nach kurzer Uebung, dass hierdurch die Division mit 73 000 leichter und sicherer vollzogen wird, als durch wirkliches Dividieren.

Auflösung nach Formel 7 a), wobei die Division mit 73 000 nach **einem in England gebräuchlichen, vorteilhaften Verfahren** ausgeführt wird.

Man hat 5 923,75 £ auf 114 Tage zu verzinsen, d. i.:

$$\frac{5923{,}75 \cdot 114 \cdot 17 \cdot 2}{4 \cdot 73000} = \frac{5923{,}75 \cdot 57 \cdot 17}{73000}$$
$$= 5740113{,}75 : 73000$$

Die Division wird in folgender Weise ausgeführt:

1) Man kürzt den Dividenden in bekannter Weise bis auf die Einer ab;

2) addiert dazu $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{30}$ und $\frac{1}{300}$ seines Wertes, was sehr schnell geht;

3) schneidet von der Summe 5 Decimalstellen ab und streicht die 2 letzten weg;

4) vermindert die 3. Decimalstelle um soviel Einheiten wie Zehner vorhanden sind. Der 3 stellige Rest ist in Schillinge und Pences zu verwandeln.

Ausführung:

$$\begin{array}{rrl} & 5740114 & \ldots\ 1) \\ +\frac{1}{3} = & 1913371 & \\ +\frac{1}{30} = & 191337 & \ldots\ 2) \\ +\frac{1}{300} = & 19134 & \\ \hline & 7863956 & \\ & 78{,}640 & \ldots\ 3) \\ - & 0{,}007 & \ldots\ 4) \\ \hline \end{array}$$

£ 78,633 = £ 78·12·8 (siehe Erkl. 242).

Aufgabe 754. Was betragen die Zinsen von 5 760 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ % vom 19. März bis 31. Oktober. a) Monate genau, Zinsfuss für 365 Tage; b) Monate genau, Zinsfuss für 360 Tage; c) Monat 30 Tage, Zinsfuss für 360 Tage?

Erkl. 243. Es wäre sehr wünschenswert, wenn allgemein der Monat zu 30 Tagen und das Jahr zu 360 Tagen gerechnet würde, da sich im kaufmännischen Verkehr der kleine Fehler meist ausgleicht, denn der Kaufmann ist bald Schuldner bald Gläubiger (siehe den Abschnitt der Kontokorrente). Im bürgerlichen Verkehr kommen Zinsberechnungen nach Tagen wenig vor, man rechnet da meistens nach Jahren und Bruchteilen desselben.

Auflösung. a) Vom 19. März bis 31. Okt. sind genau 226 Tage, also ergiebt sich nach Formel 7):

$$\frac{5760 \cdot 9 \cdot 226}{2 \cdot 36500}\ ℳ = 160{,}49\ ℳ$$

b) und nach Formel 6):

$$\frac{5760 \cdot 9 \cdot 226}{2 \cdot 36000}\ ℳ = 162{,}72\ ℳ$$

c) Wird der Monat zu 30 Tagen gerechnet, so sind es nur 222 Tage. Man erhält dann:

$$\frac{5760 \cdot 9 \cdot 222}{2 \cdot 36000}\ ℳ = 159{,}84\ ℳ$$

Die Sparkassen verzinsen im allgemeinen nur ganze Mark und runden dabei das Kapital nach unten hin ab, auch geschieht die Verzinsung nur für volle, höchstens für halbe Monate.

a) ist die vollkommene richtige Ausrechnung, b) giebt zuviel, c) zu wenig. Der Unterschied bei b) ist 2,23 ℳ zuviel, bei c) 0,65 ℳ zu wenig. Man erkennt also, dass die 3. Ausrechnung, welche in Deutschland üblich ist, die bequemste ist und vom vollkommen richtigen Ergebnis nur unbedeutend abweicht.

β) Ungelöste Aufgaben.

1) Berechne die Zinsen folgender Kapitalien zu den angegebenen Zinsfüssen und Zeiten (Monat 30 Tage, Jahr 360 Tage).

	Kapital	Zinsfuss	Tage
755.	3 780,00 fs	2	100
756.	588,20 fs	3	144
757.	723,80 fs	6	208
758.	930,80 fs	5	72
759.	9 207,00 fs	4	216
760.	6 000,00 ℳ	6	146
761.	6 208,50 ℳ	2	26
762.	367,35 ℳ	2	47
763.	1 635,00 ℳ	6	186
764.	237,50 ℳ	3	84
765.	448,60 fl	$5\frac{1}{2}$	54
766.	1 286,00 fl	$4\frac{1}{2}$	216

	Kapital	Zinsfuss	Tage
767.	690,00 fl	$3\frac{1}{2}$	103
768.	5 842,60 fl	$3\frac{1}{3}$	81
769.	1 463,74 fl	$2\frac{1}{2}$	288
770.	584,90 Rb	$3\frac{3}{4}$	75
771.	2 700,00 Rb	$5\frac{1}{4}$	12
772.	3 804,00 Rb	$3\frac{1}{4}$	184
773.	2 673,80 Rb	$4\frac{1}{4}$	128
774.	2 500,00 Rb	$1\frac{1}{2}$	64

Aufgabe 775. Wieviel Zinsen geben 7 272 ℳ zu $2\frac{2}{3}$ % vom 13./5 bis 4./11.?

Aufgabe 776. Wieviel Zinsen geben 3 672,36 ℳ zu $3\frac{2}{3}$ % vom 25./7. bis 16./9.?

Aufgabe 777. Wieviel Zinsen geben 3 515,60 ℳ zu $3\frac{1}{2}$ % vom 5./8. bis 28./10.?

Aufgabe 778. Wieviel Zinsen geben 7 200 ℳ zu $5\frac{1}{2}$ % vom 12./6. bis 30./7.?

Aufgabe 779. Wieviel Zinsen geben 7 117,50 ℳ zu $4\frac{1}{3}$ % vom 1./5. bis 1./11.?

Aufgabe 780. Wieviel Zinsen geben 588 ℳ zu $2\frac{1}{2}$ % vom 3./2. bis 15./2.?

Aufgabe 781. Wieviel Zinsen geben 1 899,60 ℳ zu $2\frac{2}{3}$ % vom 10./1. bis 4./12.?

Aufgabe 782. Wieviel Zinsen geben 947,80 ℳ zu $3\frac{1}{4}$ % vom 28./5. bis 14./6.?

Aufgabe 783. Wieviel Zinsen geben 2 307,20 ℳ zu $4\frac{1}{4}$ % vom 17./8. bis 21./10.?

Aufgabe 784. Wieviel Zinsen geben 202,50 ℳ zu $3\frac{1}{3}$ % vom 2./11. bis 17./3.?

Aufgabe 785. Wieviel Zinsen geben 235,80 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ % vom 10. Dez. bis 16. Jan.?

Aufgabe 786. Wieviel Zinsen geben 2 600 ℳ zu $3\frac{1}{2}$ % vom 10. Juni bis 29. Juli?

Aufgabe 787. Wieviel Zinsen geben 218,50 ℳ zu $5\frac{1}{4}$ % vom 1. März bis 28 März?

Aufgabe 788. Wieviel Zinsen geben 300 ℳ zu $3\frac{3}{4}$ % vom 22. Mai bis 12. Aug.?

Aufgabe 789. Wieviel Zinsen geben 662 ℳ zu $6\frac{1}{2}$ % vom 17. April bis 18. Juli?

Aufgabe 790. Wieviel Zinsen geben 4 210,75 ℳ zu $4\frac{2}{5}$ % vom 29. April bis 8. Mai?

Aufgabe 791. Wieviel Zinsen geben 1 500 ℳ zu $2\frac{1}{2}$ % vom 26. Sept. bis 2. Jan.?

Aufgabe 792. Wieviel Zinsen geben 806,60 ℳ zu $5\frac{1}{2}$ % vom 29. Nov. bis 13. Febr.?

Aufgabe 793. Wieviel Zinsen geben 7 000 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ % vom 12. Dez. bis 10. Febr.?

Aufgabe 794. Wieviel Zinsen geben 268,20 ℳ zu $5\frac{1}{2}$ % vom 1. Dez. bis 5. Febr.?

Zu 3 %

795. 5 375 ℳ in 89 Tagen.
796. 735 ℳ in 42 Tagen.
797. 392 ℳ in 44 Tagen.
798. 2 755,20 ℳ in 122 Tagen.
799. 4 618 ℳ in 186 Tagen.
800. 114,90 ℳ in 23 Tagen.
801. 3 720 ℳ vom 3./9. bis 7./10.
802. 1 384,80 ℳ vom 1./7. bis 14./7.
803. 1 658 ℳ vom 7./5. bis 27./8.
804. 493,70 ℳ vom 28. Jan. bis 12. Febr.
805. 3 728,30 ℳ vom 12. März bis 26. Apr.
806. 783,25 ℳ vom 25. Mai bis 19. Aug.

Zu $3\frac{1}{2}$ %

807. 1 250 ℳ in 271 Tagen.
808. 257,10 ℳ in 39 Tagen.
809. 15 000 ℳ in 74 Tagen.
810. 2 610 ℳ in 97 Tagen.
811. 5 000 ℳ in 174 Tagen.
812. 12 600 ℳ in 19 Tagen.
813. 1 460 ℳ vom 10./6. bis 6./8.
814. 27 428 ℳ vom 11./12. bis 8./4.
815. 6 000 ℳ vom 1./3. bis 27./5.
816. 10 200 ℳ vom 2. April bis 12. Juli.
817. 8 620,30 ℳ vom 28. Aug. bis 5. Sept.
818. 4 630 ℳ vom 1. Jan. bis 28. März.

Zu 4 %

819. 5 830 ℳ in 32 Tagen.
820. 8 690 ℳ in 75 Tagen.
821. 687,10 ℳ in 20 Tagen.
822. 2 092,50 ℳ in 205 Tagen.
823. 1 550,20 ℳ in 98 Tagen.
824. 3 535 ℳ in 166 Tagen.
825. 8 421,50 ℳ vom 29./6. bis 8./7.
826. 109,06 ℳ vom 16./3. bis 8./10.
827. 2 722,20 ℳ vom 1./4. bis 28./7.
828. 874,80 ℳ vom 12. Okt. bis 14. Febr.
829. 7 000 ℳ vom 3. Aug. bis 27. Nov.
830. 49 000 ℳ vom 7. Okt. bis 2. Dez.

Zu $4\frac{1}{2}$ %

831. 1 060,28 ℳ in 344 Tagen.
832. 9 120 ℳ in 27 Tagen.
833. 2 775,75 ℳ in 96 Tagen.
834. 378,30 ℳ in 116 Tagen.
835. 1 615 ℳ in 115 Tagen.
836. 1 940,80 ℳ in 48 Tagen.
837. 4 894 ℳ vom 20./4. bis 5./5.
838. 3 257,70 ℳ vom 8./5. bis 24./7.

Zu $4\frac{1}{2}$ %

839. 13 030,80 ℳ vom 11./6. bis 27./8.
840. 1 219,25 ℳ vom 5. Okt. bis 3. Dez.
841. 19 546,20 ℳ vom 3. Apr. bis 19. Juni.
842. 8 740,50 ℳ vom 5. Juli bis 6. Aug.

Zu 5 %

843. 583,70 ℳ in 72 Tagen.
844. 2 480 ℳ in 54 Tagen.
845. 945,50 ℳ in 144 Tagen.
846. 56 000 ℳ in 208 Tagen.
847. 3 784 ℳ in 91 Tagen.
848. 91,63 ℳ in 300 Tagen.
849. 222,22 ℳ vom 12./5. bis 4./6.
850. 7 630,80 ℳ vom 8./4. bis 3./8.
851. 2 800 ℳ vom 20./2. bis 17./5.
852. 576,30 ℳ vom 22. März bis 30. Juni.
853. 6 081,35 ℳ vom 25. Nov. bis 30. Dez.
854. 366 ℳ vom 17. Okt. bis 28. Dezbr.

Zu 6 %

855. 4 832 ℳ in 30 Tagen.
856. 518,50 ℳ in 180 Tagen.
857. 7 426,30 ℳ in 60 Tagen.
858. 12 000 ℳ in 115 Tagen.
859. 448,70 ℳ in 63 Tagen.
860. 1 713,63 ℳ in 207 Tagen.
861. 16 532 ℳ vom 1./8. bis 12./11.
862. 846 ℳ vom 7./3. bis 5./9.
863. 5 000 ℳ vom 1./2. bis 12./4.
864. 463,80 ℳ vom 25. Mai bis 28. Juni.
865. 769,18 ℳ vom 22. Juni bis 30. Dez.
866. 2 580 ℳ vom 15. Aug. bis 2. Sept.

---

2) Berechne von folgenden Kapitalien die Zinsen (Tage genau, Jahr 360 Tage).

Aufgabe 867. 3 185 fs zu 5 % vom 16. Februar bis 31. August.

Aufgabe 868. 2 840 Rb zu 6 % vom 28. September bis 1. Dezember.

Aufgabe 869. 12 650 fs zu 8 % vom 2. September bis 12. Dezember.

Aufgabe 870. 675 ℳ zu 4 % vom 18. Juli bis 25. November.

Aufgabe 871. 3 751,75 £ zu 4 % vom 13. Juni bis 19. Juli.

Aufgabe 872. 2 262,50 fl zu $6\frac{1}{4}$ % vom 12. Mai bis 15. Juni.

Aufgabe 873. 318,80 fl zu $6\frac{2}{3}$ % vom 7. Februar bis 21. April.

Aufgabe 874. 2 640 ℳ zu $7\frac{1}{2}$ % vom 21. April bis 12. Juli.

Aufgabe 875. 3 127,50 fl h zu 5 % vom 11. Juni bis 25. August.

Aufgabe 876. 8 272,50 £ zu 6 % vom 25. August bis 1. Dezember.

Aufgabe 877. 2 880 $ zu 9 % vom 12. Dezember bis 3. März.

Aufgabe 878. 2 430 fs zu 3 % vom 15. Juli bis 6. September.

Aufgabe 879. 584,25 Rb zu 3 % vom 15. August bis 31. Dezember.

Aufgabe 880. 9 000 £ zu $2\frac{1}{2}$ % vom 12. Juli bis 2. September.

Aufgabe 881. 19 420 fl zu $3\frac{1}{2}$ % vom 16. Januar bis 25. März (Schaltjahr).

Aufgabe 882. 1 460 $ zu $5\frac{1}{2}$ % vom 21. Februar bis 27. Mai (Schaltjahr).

3) Wieviel Zinsen erhält man von folgenden Kapitalien, wenn die Tage genau und das Jahr zu 365 Tagen gerechnet wird?

Aufgabe 883. 2864,75 $ zu $6\frac{1}{2}$ % vom 19. September bis 31. Dezember.

Aufgabe 884. 3548,25 $ zu $7\frac{1}{2}$ % vom 15./3. bis 6./8.

Aufgabe 885. 436,60 $ zu 3 % vom 28. Mai bis 30. Juni.

Aufgabe 886. 1382,50 $ zu $3\frac{1}{2}$ % vom 10./4. bis 21./8.

Aufgabe 887. 2137,50 $ zu $4\frac{1}{2}$ % vom 21./8. bis 1./12.

Aufgabe 888. £ 463·13·9 zu 5 % vom 24. März bis 10. Juni.

Aufgabe 889. £ 712·18·6 zu 5 % vom 27. Februar (28 Tage) bis 30. Juni.

Aufgabe 890. £ 852·1·8 zu 5 % vom 23. Januar bis 20. Februar.

Aufgabe 891. £ 520·—·— zu 4 % vom 1. September bis 18. November.

Aufgabe 892. £ 48·—·5 zu 6 % vom 3. August bis 15. September.

Aufgabe 893. £ 1218·10·— zu 3 % vom 18. Januar bis 24. März (Schaltjahr).

Aufgabe 894. £ 518·6·— zu 2 % vom 2. Mai bis 12. Juni.

Aufgabe 895. £ 374·18·6 zu 6 % vom 1. März bis 13. Mai.

Aufgabe 896. £ 964·15·— zu 6 % vom 1. Februar bis 10. August (Febr. 28 Tage).

Aufgabe 897. £ 927·7·6 zu $4\frac{1}{2}$ % vom 19./3. bis 5./6.

Aufgabe 898. £ 110·15·3 zu $2\frac{1}{2}$ % vom 1./3. bis 31./8.

Aufgabe 899. £ 2600·—·— zu $3\frac{1}{2}$ % vom 8./12. bis 3./2. d. n. J.

Aufgabe 900. £ 178·17·11 zu $3\frac{1}{3}$ % vom 3. Oktober bis 17. Dezember.

Aufgabe 901. £ 284·16·4 zu $4\frac{1}{2}$ % vom 2. Januar bis 15. Juli (Februar 28 Tage).

Aufgabe 902. £ 1418·17·— zu $3\frac{1}{2}$ % vom 1. Juli bis 12. September.

d) Ueber die Berechnung der Zinsensumme mehrerer Kapitalien.

Anmerkung 14. Will man die Zinsensumme mehrerer Kapitalien berechnen, so ergeben sich je nachdem die Kapitalien, die Zinsfüsse und die Zeiten gleich oder ungleich sind, 8 Fälle, die aber bis auf einen für die Praxis unwichtig sind. Dieser aber, nämlich der Fall mehrerer verschiedener Kapitalien, die zu demselben Zinsfusse verschieden lang ausgeliehen sind,

spielt bei der gegenseitigen Abrechnung zweier Kaufleute, bei Sparkasseneinlagen und den Kontokorrenten eine so grosse Rolle, dass er hier besonders behandelt werden soll. Für die anderen Fälle sind die Formeln, welche alle leicht ableitbar sind, der Vollständigkeit halber mit in das am Schlusse des Buches befindliche Formelverzeichnis aufgenommen worden.

Frage 64. Wie berechnet man die Zinsensumme verschiedener Kapitalien, die zu demselben Zinsfusse verschieden lang ausgeliehen sind?

Antwort. Es seien K_1, K_2, K_3 u. s. w. die einzelnen Kapitalien, t_1, t_2, t_3 u. s. w. die Anzahl der Tage (siehe Erkl. 244), während welcher die entsprechenden Kapitalien ausgeliehen sind, p der gemeinsame Zinsfuss und Z_1, Z_2, Z_3 u. s. w. die Zinsen der einzelnen Kapitalien, dann gilt:

$$Z_1 = \frac{K_1 t_1 p}{36000}$$

$$Z_2 = \frac{K_2 t_2 p}{36000}$$

$$Z_3 = \frac{K_3 t_3 p}{36000} \text{ u. s. w.}$$

Hieraus erhält man die Zinsensumme S durch Addition:

$$S = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \cdots = \frac{K_1 t_1 p}{36000} + \frac{K_1 t_2 p}{36000} + \frac{K_3 t_3 p}{36000} \cdots$$

oder, indem man den gemeinsamen Faktor $\frac{p}{36000}$ aushebt:

$$S = (K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 + \cdots) \frac{p}{36000},$$

was man auch schreiben kann:

$$S = (K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 + \cdots) : \frac{36000}{p}$$

Kt sind aber die Zinszahlen (siehe Erkl. 245) und $\frac{36000}{p}$ der Zinsdivisor (siehe Frage 63), also hat man die Regel:

Die Zinsensumme verschiedener Kapitalien, die zu demselben Zinsfusse verschieden lang ausgeliehen sind, wird gefunden, indem man die Summe der Zinszahlen durch den Zinsdivisor dividiert.

Erkl. 244. Bei gegenseitigen kaufmännischen Abrechnungen ist die Zeit immer in Tagen angegeben, bei Sparkassenabschlüssen kommen Tage oder auch nur Monate in Betracht. Im letztern Falle tritt an Stelle von 36000 die Zahl 1200, während das Uebrige bleibt. Soll das Jahr zu 365 Tagen gerechnet werden, so wird der Zinsdivisor:

$$\frac{36500}{p} = \frac{73000}{2p},$$

mit welchem dann nach den im vorhergehenden Abschnitt gegebenen Regeln zu rechnen ist.

Erkl. 245. Im allgemeinen kann man, ohne der Genauigkeit Abbruch zu thun, die Zinszahlen um 2 Stellen verkürzen in der Weise, dass man Zahlen unter 50 ganz weglässt, 50 und mehr dagegen als eine Einheit höherer Ordnung rechnet z. B. 14748 abgekürzt 147
14756 „ 148;
dann muss aber auch der Zinsdivisor um 2 Stellen verkürzt werden, was immer angängig ist, wenn zuletzt 2 Nullen vorhanden sind. Ist dies aber wie bei $2\frac{2}{3}$ % nicht der Fall, so muss man mit unverkürzten Zinszahlen rechnen.

Die Anordnung der Ausrechnung, sowie bei gegenseitiger Abrechnung der Abschluss lässt sich aus den folgenden Beispielen leicht erkennen.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 903. Wie gross ist die Gesamtsumme der Zinsen zu 4 % bis zum 30. Juli (Monat 30 Tage) von 5340,50 ℳ vom 15. Februar an, von 8750,36 ℳ vom

Auflösung. Man bestimme zunächst die Zinstage und sodann die Zinszahlen, welche

2. März an, von 238,75 ℳ vom 27. März an, von 5 040 ℳ vom 16. April an, von 3 948,80 ℳ vom 20. Mai an, von 5 777,25 ℳ vom 9. Juni an?

hier unverkürzt und verkürzt aufgeführt sind, addiere diese und dividiere die Summe durch den Divisor von 4 % nämlich 9 000.

Kapital und Verfallstag	Zinstage	Zinszahlen	Verkürzte Zinsz.
5 340,50 ℳ vom 15. Februar an . .	165	881 182	8 812
8 750,36 ℳ vom 2. März an . . .	148	1 295 053	12 951
238,75 ℳ vom 27. März an . . .	123	29 366	294
5 040,00 ℳ vom 16. April an . . .	104	524 160	5 242
3 948,80 ℳ vom 20. Mai an	70	276 416	2 764
5 777,25 ℳ vom 9. Juni an	51	294 639	2 946
	Summe der Zinszahlen:	3 300 816	33 009

Zinsen bei unverkürzten Zinszahlen:
3 300 816 : 9 000 = 3 300,816 : 9 = 366,76

Zinsen bei verkürzten Zinszahlen:
33 009 : 90 = 3 300,9 : 9 = 366,77

Es ergeben sich im 1. Falle 366,76 ℳ, im 2. Falle 366,77 ℳ Zinsen. Unterschied 1 ₰.

Aufgabe 904. Wieviel betragen die Gesamtzinsen folgender Kapitalien zu 5 % am 31. Dezember (Tage genau)?

Monat	Tag	Kapital	Tage	Unverkürzte Zinszahlen	Verkürzte Zinszahlen
Oktober	28.	2 469 ℳ	64	158 016	1 580
November	8.	4 680 ℳ	53	248 040	2 480
„	18.	896 ℳ	43	38 528	385
„	25.	3 475 ℳ	36	125 100	1 251
				569 684 : 7 200 = 79,12	5 696 : 72 = 79,11

Es ergeben sich 79,12 ℳ oder 79,11 ℳ, der Unterschied ist auch hier nur 1 ₰.

Aufgabe 905. A. legt in eine Sparkasse folgende Posten ein: Am 22. April 3 579 ℳ, am 9. Juni 1019 ℳ, am 18. Sept. 4586 ℳ, am 14. Okt. 319 ℳ und entnimmt am 30. Mai 599 ℳ, am 30. Juni 2 219 ℳ, am 9. Nov. 2 790 ℳ Wieviel hat er nebst den Zinsen zu 3 % am 30. Dezember zu fordern (Monat 30 Tage)?

Auflösung. Man berechne sowohl von den eingelegten Posten als von den entnommenen die Zinsen, addiere sie zu den Kapitalien und subtrahiere dann die beiden Summen.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

bis jetzt erschienenen Hefte

kan ... Buchhandlung bezogen werden.

H ... -heinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

... ner in Stuttgart

1219. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1218. — Seite 145—160

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung von Heft 1218. — Seite 145—160.

Inhalt:

Stuttgart 1893.

·rlag von Julius Maier.

..ändige Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann

Eingelegt					Entnommen				
Monat	Tag	Kapital	Tage	Zinszahlen	Monat	Tag	Kapital	Tage	Zinszahlen
April	22.	3 579 ℳ	248	887 592	Mai	30.	599 ℳ	210	125 790
Juni	9.	1 019 „	201	204 819	Juni	30.	2 219 „	180	399 420
September	18.	4 586 „	102	467 772	November	9.	2 790 „	51	142 290
Oktober	14.	319 „	76	14 244					
An Kapital		9 503 ℳ		1 574 427 : 12 000	An Kapital		5 608 ℳ		667 500 : 12 000
„ Zinsen		131,20 ℳ		1 574,427 : 12 = 131,20	„ Zinsen		55,63 ℳ		667,5 : 12 = 55,63
		9 634,20 ℳ					5 663,63 ℳ		
Entnommen		5 663,63 ℳ							

3 970,57 ℳ hat A. von der Sparkasse ultimo Dezember zu fordern.

Aufgabe 906. A. und B. rechnen am 31. Dezember mit einander ab. A. hat von B. zu forden 4 586 ℳ vom 18. Januar ab, 789 ℳ vom 13. April ab, 1 900 ℳ vom 24. August ab. B. hat von A. zu fordern 1 796 ℳ vom 21. Februar ab, 2 980 ℳ vom 14. Juni ab, 280 ℳ vom 19. Juli ab, 1 200 ℳ vom 25. Oktober ab. Von wem und wieviel ist bei Berechnug von 6 % Zinsen am 31. Dezember zu zahlen? (Tage genau, verkürzte Zinszahlen.)

Auflösung. Jeder Posten ist vom Fälligkeitstermine bis zum 31. Dezember zu verzinsen. A. hat also zu fordern ausser den drei Kapitalposten die Zinsen derselben bis zum 31. Dezember, während er an B. die vier Kapitalien nebst den aufgelaufenen Zinsen schuldet. Abschluss wie bei Aufgabe 905.

Forderung des A.					Forderung des B.				
Monat	Tag	Kapital	Tage	Zinszahlen	Monat	Tag	Kapital	Tage	Zinszahlen
Januar	18.	4 586 ℳ	347	15 913	Februar	21.	1 796 ℳ	313	5 621
April	13.	789 „	262	2 067	Juni	14.	2 980 „	200	5 960
August	24.	1 900 „	129	2 413	Juli	19.	280 „	165	462
					Oktober	25.	1 200 „	67	804
Kapitalsumme		7 275,00 ℳ		20 393 :	Kapitalsumme		6 256,00 ℳ		12 847 :
Zinsensumme		339,88 ℳ		60 = 339,88	Zinsensumme		214,11 ℳ		60 = 214,11
Zusammen		7 614,88 ℳ			Zusammen		6 470,11 ℳ		

A. hat von B. zu fordern 7 614,88 ℳ
A. schuldet an B. . . . 6 470,11 „
Also hat A. von B. zu erhalten 1 144,77 ℳ und zwar am 31. Dezember.

β) Ungelöste Aufgaben.

An[m]erkung 15. Bei Berechnung der Zinszahlen sind die Kapitalien bis auf die ganzen Mark in bekannter Weise abzurunden.

[A]ufgabe 907. Wie gross ist die Gesamtsumme der Zinsen zu 5 % am 1. Januar d. [J.] J. von folgenden Kapitalien: 680 ℳ vom 1. Mai ab, 530 ℳ vom 15. Juni ab, 950 ℳ vo[m] 1. August ab, 400 ℳ vom 15. September ab, 1 840 ℳ vom 1. Oktober ab und 70[0] ℳ vom 15. Dezember ab? (Zeit in Monaten).

Aufgabe 908. Wie gross ist die Gesamtsumme der Zinsen zu $4\frac{1}{2}$ % am Jahresabschluss von 537,50 ℳ vom 1. Juni an, 2840 ℳ vom 23. August an, 575 ℳ vom 28. August an, 820,75 ℳ vom 3. Oktober an und 318,40 ℳ vom 11. November an? (Monat zu 30 Tagen.)

Aufgabe 909. Welche Zinsensumme zu $3\frac{1}{3}$ % erhält man am 30. September von 516 ℳ fällig am 5. Februar, 208,60 ℳ fällig am 13. Mai, 324,70 ℳ fällig am 28. Mai, 400 ℳ fällig am 12. Juni, 266,50 ℳ fällig am 24. Juli und 832 ℳ fällig am 6. August? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 910. Wieviel Zinsen erhält man im ganzen zu 6 % bis zum 30. September von 1460 ℳ seit dem 11. Juli, 910 ℳ seit dem 22. Juli, 1610,60 ℳ seit dem 10. August, 1300 ℳ seit dem 13. August, 400 ℳ seit dem 29. August, 750 ℳ seit dem 11. September? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 911. Wie gross ist die Gesamtsumme der Zinsen zu 4 % von folgenden Posten bis zum 30. Dezember: 3. April 540 ℳ; 12. Mai 281,50 ℳ; 1. Juni 873,60 ℳ; 5. August 386 ℳ; 26. September 900 ℳ; 14. Oktober 1045 ℳ? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 912. Welche Zinsensumme ergeben zu $4\frac{1}{2}$ % bis zum 30. Juni 312,35 ℳ vom 1. Januar ab, 700 ℳ vom 3. Februar ab, 218,70 ℳ vom 12. Februar ab, 936,40 ℳ vom 24. März ab, 650 ℳ vom 8. April ab, 380 ℳ vom 2. Mai ab, 1412,80 ℳ vom 15. Mai ab, 150 ℳ vom 6. Juni ab? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 913. Wieviel Zinsen geben am 31. Dezember zu 4 % folgende Kapitalien: 764,50 ℳ vom 8. Juli an, 670 ℳ vom 1. August an, 965,75 ℳ vom 17. August an, 430 ℳ vom 2. November an? (Monate genau.)

Aufgabe 914. Wie gross ist die Zinsensumme zu $4\frac{1}{2}$ % am 31. Dezember von 1174,64 ℳ vom 1. Juli an, 379 ℳ vom 6. August an, 400 ℳ vom 27. September an, 350 ℳ vom 4. Dezember an? (Monate genau.)

Aufgabe 915. Berechne die Zinsensumme zu $4\frac{1}{2}$ % von folgenden Kapitalien bis zum 31. Dezember (Monate genau, Jahr 360 Tage): 728,40 fl h seit 12. Januar, 892,75 fl seit 3. Februar, 852,25 fl seit 8. März, 1200 fl seit 1. April, 928,60 fl seit 13. Mai, 1445,75 fl seit 15. Juni, 6341,80 fl seit 1. Juli, 250 fl seit 31. Juli, 1264,25 fl seit 5. August, 975 fl seit 28. September, 750 fl seit 9. Oktober, 1000 fl seit 25. Oktober, 837,50 fl seit 12. November, 912,50 fl seit 17. Dezember.

Aufgabe 916. M. legt in eine Sparkasse ein: Am 14. Januar 300 ℳ, am 10. Februar 500 ℳ, am 18. März 480 ℳ, am 12. August 170 ℳ und entnimmt am 20. Januar 800 ℳ, am 6. Februar 70 ℳ, am 28. März 110 ℳ und am 20. August 70 ℳ Wie gross ist bei Berechnung von 3 % Zinsen M's Forderung am Ende des Jahres an die Sparkasse? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 917. Abschluss eines Sparkassenbuches mit 3 % Zinsen am 30. Dezember: Eingelegt am 14. Januar 200 ℳ, am 10. März 300 ℳ, am 20. April 500 ℳ, am 4. Mai 800 ℳ, am 6. Juli 70 ℳ Entnommen am 18. Januar 140 ℳ, am 15. Februar 370 ℳ, am 19. März 60 ℳ, am 20. August 101,90 ℳ, am 4. Oktober 100 ℳ (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 918. Wie gestaltet sich der Abschluss eines Sparkassenbuches bei 4 % Zinsen am 30. Juni, wenn eingelegt wurden 3 200 ℳ am 14. Januar, 1 860 ℳ am 20. Februar, 2 400 ℳ am 15. März, 950 ℳ am 15. Mai und entnommen wurden 3 000 ℳ am 25. Januar, 2 000 ℳ am 25. Februar, 1 000 ℳ am 20. März und 1 200 ℳ am 18. Juni? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 919. Bei einer Sparkasse wurden eingezahlt am 2. Februar 700 ℳ, am 4. Mai 350 ℳ, am 16. Juni 270 ℳ, am 19. Juli 300 ℳ, am 24. September 500 ℳ und entnommen am 5. April 250 ℳ, am 15. Juni 100 ℳ, am 6. August 350 ℳ, am 10. Oktober 60 ℳ, am 1. Dezember 150 ℳ Wie gross ist bei Berechnung von $3\frac{1}{2}$ % Zinsen das Guthaben am 30. Dezember?

Aufgabe 920. Abschluss eines Sparkassenbuches zu $3\frac{1}{3}$ % am 30. Dezember. Eingezahlt am 3. Januar 370 ℳ, am 15. Mai 450 ℳ, am 24. Juni 260 ℳ, am 30. Juli 112,50 ℳ, am 13. August 500 ℳ, am 16. Oktober 180 ℳ, am 30. November 200 ℳ Entnommen am 1. Mai 200 ℳ, am 12. Juli 350 ℳ, am 17. August 175 ℳ, am 1. September 100 ℳ, am 2. Oktober 300 ℳ, am 3. Dezember 90 ℳ, am 15. Dezember 170 ℳ

Aufgabe 921. A. und B. rechnen am Ende des Jahres mit einander ab und zwar ist das Guthaben des A. am 3. März 542,25 ℳ, am 25. Juni 965,75 ℳ, am 6. September 700 ℳ; das des B. am 2. Februar 1 370,40 ℳ, am 1. August 258,64 ℳ, am 19. November 83,75 ℳ Wer hat herauszuzahlen und wieviel bei Berechnung von 4 % Zinsen? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 922. Abrechnung zwischen A. und B. am 30. Dezember zu 4 % (Monat 30 Tage,) Guthaben des A.: 736 ℳ vom 3. Juli, 812 ℳ vom 10. August, 520 ℳ vom 7. September, 300 ℳ vom 12. November, 978 ℳ vom 16. Dezember. Guthaben des B.: 350 ℳ vom 8. August, 786 ℳ vom 9. September, 150 ℳ vom 25. September, 1 000 ℳ vom 18. Oktober, 488 ℳ vom 22. November.

Aufgabe 923. Am 30. Juni rechnen A. und B. mit einander ab, sie rechnen den Monat zu 30 Tagen und vom Verfallstage ab 5 % Zinsen. Guthaben des A.: Januar 1. 1280 ℳ, Februar 5. 7 000 ℳ, März 12. 360,50 ℳ, März 18. 932,70 ℳ, April 25. 24 312 ℳ, Mai 13. 5 600 ℳ Guthaben des B: Januar 10. 2 000 ℳ, März 15. 10 500 ℳ, Mai 30. 18 960 ℳ, Juni 12. 3 400 ℳ, Juni 18. 1 463,80 ℳ, Juni 25. 780 ℳ

Aufgabe 924. Guthaben des A: 5. Januar 518 ℳ, 12. Februar 900 ℳ, 3. März 876,50 ℳ, 15. April 201,60 ℳ, 13. Juni 500 ℳ, 28. Juni 987,60 ℳ Guthaben des B.: 1. Januar 532,67 ℳ, 13. Januar 460 ℳ, 12. Februar 736,50 ℳ, 24. Februar 618 ℳ, 1. April 439 ℳ, 7. Mai 1 087,40 ℳ Wie gross ist das Guthaben des A. am 30. Juni bei 5 % Zinsen? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 925. A. und B. rechnen am 31. Dezember zu 4 % mit einander ab (Monate genau, Jahr 360 Tage). Wer hat ein Guthaben und wie gross ist es? Forderungen des A: 8. Juli 1 529 ℳ, 1. August 1 340 ℳ, 17. August 1 931,50 ℳ, 2. November 860 ℳ Forderungen des B.: 1. Juli 2 349,28 ℳ, 6. August 758 ℳ, 27. September 800 ℳ, 4. Dezember 700 ℳ

Aufgabe 926. A. und B. rechnen am 30. Juni in Paris zu 5 % ab (Tage genau). A. hat gut: 730 fs vom 2. März an, 2 750 fs vom 3. April an, 975 fs vom 12. Mai an, 1 345,50 fs vom 2. Juni an. B. hat gut: 500 fs vom 1. Februar an (28 Tage), 1 340 fs vom 13. März an, 1 000 fs vom 17. April an, 829,20 fs vom 1. Mai an. Wie gestaltet sich der Abschluss?

---

e) Ueber die Berechnung der Zinsen aus dem um die Zinsen vermehrten oder verminderten Kapitale.

Frage 65. Wie berechnet man aus dem um die Zinsen vermehrten oder verminderten Kapitale, dem Zinsfusse und der Zeit die Zinsen?

Antwort. Man berechnet zunächst, wie gross das Kapital 100 wird, wenn man es zu demselben Zinsfusse und in derselben Zeit verzinst und um diese Zinsen vermehrt oder vermindert. Sodann findet man durch einen Regeldetriansatz die gesuchte Lösung.

Es sei p der Zinsfuss, t die Zeit nach Monaten (siehe Erkl. 246) und S die gegebene Summe des Kapitals und der Zinsen, dann bringen 100 Einheiten

$$\frac{p\,t \cdot 100}{1\,200} = \frac{p\,t}{12} \text{ Einheiten Zinsen,}$$

und das vermehrte Kapital ist:

$$100 + \frac{p\,t}{12}$$

Also hat man:

vermehrtes Kapital	Zinsen
$100 + \frac{p\,t}{12}$	$\frac{p\,t}{12}$
S	x

woraus folgt:

$$x = \frac{S\,p\,t}{12} : \left(100 + \frac{p\,t}{12}\right)$$

oder:

$$8) \ldots x = \frac{S\,p\,t}{1\,200 + p\,t} \text{ (siehe Erkl. 247).}$$

Ist das verminderte Kapital D (Differenz von Kapital und Zinsen) gegeben, so ist die Ableitung ähnlich. Man erhält:

Vermindertes Kapital	Zinsen
$100 - \frac{p\,t}{12}$	$\frac{p\,t}{12}$
D	x

und hieraus:

$$x = \frac{D\,p\,t}{12} : \left(100 - \frac{p\,t}{12}\right)$$

oder:

$$9) \ldots x = \frac{D\,p\,t}{1\,200 - p\,t}$$

(Siehe Erkl. 248.)

Erkl. 246. Ist die Zeit nach Jahren gegeben, so tritt 1 an Stelle von 12 und bei Tagen 360 oder 365.

Erkl. 247. Setzt man den Divisor in den Nenner, so kommt:

$$x = \frac{S\,p\,t}{12\left(100 + \frac{p\,t}{12}\right)}$$

und nach Ausführung der Multiplikation im Nenner:

$$x = \frac{S\,p\,t}{1200 + p\,t}$$

Erkl. 248. In Worten heissen die Formeln 8) und 9): Man multipliziere das gegebene vermehrte oder verminderte Kapital mit dem Zinsfusse und der Anzahl der Monate und dividiere dieses Produkt durch 1200 vermehrt oder vermindert um Zinsfuss mal Anzahl der Monate.

Ist die Zeit in Jahren gegeben, so heissen die Formeln:

$$8a) \ldots x = \frac{S\,p\,t}{100 + p\,t}$$

$$9a) \ldots x = \frac{D\,p\,t}{100 - p\,t}$$

und für Tage:

$$8b) \ldots x = \frac{S\,p\,t}{36\,000 + p\,t}$$

$$9b) \ldots x = \frac{D\,p\,t}{36\,000 - p\,t}$$

Die Ausrechnung kann nun schrittweise, wie es bei der Ableitung der Formeln geschehen ist, erfolgen oder am bequemsten gleich mit Benutzung derselben.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 927. Wieviel betragen die 4 % Zinsen für 252 Tage, wenn das Kapital samt den Zinsen 359,80 ℳ ausmacht?

Auflösung. a) Schrittweise [b) siehe Erkl. 249] 100 ℳ bringen zu 4 % in 252 Tagen:

$$\frac{100 \cdot 4 \cdot 252}{36\,000} ℳ = \frac{252}{90} ℳ = 2{,}80 ℳ \text{ Zinsen.}$$

Also wachsen sie auf (100 + 2,8 ℳ = 102,80 ℳ an, woraus sich der Ansatz ergiebt:

Vermehrtes Kapital	Zinsen
102,8	2,8
359,8	x

$$x = \frac{359{,}8 \cdot 2{,}8}{102{,}8} ℳ = 9{,}80 ℳ$$

Erkl. 249. Auflösung nach der Formel 8b). Es ist p = 4, t = 252 und S = 359,8. Dies in die Formel eingesetzt, ergiebt:

$$x = \frac{359{,}8 \cdot 4 \cdot 252}{36\,000 + 4 \cdot 252} = \frac{359{,}8 \cdot 4 \cdot 252}{37\,008}$$
$$= \frac{359{,}8 \cdot 252}{9\,252} = \frac{359{,}8 \cdot 28}{1\,028} = 9{,}8$$

wie bei Auflösung a).

Aufgabe 928. Vermindert man ein Kapital um seine Zinsen zu 3 % in 1 Jahre 9 Monaten, so erhält man 483,22 ℳ. Wieviel Zinsen hatten sich ergeben?

Auflösung. a) Schrittweise [b) s. Erkl. 250] 100 ℳ bringen zu 3 % in $1\frac{3}{4}$ Jahren:

$$3 \cdot 1\frac{3}{4} ℳ = 5{,}25 ℳ \text{ Zinsen.}$$

Also ist das um die Zinsen verminderte Kapital:

$$(100 - 5{,}25) ℳ = 94{,}75 ℳ$$

Vermindertes Kapital	Zinsen
94,75	5,25
483,22	x

$$x = \frac{483{,}22 \cdot 5{,}25}{94{,}75} = \frac{483{,}22 \cdot 21}{379}$$
$$= 26{,}78$$

Die Zinsen betragen 26,78 ℳ.

Erkl. 250. b) Auflösung nach der Formel 9a). Setzt man in die Formel D = 483,22, p = 3, $t = 1\frac{3}{4}$, so erhält man:

$$x = \frac{483{,}22 \cdot 3 \cdot 7}{4\left(100 - 3 \cdot \frac{7}{4}\right)} = \frac{483{,}22 \cdot 3 \cdot 7}{400 - 21}$$
$$= \frac{483{,}22 \cdot 21}{379}$$
$$= \frac{10\,147{,}62}{379}$$
$$= 26{,}78 ℳ$$

wie bei Auflösung a).

Aufgabe 929. An Kapital und Zinsen erhält man nach 4 Monaten zu $3\frac{1}{4}$ % 328,52 ℳ zurück. Wieviel Zinsen waren bezahlt worden?

Auflösung durch Formel 8). Es ist:

$$S = 328{,}52, \quad p = 3\frac{1}{4}, \quad t = 4$$

also wird die Formel:

$$x = \frac{328{,}52 \cdot 13}{(1\,200 + 13)} = \frac{4\,270{,}76}{1\,213}$$
$$= 3{,}52$$

Es waren 3,52 ℳ Zinsen bezahlt worden, das Kapital betrug also:

(328,52 — 3,52) ℳ = 325 ℳ (siehe Erkl. 251).

Erkl. 251. Als Probe berechnen wir die Zinsen von 325 ℳ zu $3\frac{1}{4}$ % auf 4 Monate, wobei sich 3,52 ℳ ergeben müssen, falls die Rechnung richtig ist.

Man erhält:

$$z = \frac{325 \cdot 13}{1\,200} = \frac{42{,}25}{12} = 3{,}52$$

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 930. An Kapital und Zinsen erhielt man zu 5 % nach 2 Jahren 6 Monaten 1 440,68 ℳ zurück. Wie gross waren die Zinsen?

Aufgabe 931. An Kapital und Zinsen erhielt man zu 4 % nach 2 Jahren 4 050 ℳ zurück. Wie gross waren die Zinsen?

Aufgabe 932. An Kapital und Zinsen erhielt man zu $6\frac{2}{3}$ % nach 9 Monaten 4 867,28 ℳ zurück. Wie gross waren die Zinsen?

Aufgabe 933. An Kapital und Zinsen erhielt man zu 5 % nach $3\frac{1}{2}$ Monaten 2 159,74 fs zurück. Wie gross waren die Zinsen?

Aufgabe 934. An Kapital und Zinsen erhielt man zu 3 % nach 126 Tagen 2 536,86 fs zurück. Wie gross waren die Zinsen?

Aufgabe 935. An Kapital und Zinsen erhielt man zu 5,5 % nach 75 Tagen 925,89 fs zurück. Wie gross waren die Zinsen?

Aufgabe 936. Das um die Zinsen zu 6 % auf 1 Jahr verminderte Kapital ist 1 253,35 fl. Wieviel Zinsen waren abgezogen worden?

Aufgabe 937. Das um die Zinsen zu 4 % auf 2 Jahre 3 Monate verminderte Kapital ist 796,25 fl. Wieviel Zinsen waren abgezogen worden?

Aufgabe 938. Das um die Zinsen zu 8 % auf 5 Monate verminderte Kapital ist 1 981,67 fl. Wieviel Zinsen waren abgezogen worden?

Aufgabe 939. Das um die Zinsen zu $3\frac{3}{4}$ % auf 8 Monate verminderte Kapital ist 1 525,87 £. Wieviel Zinsen waren abgezogen worden?

Aufgabe 940. Das um die Zinsen zu $4\frac{1}{2}$ % auf 64 Tage verminderte Kapital ist 1 738,60 Rb. Wieviel Zinsen waren abgezogen worden?

Aufgabe 941. Das um die Zinsen zu 7,5 % auf 48 Tage verminderte Kapital ist 1 098,90 $. Wieviel Zinsen waren abgezogen worden?

Aufgabe 942. Wieviel betrugen die Zinsen, wenn für ein zu 3 % vom 13. Oktober 1892 bis 23. Mai 1893 ausgeliehenes Kapital 1 588,60 fl h an Kapital und Zinsen zurückgezahlt wurden?

3) Ueber die Berechnung des Kapitals (K).

a) Ueber die Berechnung des Kapitals aus Zinsen, Zinsfuss und Zeit.

Frage 66. Wie gross ist das Kapital, welches zu p % nach t Tagen Z Mark Zinsen bringt?

Antwort. Mit Benutzung des vollständigen Erklärungssatzes von p % erhält man folgenden Ansatz, der vermittelst der zusammengesetzten Schlussrechnung zu lösen ist:

Erkl. 252. Ist die Zeit in Monaten gegeben, so tritt an Stelle von 36 000 die Zahl 1 200 und bei Jahren 100. Also gilt

für Monate:

$$10a) \ldots K = \frac{1\,200 \cdot Z}{p\,t}$$

für Jahre:

$$10b) \ldots K = \frac{100 \cdot Z}{p\,t}$$

Wird das Jahr zu 365 Tagen gerechnet, so ist selbstverständlich 36500 für 36000 zu setzen.

Erkl. 253. Eine weitere Ableitung der Formel 10) ergiebt folgende Ueberlegung:

Für Berechnung der Zinsen gilt [No. 48c) des Formelverzeichnisses]:

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{36\,000}$$

Multipliziert man beiderseits mit 36 000 und vertauscht rechts und links, so kommt:

$$K\,p\,t = 36\,000 \cdot Z$$

Hier wird jede Seite durch p t dividiert, wodurch man den verlangten Ausdruck

$$K = \frac{36\,000 \cdot Z}{p \cdot t}$$

erhält. Er bestätigt, dass das Kapital mit den Zinsen in geradem, mit dem Zinsfusse und der Zeit aber in umgekehrtem Verhältnisse steht.

Kapital	Zinsen	Zeit
100	p	360
K = x	Z	t

a) Gelöst durch Einheitsschluss:

100	p	360
$\frac{100}{p}$	1	360
$\frac{100 \cdot Z}{p}$	Z	360
$\frac{100 \cdot Z \cdot 360}{p}$	Z	1
$\frac{100 \cdot Z \cdot 360}{p\,t}$	Z	1

b) Gelöst durch Anwendung der Figur:

umgekehrtes Verhältnis
gerades
Kap. Zins. Zeit
100 p 360
K=x Z t

In beiden Fällen ergiebt sich:

$$10) \ldots x = \frac{Z \cdot 36\,000}{p\,t} \quad \text{(s. Erkl. 252).}$$

In Worten: Das Kapital ist gleich den Zinsen mal 36000 (oder 1 200 oder 100) dividiert durch Zinsfuss mal Anzahl der Tage (oder Monate oder Jahre) siehe Erkl. 253.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 943. Wie heisst das Kapital, welches zu $3\frac{1}{2}$ % in $4\frac{3}{4}$ Jahren 800,54 ℳ Zinsen bringt?

Erkl. 254. Der Ansatz nebst der Figur ist:

Kap. Zins. Zeit
100 7/2 1
x 800,54 19/4

also: $x = \frac{800{,}54 \cdot 100 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 4}{7 \cdot 19} = 4\,815{,}28$

Auflösung nach der Formel 10b). Man hat in die Formel einzusetzen:

$$Z = 800{,}54, \quad p = 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}, \quad t = 4\frac{3}{4} = \frac{19}{4}$$

und erhält:

$$K = \frac{800{,}54 \cdot 100 \cdot 2 \cdot 4}{7 \cdot 19} = \frac{640\,432}{133} = 4\,815{,}28$$

Das Kapital ist 4 815,28 ℳ (s. Erkl. 254).

Aufgabe 944. Welches Kapital hat zu 4 % nach 7 Monaten 22,59 ℳ Zinsen ergeben?

Erkl. 255. Vor dem Ausrechnen ist der Bruch nach Möglichkeit zu kürzen.

Auflösung nach Formel 10a). Es ist $Z = 22{,}59$, $p = 4$, $t = 7$ also:

$$K = \frac{22{,}59 \cdot 1\,200}{4 \cdot 7} ℳ = \frac{2\,259 \cdot 3}{7} ℳ$$
$$= 968{,}13 ℳ \text{ (siehe Erkl. 255).}$$

Aufgabe 945. Von welchem Kapitale erhielt man vom 12. Oktober bis 28. November zu $4\frac{1}{2}$ % 92 ℳ Zinsen? (Monat 30 Tage.)

Erkl. 256. Vom 12. Oktober bis 12. November sind . . . . 30 Tage
vom 12. bis 28. November sind . . 16 „
zusammen 46 Tage

Auflösung. Setzt man die entsprechenden Werte (s. Erkl. 256) in die Formel 10) ein, so kommt:

$$K = \frac{92 \cdot 36\,000 \cdot 2}{9 \cdot 46} = 4 \cdot 4\,000$$

Das Kapital ist 16 000 ℳ

Aufgabe 946. Ein Kapital brachte bei genauer Berechnung der Tage und des Jahres zu 365 Tagen zu $5\frac{1}{2}$ % vom 13. Februar bis 1. Mai £ 19·17·6 Zinsen. Wie gross war dasselbe?

Erkl. 257. Nach der Fristenberechnungstabelle ist

der 1. Mai der 121. Tag
„ 13. Februar „ 44. „
alto t = 77 Tage.

Auflösung. Hier ist $p = \frac{11}{2}$, $t = 77$ (siehe Erkl. 257), $Z = 397{,}5$ sh, somit erhält man:

$$K = \frac{36\,500\,Z}{p \cdot t} = \frac{36\,500 \cdot 397{,}5 \cdot 2}{11 \cdot 77} \text{ sh}$$
$$= \frac{73\,000 \cdot 397{,}5}{847} \text{ sh}$$
$$= 34\,259{,}2 \text{ sh} = £\ 1\,712 \cdot 19 \cdot 2$$

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 947. Welches Kapital bringt in 3 Jahren zu 4 % 84 ℳ Zinsen?

Aufgabe 948. Welches Kapital bringt in 4 Jahren zu 5 % 1 600 ℳ Zinsen?

Aufgabe 949. Welches Kapital bringt in 11 Jahren zu 6 % 627 ℳ Zinsen?

Aufgabe 950. Welches Kapital bringt in 5 Jahren zu 3 % 57 ℳ Zinsen?

Aufgabe 951. Welches Kapital bringt in $2\frac{2}{5}$ Jahren zu $2\frac{1}{2}$ % $19\frac{1}{2}$ ℳ Zinsen?

Aufgabe 952. Welches Kapital bringt in 4 Jahren zu $3\frac{1}{2}$ % 122,50 ℳ Zinsen?

Aufgabe 953. Welches Kapital bringt in 7 Monaten zu $3\frac{3}{4}$ % 28 ℳ Zinsen?

Aufgabe 954. Welches Kapital bringt in 3 Monaten zu $4\frac{1}{2}$ % 48,60 ℳ Zinsen?

Aufgabe 955. Welches Kapital bringt in 8 Monaten zu $5\frac{1}{2}$ % 12,10 ℳ Zinsen?

Aufgabe 956. Welches Kapital bringt in 9 Monaten zu 3,25 % 23,40 ℳ Zinsen?

Aufgabe 957. Welches Kapital bringt in 10 Monaten zu 4,2 % 18,76 ℳ Zinsen?

Aufgabe 958. Welches Kapital bringt in 4 Monaten zu $3\frac{2}{3}$ % 11,33 ℳ Zinsen?

Aufgabe 959. Welches Kapital bringt in 8 Monaten zu 6 % 33,50 ℳ Zinsen?

Aufgabe 960. Welches Kapital bringt in 288 Tagen zu 5 % 29,15 ℳ Zinsen?

Aufgabe 961. Welches Kapital bringt in 200 Tagen zu 4 % 15 ₰ Zinsen?

Aufgabe 962. Welches Kapital bringt in 300 Tagen zu 3 % 24 ₰ Zinsen?

Aufgabe 963. Welches Kapital bringt in 117 Tagen zu 5,5 % 157,30 ℳ Zinsen?

Aufgabe 964. Welches Kapital bringt in 235 Tagen zu 5,4 % 98,70 ℳ Zinsen?

Aufgabe 965. Welches Kapital bringt in 54 Tagen zu 5 % 12,90 ℳ Zinsen?

Aufgabe 966. Welches Kapital bringt in 108 Tagen zu 4 % 30,06 ℳ Zinsen?

Aufgabe 967. Welches Kapital bringt in 1 Jahre zu $3\frac{1}{2}$ % £ 95·13·4 Zinsen?

Aufgabe 968. Welches Kapital bringt vom 2. August bis 15. September zu 3 % £ 1·12·7 Zinsen?

Aufgabe 969. Welches Kapital bringt vom 20. Dezember bis 8. Januar zu $2\frac{1}{2}$ % £ 2·7·6 Zinsen?

Aufgabe 970. Eine Obstpflanzung brachte einen jährlichen Nutzen von 187 ℳ. Welchem Kapitale ist diese Besitzung bei 4 % Zinsen gleich zu achten?

Aufgabe 971. Der Reinertrag eines Grundstücks beträgt jährlich im Durchschnitt 1245,50 ℳ. Wieviel ist dasselbe bei Berechnung von 4 % wert?

Aufgabe 972. Ein Haus bringt vierteljährlich 840 ℳ Miete ein. Zu welchem Preise darf man es verkaufen, wenn sich das Kapital mit 6 % verzinsen soll?

Aufgabe 973. Es soll eine Anstalt gegründet werden, zu deren Unterhaltung jährlich 16 200 ℳ erforderlich sind. Das bereits vorhandene Grundkapital beträgt 276 000 ℳ. Wieviel Kapital muss noch aufgebracht werden, damit von den 5 % Zinsen die Anstalt unterhalten werden kann?

Aufgabe 974. Auf einem Besitztume haften jährlich 315 ℳ Abgaben. Welches Kapital müsste man bei Berechnung von 4 % dem zum Empfange der Abgaben Berechtigten zahlen, um diese abzulösen?

Aufgabe 975. Ein Haus brachte jährlich 1925 ℳ Mietzins ein. Welchen Wert hat dasselbe, wenn für Reparaturen 4 % vom Ertrage abzuschreiben sind und der Zinsfuss zu 5 % angenommen wird?

Aufgabe 976. Ein Staat zahlt halbjährlich an Zinsen zu $4\frac{1}{2}$ % für seine Schuld 337 500 ℳ. Wie hoch beläuft sich die Staatsschuld?

Aufgabe 977. Wie gross ist das Vermögen eines Kapitalisten, der täglich 11,40 ℳ Zinsen bezieht, wenn sein Geld durchschnittlich zu 4,75 % verzinst wird? (Jahr 365 Tage.)

Aufgabe 978. Die reichen Fugger hatten eine Stiftung hinterlassen, aus welcher 76 Arme unterhalten und für jeden derselben jährlich die Summe von 62,50 fl verwendet werden sollte. Wenn nun genanntes Kapital zu 4,75 % ausgeliehen war, wie hoch belief es sich?

Aufgabe 979. Durch verständige Bewirtschaftung eines Gutes hat sich der Reinertrag desselben von $7\frac{1}{2}$ % auf 10 % gehoben und gewährte dadurch eine Mehreinnahme von 437,50 ℳ. Welches ist der Kapitalwert des genannten Gutes?

---

b) Ueber die Berechnung des um die Zinsen vermehrten Kapitals.

Frage 67. Wie berechnet man das um die Zinsen vermehrte Kapital?

Antwort. Man berechne zunächst die Zinsen und addiere sie zum gegebenen Kapital.

Als Formel würde man erhalten:

$$11) \ldots K + Z = \frac{K}{100}(100 + p\,t)$$

siehe Erkl. 257a, jedoch ist die in der Regel angegebene Berechnung einfacher, als die nach der Formel, da die Berechnung der Zinsen sehr viele Vorteile zulässt.

Erkl. 257a. Kapital und Zinsen ergeben:

$$K + Z = K + \frac{K\,p\,t}{100}$$

Bringt man dies auf denselben Nenner und setzt $\frac{K}{100}$ vor eine Klammer, so erhält man die nebenstehende Formel 11).

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 980. A. borgt am 1. August 570 ℳ zu 4 %. Wieviel hat er am 12. Februar einschliesslich der Zinsen zurückzuzahlen?

Auflösung. Vom 1. August bis 1. Februar sind 6 Monate = 180 Tage, vom 1. bis 12. Februar sind 11 Tage, im ganzen 191 Tage. Die Zinsen von 570 ℳ zu 4 % in 191 Tagen sind

(570 · 191 : 9 000) ℳ	=	12,10 ℳ
Dazu das Kapital	=	570,00 „
Also ist die Schuld	=	582,10 ℳ

Erkl. 258. Nach Formel 11) hat man zu berechnen:

$$x = \frac{570}{36\,000}(36\,000 + 4 \cdot 191) = \frac{19}{1\,200} \cdot 36\,764$$

$$= \frac{19}{300} \cdot 9\,191 = 582{,}10$$

Aufgabe 981. Ein Kaufmann hatte am 3. Mai für einen Warenposten 387,50 ℳ zu zahlen. Die Zahlung erfolgte aber unter Berechnung von $\frac{1}{2}$ % monatlichen Verzugszinsen (siehe Erkl. 259) $3\frac{1}{2}$ Monate später. Wie gross war die Schuld geworden?

Auflösung. $\frac{1}{2}$ % für 1 Monat oder 6 % fürs Jahr sind $\frac{7}{4}$ % für $3\frac{1}{2}$ Monate. Der Kaufmann hat somit an Zinsen zu bezahlen:

Erkl. 259. Verzugszinsen auch Supporto (ital.) sind die Zinsen, welche berechnet werden, wenn ein fälliger Schuldposten später als zur festgesetzten Zeit bezahlt wird. Nach Art. 287 des allgemeinen deutschen Handels-Gesetzbuches ist die Höhe der Verzugszinsen auf 6 % festgesetzt.

$\frac{387{,}5 \cdot 7}{400}$ ℳ = 6,78 ℳ
an Kapital 387,50 „
im ganzen 394,28 ℳ fällig am 18. August.

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 982. Zu welcher Summe wachsen 8 900 ℳ durch einfache Zinsen zu 4 % in 5 Jahren an?

Aufgabe 983. Wieviel ist für 375 ℳ nebst den einfachen Zinsen zu $3\frac{1}{2}$ % nach $2\frac{1}{3}$ Jahren zu zahlen?

Aufgabe 984. Zu welcher Summe wachsen a) 734 ℳ durch einfache Zinsen zu $3\frac{1}{3}$ % in 5 Jahren 5 Monaten an, b) 9 500 ℳ zu $5\frac{1}{2}$ % in 4 Jahren?

Aufgabe 985. A. schuldet 578,50 ℳ; wieviel beträgt die Schuld zu 4,5 % nach 5 Monaten?

Aufgabe 986. Wieviel hat B. für eine Schuld von 4 780 ℳ mit den Zinsen zu 5 % nach 48 Tagen zu zahlen?

Aufgabe 987. Was betragen 1 480 ℳ zu 5 % nach 6 Monaten an Kapital und Zinsen?

Aufgabe 988. Welchen Wert haben 980 Cor an Kapital nebst Zinsen zu 5 % auf 186 Tage?

Aufgabe 989. Wieviel betragen an Kapital und Zinsen nach 72 Tagrn 1 450 fs zu 4 % ausgeliehen?

Aufgabe 990. Welche Summe ist für eine am 13. Oktober fällig gewesene Forderung von 912 ℳ a) am 21. Dezember, b) am 18. Januar d. n. Jahres zu zahlen, wenn 6 % Verzugszinsen berechnet werden?

c) Ueber die Berechnung des Kapitals aus dem um die Zinsen vermehrten oder verminderten Kapitale.

Frage 68. Wie findet man das reine Kapital aus dem um die Zinsen vermehrten oder verminderten Kapitale? (Siehe Erkl. 260.)

Antwort. a) Man berechne nach Abschnitt 2 e) zunächst die Zinsen und subtrahiere sie vom vermehrten oder addiere sie zum verminderten Kapitale (siehe Aufgabe 991).

b) 100 Einheiten bringen zu p % nach t Monaten $\frac{p\,t}{12}$ Einheiten Zinsen, wachsen also an auf:

$$100 + \frac{p\,t}{12} = \frac{1200 + p\,t}{12}$$

Erkl. 260. Das um die Zinsen verminderte Kapital kommt dann in Betracht, wenn die Zinsen nicht, wie es eigentlich zu geschehen hätte, am Ende des Jahres oder des in Betracht kommenden Zeitraumes bezahlt werden, sondern im voraus entrichtet werden, wie es hin und wieder vorkommt. In diesem Falle wird

streng genommen ein höherer Zinsfuss als der bedungene ist, erhoben (siehe Abschnitt 5b).

Sehr häufig hat man es mit dem um die Zinsen verminderten oder vermehrten Kapitale in der Diskontrechnung und weiterhin in der Wechselrechnung zu thun.

Nun gilt, wenn S das gegebene vermehrte Kapital ist:

reines Kapital	vermehrtes Kapital
100	$\frac{1200+pt}{12}$
$x = K$	S

woraus folgt:

$$12) \ldots K = \frac{S \cdot 1200}{1200 + pt}$$

Ist das verminderte Kapital D gegeben, so ist die Ableitung ähnlich und man findet:

$$13) \ldots K = \frac{D \cdot 1200}{1200 - pt}$$

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 991. Jemand hat auf seinem Grundstücke eine Hypothek stehen. Diese Schuld ist mit den vierjährigen Zinsen zu $4\frac{1}{2}$ % auf 4012 ℳ gestiegen. Welche Hypothek (siehe Erkl. 261) lastet auf seinem Besitztume?

Erkl. 261. Hypothek, Unterpfand, Pfandrecht, nennt man das Recht Jemandes, welches er an einem bestimmten, unbeweglichen Eigentume eines andern ohne Besitzübertragung hat, zu dem Zwecke, die Befriedigung für seine Forderung an den andern aus dem Verkaufe dieses Eigentumes und der Innebehaltung des Kaufpreises bis zur Höhe seiner Forderung für sich zu erlangen. Die Bestellung einer Hypothek erfolgt durch eine öffentliche Behörde durch Eintragung in das sogenannte Hypothekenbuch. Auf eine und dieselbe Sache können mehrere Hypotheken (1. 2. 3. Hypothek) eineingetragen werden, welche sich nach der Zeit des Eintrags ordnen. Jede folgende Hypothek begründet nun das Recht auf den Teil des Kaufpreises, der durch Befriedigung des Vorgläubigers noch übrig ist.

Auflösung. 100 ℳ bringen zu 4 % in $4\frac{1}{2}$ Jahren 18 ℳ Zinsen, wachsen also auf 118 ℳ an.

Auf 118 ℳ kommen 18 ℳ Zinsen
„ 4012 „ „ x „ „

$$x = \frac{4012 \cdot 18}{118} ℳ = 612 ℳ$$

Kapital + Zinsen	= 4012	„
Zinsen	= 612	„
Kapital . . .	= 3400	ℳ

Man kann aber auch sofort das reine Kapital durch folgenden Ansatz finden:

vermehrtes	reines Kapital
118	100
4012	x

woraus folgt:

$$x = \frac{4012 \cdot 100}{118} ℳ = 3400 ℳ$$

Die Anwendung der Formel 12), in welche 100 für 1200 zu setzen ist, da die Zeit in Jahren angegeben ist, giebt dasselbe.

Aufgabe 992. Welches Kapital wurde nach 124 Tagen mit $4\frac{1}{4}$ % Zinsen mit £ 764·17·9 zurückgezahlt?

Erkl. 262. Da die Zeit in Tagen gegeben ist und in England das Jahr zu 365 Tagen gerechnet wird, so ist 36500 für 1200 in die Formel einzusetzen.

Auflösung nach Formel 12). Es ist: $S = £\ 764 \cdot 17 \cdot 9 = £\ 764{,}8875$, $t = 124$ und $p = \frac{17}{4}$. Man erhält:

$$K = \frac{764{,}8875 \cdot 36500}{36500 + 31 \cdot 17} £ \text{ (siehe Erkl. 262)}$$
$$= \frac{27918393{,}75}{37027} £ = £\ 754 \cdot - \cdot -$$

Aufgabe 993. Von einem Kapitale, welches zu 5 % auf $8\frac{1}{2}$ Monate verborgt werden sollte, wurden die Zinsen im voraus abgezogen, so dass der Schuldner nur 3 032,65 ℳ erhielt. Wie gross war das Kapital?

Erkl. 263. In Formel 13) hat man zur Berechnung von K einzusetzen D = 3 032,65, p = 5, $t = 8\frac{1}{2}$, dies giebt:

$$K = \frac{3\,032{,}65 \cdot 1\,200}{1\,200 - \frac{5 \cdot 17}{2}} = \frac{3\,032{,}65 \cdot 2\,400}{2\,400 - 85}$$

$$= \frac{3\,032{,}65 \cdot 2\,400}{2\,315} = 3\,144$$

Auflösung. 100 ℳ bringen zu 5 % in $8\frac{1}{2}$ Monaten $3\frac{13}{24}$ ℳ Zinsen. Das verminderte Kapital ist somit:

$$\left(100 - 3\frac{13}{24}\right) ℳ = 96\frac{11}{24} ℳ = \frac{2\,315}{24} ℳ$$

vermindertes Kap.	reines Kap.
$\frac{2\,315}{24}$	100
3 032,65	x

$$x = \frac{3\,032{,}65 \cdot 100 \cdot 24}{2\,315} = 3\,144$$

das Kapital war 3 144 ℳ (siehe Erkl. 263).

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 994. An Kapital und Zinsen zu 4,5 % werden nach 1 Jahre 13 167 ℳ zurückgezahlt. Wie gross war das ausgeliehene Kapital?

Aufgabe 995. Nach 4 Jahren wurden für ein zu 5 % geliehenes Kapital im ganzen 4 860 Cor zurückgezahlt. Welches Kapital war ausgeliehen worden?

Aufgabe 996. A. setzte ein Kapital zu $5\frac{1}{2}$ % aus und erhielt nach 2 Jahren 6 Monaten an Kapital und Zinsen 4 550 fs zurück. Wie gross war das Kapital?

Aufgabe 997. B. hatte zu 4,5 % eine gewisse Summe auf 1 Jahr und 3 Monate geborgt. Nach 1 Jahre bezahlte er die fälligen Zinsen und 3 Monate danach an Kapital und Rest der Zinsen 1 618 ℳ. Wieviel Mark hatte B. geliehen?

Aufgabe 998. Ein Kapital hatte 3 Jahre 4 Monate lang zu 3,5 % auf Zinsen gestanden und wurde dann nebst den Zinsen im Betrage von 10 887,50 ℳ zurückgezahlt. Wie gross war es?

Aufgabe 999. A. erhielt nach 66 Tagen an Kapital und Zinsen zu 4 % 755 ℳ zurück. Wie gross war das ausgeliehene Kapital?

Aufgabe 1000. Ein Kapital wurde am 3. Januar zu $4\frac{1}{2}$ % ausgeliehen und einschliesslich der Zinsen am 23. November mit 5 616 Rb zurückgezahlt. Wie gross war das Kapital?

Aufgabe 1001. Wie gross war das ursprüngliche Kapital, welches auf 5 Monate 12 Tage zu 4 % ausgeliehen, mit 2 595,90 ℳ an Kapital und Zinsen zurückgezahlt wurde?

Aufgabe 1002. Am 12. Mai wurde in London ein Kapital zu 3 % ausgeliehen und am 24. Juli einschliesslich der Zinsen mit £ 845 · — · 9,6 zurückgezahlt. Wie gross war das verliehene Kapital?

Aufgabe 1003. Wie gross war das Kapital, welches in London am 3. Juli zu 6% geliehen und am 11. September mit a) 2 953 £ 12 sh, b) 2 215 £ 4 sh einschliesslich der Zinsen zurückgezahlt wurde?

Aufgabe 1004. Ein Kapital wurde zu 6 % auf 4 Monate ausgeliehen, jedoch wurden die Zinsen gleich abgezogen, so dass nur 3 720 fs auszuzahlen waren. Welches Kapital war geborgt worden?

Aufgabe 1005. Welches Kapital muss zu 5 % 94 Tage lang geborgt werden, wenn man bei sofortigem Abzug der Zinsen nur 885,29 ℳ erhält?

4) Ueber die Berechnung der Zeit (t).

Frage 69. Wie berechnet man die Zeit t aus Kapital K, Zinsfuss p und Zinsen Z?

Antwort. Der Ansatz lautet:

Kapital	Zinsen	Zeit in Monaten
100	p	12
K	Z	x

a) Gelöst durch Einheitsschluss:

100	p	12
1	p	1 200
K	p	$\frac{1200}{K}$
K	1	$\frac{1200}{Kp}$
K	Z	$\frac{1200 \cdot Z}{K \cdot p}$

b) Gelöst durch Anwendung der Figur:

umgekehrtes Verhältnis

gerad. Verh.

Kapital	Zins	Monate
100	p	12
K	Z	t=x

In beiden Fällen ergiebt sich:

$$14) \ldots t = \frac{1200 \cdot Z}{K \cdot p} \text{ (siehe Erkl. 264).}$$

In Worten: Die Anzahl der Jahre (Monate, Tage), während deren ein Kapital ausgeliehen ist, wird gefunden, indem man die Zinsen mit 100 (1200, 36000) multipliziert und durch das Produkt aus Kapital und Zinsfuss dividiert (siehe Erkl. 265).

Erkl. 264. Soll die Zeit nach Jahren gefunden werden, so tritt in der Ableitung an Stelle von 12 die Zahl 1 und bei Tagen die Zahl 360 oder 365. Man erhält dann:

$$14a) \ldots t = \frac{100 \cdot Z}{K \cdot p} \text{ Jahre}$$

$$14b) \ldots t = \frac{36\,000\, Z}{K \cdot p} \text{ Tage.}$$

Erkl. 265. Geht man von der Formel für die Zinsen:

$$Z = \frac{K p t}{100}$$

aus, multipliziert beiderseits mit 100, was:

$$100 \cdot Z = K \cdot p \cdot t$$

ergiebt, und dividiert durch K·p, so erhält man ebenfalls:

$$t = \frac{100 \cdot Z}{K \cdot p} \text{ Jahre.}$$

Die Formel zeigt, dass:

Zeit und Zinsen in geradem
Zeit und Kapital in umgekehrtem
Zeit und Zinsfuss in umgekehrtem
Verhältnisse stehen.

Frage 70. Wie berechnet man die Zeit aus dem Kapitale K, dem Zinsfusse p und dem vermehrten Kapitale S?

Erkl. 266. Die Formel wird mit Benutzung der Abkürzungen:

$$t = \frac{100\,(S - K)}{p \cdot K} \text{ Jahre.}$$

Antwort. Aus dem vermehrten Kapitale S und dem reinen Kapitale K erhält man durch Subtraktion die Zinsen Z, womit diese Aufgabe auf die vorige zurückgeführt ist (siehe Erkl. 266).

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1006. Nach wieviel Jahren ergeben 360 ℳ zu 4 % 36 ℳ Zinsen?

Erkl. 267. Andere Lösung:

360 ℳ geben zu 4 % nach 1 Jahre 14,40 ℳ Zinsen
nach x Jahren 36 ℳ „

$$x = 36 : 14{,}4 = 2{,}5$$

Auflösung nach Formel 14a). Es ist $K = 360$, $p = 4$, $Z = 36$, also:

$$t = \frac{3\,600}{360 \cdot 4} = 2\frac{1}{2}$$

Antwort: Nach 2 Jahren 6 Monaten (siehe Erkl. 267).

Aufgabe 1007. In wieviel Monaten bringen 24,80 ℳ zu $3\frac{1}{3}$ % 31 ₰ Zinsen?

Erkl. 268. Zinsen und Kapital müssen stets dieselbe Benennung haben. Ist dies nicht der Fall, so sind sie auf dieselbe Benennung zu bringen.

Auflösung nach Formel 14). Man hat zu setzen $K = 24{,}80$, $p = \frac{10}{3}$, $Z = 0{,}31$ (siehe Erkl. 268) und erhält:

$$t = \frac{0{,}31 \cdot 1\,200 \cdot 3}{24{,}8 \cdot 10} \text{ Monate} = 4\frac{1}{2} \text{ Monate.}$$

Aufgabe 1008. In wieviel Tagen erhält man von 1 264 fl h zu 4,5 % 5,53 fl Zinsen?

Erkl. 269. Probe: Die Zinsen von 1 264 fl zu $4\frac{1}{2}$ % nach 35 Tagen sind:

$$\frac{1\,264 \cdot 35}{8\,000} = \frac{79 \cdot 7}{100} = 5{,}53$$

Auflösung nach Formel 14b). Man setzt $K = 1\,264$, $p = \frac{9}{2}$, $Z = 5{,}53$ und erhält:

$$t = \frac{5{,}53 \cdot 36\,000 \cdot 2}{1\,264 \cdot 9} = 35$$

Antwort: Nach 35 Tagen (s. Erkl. 269).

Aufgabe 1009. Wie lange muss ein Kapital zu 4 % ausstehen, damit es sich mit den Zinsen verdoppele?

Erkl. 270. Auf die Höhe des Kapitals kommt es hierbei nicht an, denn wenn 100 Kapital 100 Zinsen bringen, so erhält man auch von a·100 Kapital a·100 Zinsen, wo a ein beliebiger Faktor ist, weil Kapital und Zinsen in geradem Verhältnisse stehen.

Auflösung. Das Kapital sei 100 ℳ (siehe Erkl. 270). Die Frage lautet dann: In welcher Zeit bringt es 100 ℳ Zinsen?

Es ist also in die Formel 14a) zu setzen: $K = 100$, $p = 4$, $Z = 100$, was

$$x = \frac{100 \cdot 100}{100 \cdot 4} = 25$$

ergiebt. Das Kapital verdoppelt sich in 25 Jahren.

Aufgabe 1010. Für ein Kapital von 1 212 ℳ, welches zu 3,5 % verzinst war, erhielt man nach einer gewissen Zeit mit den Zinsen 1 231,32 ℳ zurück. Wie lange

hatte das Kapital ausgestanden? (Siehe Erkl. 271.)

Erkl. 271. Ist man im Zweifel, ob die Zeit in Jahren, Monaten oder Tagen zu bestimmen ist, so nehme man zunächst die Formel für Jahre. Zeigt es sich da, dass ein echter Bruch entstehen würde, so nehme man für 100 gleich 36 000 und berechne Tage.

Auflösung.

Kapital + Zinsen = 1 231,32 ℳ
Kapital . . . = 1 212,00 „
Zinsen = 19,32 ℳ

Also hat man:

$$x = \frac{19{,}32 \cdot 36\,000 \cdot 2}{1\,212 \cdot 7} = 163{,}9$$

das Kapital hat 164 Tage lang ausgestanden.

Aufgabe 1011. Am 13. Mai verlieh A. 780 $ zu 3 % und erhielt nach einiger Zeit an Kapital und Zinsen 783,53 $ zurück. An welchem Tage fand die Zurückzahlung statt? (Jahr 365 Tage, Monate genau).

Erkl. 272.

Der 13. Mai ist der 133. Tag
dazu 55 Tage
giebt den 188. Tag

das ist nach der Tabelle der 7. Juli.

Auflösung. An Zinsen erhielt A.:

783,53 $ — 780 $ = 3,53 $

somit ist:

$$x = \frac{3{,}53 \cdot 36\,500}{780 \cdot 3} \text{ Tage} = 55 \text{ Tage}$$

dies giebt nach Erkl. 272 den 7. Juli.

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1012. In wieviel Jahren ergeben 3 750 ℳ zu 4 % 300 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1013. In wieviel Jahren ergeben 1 374 ℳ zu 5 % 171,75 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1014. In wieviel Jahren ergeben 407 ℳ zu $3\frac{1}{2}$ % 21,37 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1015. In wieviel Jahren ergeben 3 440 ℳ zu 4 % 206,40 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1016. In wieviel Jahren ergeben 823,70 ℳ zu 4 % 43,93 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1017. In wieviel Jahren ergeben 3 250 ℳ zu $2\frac{1}{2}$ % 203,13 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1018. In wieviel Monaten ergeben 3 540 ℳ zu 4 % 47,20 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1019. In wieviel Monaten ergeben 975 ℳ zu $3\frac{1}{2}$ % 11,38 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1020. In wieviel Monaten ergeben 463 ℳ zu 3 % 16,21 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1021. In wieviel Monaten ergeben 5 420 ℳ zu 3 % 60,98 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1022. In wieviel Monaten ergeben 360 ℳ zu 5 % 12,50 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1023. In wieviel Monaten ergeben 1 671 ℳ zu 4 % 19,50 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1024. In wieviel Monaten ergeben 324,70 ℳ zu 4,25 % 3,45 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1025. In wieviel Monaten ergeben 2 700 ℳ zu 4,5 % 70,88 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1026. In wieviel Tagen ergeben 96 ℳ zu 4 % 1,67 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1027. In wieviel Tagen ergeben 3 416,40 ℳ zu 5 % 37,96 ℳ Zinsen?

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Das vollständige

Inhaltsverzeichnis
der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart

1220. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1219. — Seite 161—176.

Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-,** Eisenbahn-, **Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt** a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach **System Kleyer** bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung von Heft 1219. — Seite 161—176.

Inhalt:

Stuttgart 1893.

'erlag von Julius Maier.

ständige Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann

1220. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1219. — Seite 161—176.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-)und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung von Heft 1219. — Seite 161—176.

Inhalt:

Stuttgart 1893.

Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens etc. etc. und zwar in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen nebst Angabe und Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen und alsdann auch alle Teile der reinen und angewandten Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die Lösungen hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen, etc.

Die Schüler, Studierenden und Kandidaten der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, Schritt für Schritt gelöste, Aufgabensammlung immerwährend an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum unfehlbaren Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren Prüfungen zu lösen haben, zugleich aber auch die überaus grosse Fruchtbarkeit der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem Lehrer soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des praktischen Teiles der mathematischen Disziplinen — zum Auflösen von Aufgaben — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, hiermit aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende Aufgaben zu lösen, die gehabten Regeln, Formeln, Sätze etc. anzuwenden und praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis für den Schul-Unterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den Ingenieuren, Architekten, Technikern und Fachgenossen aller [illegible] etc. etc. soll diese Sammlung zur Auffrischung der erworbenen und vielleich[illegible] mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre praktischen in allen [illegible] zweigen vorkommenden Anwendungen einem toten Kapitale lebendige Kraft verl[illegible] som[illegible] den Antrieb zu weiteren praktischen Verwertungen und weiteren Forschung[illegible]

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktis[illegible] gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angab[illegible] verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt [illegible] Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und [illegible] thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlag[illegible]**

Aufgabe 1028. In wieviel Tagen ergeben 645 ℳ zu 4,5 % 16,20 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1029. In wieviel Tagen ergeben 2 480 ℳ zu 5 % 20 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1030. In wieviel Tagen ergeben 8 290 ℳ zu 5 % 390,70 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1031. In wieviel Tagen ergeben 700 ℳ zu 5,5 % 13,50 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1032. In wieviel Tagen ergeben 8 775 ℳ zu 4 % 635 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1033. Am 1. Oktober 1892 waren 820 ℳ zu 4,5 % verliehen worden und hatten im ganzen 79,95 ℳ Zinsen gegeben. An welchem Tage ist das Kapital zurückgezahlt worden?

Aufgabe 1034. 4 000 ℳ Kapital wurden zu 5 % ausgeliehen. Die Zinsen betrugen bis zum 12. November 55,56 ℳ. An welchem Tage war das Kapital verborgt worden?

Aufgabe 1035. Wann wurden £ 927·7·8 zu 4,5 % ausgeliehen, wenn sie am 31. Dezbr. £ 25·19·1 Zinsen ergeben hatten? (Tage genau, Jahr 365 Tage.)

Aufgabe 1036. Wann müssen 9 648 fl h. zurückgezahlt werden, wenn sie am 1. Oktober 1892 zu 4,5 % ausgeliehen wurden und 253,26 fl Zinsen geben sollen (Monate)?

Aufgabe 1037. An welchem Tage wurden 36 000 fs zu 4,75 % ausgeliehen, wenn sie am 1. März 1893 einschliesslich der Zinsen mit 37 729 fs zurückgezahlt wurden (Tage genau, Jahr 360 Tage)?

Aufgabe 1038. Auf wieviel Tage sind in London £ 520 ausgeliehen gewesen, wenn die Zinsen dafür zu $4\frac{1}{2}$ % mit £ 9·7·2,4 berechnet worden sind?

Aufgabe 1039. 400 ℳ standen zu 5 % 3 Jahre 6 Monate lang auf Zinsen, 350 ℳ zu 4 %. Die Kapitalien betrugen mit den Zinsen zusammen 855 ℳ. Wie lange ist das letzte Kapital ausgestanden?

Aufgabe 1040. Ein Kapital von 1 050 ℳ, welches zu 4 % verzinst war, wurde nach einiger Zeit nebst den Zinsen mit 1 064 ℳ zurückgezahlt. Wie lange war es verzinst?

Aufgabe 1041. In wieviel Jahren wächst ein Kapital von 5 000 ℳ zu 4 % durch die Zinsen auf 6 400 ℳ an?

Aufgabe 1042. A. lieh am 4. Mai 690 ℳ zu $3\frac{1}{3}$ % und gab nach einiger Zeit an Kapital und Zinsen 692,30 ℳ zurück. An welchem Tage bezahlte er dies?

Aufgabe 1043. Jemand trägt am 13. Juni 560 ℳ zur Sparkasse, die 3,5 % gewährt, muss sich aber nach einiger Zeit sein Geld wiederholen und bekommt 563,92 ℳ. An welchem Tage geschah dies? (Jahr 365 Tage.)

---

5) Ueber die Berechnung des Zinsfusses (p).

a) Ueber die Berechnung des Zinsfusses aus Kapital, Zinsen und Zeit.

Frage 71. Zu wieviel Prozent bringt das Kapital K nach t Tagen Z Zinsen?

Antwort. Der Ansatz lautet:

Kapital	Zinsfuss	Tage
100	p = x	360
K	Z	t

woraus man durch den Einheitsschluss (in ähnlicher Weise wie bei Berechnung der Zinsen) erhält:

$$15) \ldots p = \frac{Z \cdot 36000}{K \cdot t} \quad \text{(s. Erkl. 273).}$$

Die Anwendung der Figur ergiebt dasselbe. Man erhält:

gerad. Verh. gerad. Verh.

Kapital Zinsen Zeit

100 p = x 360

K Z t

In Worten: Der Zinsfuss ist der Quotient aus dem 100- (1200- oder 36000-) fachen der Zinsen und der Zinszahl.

Erkl. 273. Ist die Zeit in Jahren gegeben, so heisst die Formel:

$$15a) \ldots p = \frac{Z \cdot 100}{Kt}$$

und für Monate:

$$15b) \ldots p = \frac{Z \cdot 1200}{K \cdot t}$$

Die Formeln bestätigen, dass
Zinsfuss und Zinsen in geradem
Zinsfuss und Zeit in umgekehrtem
Zinsfuss und Kapital in umgekehrtem
Verhältnisse stehen.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1044. Zu wieviel Prozent war ein Kapital von 6 300 ℳ ausgeliehen, wenn es in 20 Jahren 5 670 ℳ Zinsen ergeben hat?

Auflösung nach Formel 15 a). Es ist in die Formel einzusetzen:

$$K = 6300, \quad t = 20, \quad Z = 5670$$

also ist:

$$p = \frac{5670 \cdot 100}{6300 \cdot 20} = 4{,}5$$

Antwort: Zu $4\frac{1}{2}$ % (siehe Erkl. 274).

Erkl. 274. Andere Lösung:
In 1 Jahre bringt das Kapital 283,50 ℳ also geben 100 ℳ den 63. Teil davon, d. s. 4,5 ℳ oder 4,5 %.

Aufgabe 1045. Wie hoch müssen 79 fs 11 Monate lang verzinst werden, um 2,02 ℳ Zinsen zu ergeben?

Auflösung nach Formel 15 b). Man setzt ein K = 79, t = 11, Z = 2,53 (s. Erkl. 275) und erhält:

$$p = \frac{2{,}53 \cdot 1200}{79 \cdot 11} = 3{,}493$$

oder abgerundet $3\frac{1}{2}$ %.

Erkl. 275. Da Kapital und Zinsen dieselbe Benennung haben müssen, so sind die 2,02 ℳ in Francs zu verwandeln:

$$\frac{2{,}02 \cdot 5}{4} = 2{,}53$$

Aufgabe 1046. Zu welchem Zinsfuss ergeben 1 375 fl nach 72 Tagen 17,88 fl Zinsen?

Erkl. 276. Probe: Von 1375 fl erhält man zu 6,5 % nach 72 Tagen an Zinsen:

$$\frac{1375 \cdot 6{,}5}{500} = 17{,}875$$

Auflösung nach Formel 15). Man setzt:

$$K = 1375, \quad t = 72, \quad Z = 17{,}88$$

und erhält:

$$p = \frac{17{,}88 \cdot 36000}{1375 \cdot 72} = 6{,}5\cdots$$

Der Zinsfuss ist $6\frac{1}{2}$ % (siehe Erkl. 276).

Aufgabe 1047. Zu wieviel Prozent muss ein Kapital ausgeliehen werden, wenn es sich mit den Zinsen nach 15 Jahren verdoppeln soll?

Erkl. 277. Wenn sich das Kapital 100 verdoppelt, so geschieht dies auch mit jedem anderen Kapitale, da Kapital und Zinsen in geradem Verhältnisse stehen.

Auflösung. Das Kapital sei 100 ℳ. Dieses soll in 15 Jahren 100 ℳ Zinsen bringen, also muss sein:

$$p = \frac{100 \cdot 100}{100 \cdot 15} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$$

Es muss zu $6\frac{2}{3}$ % ausgeliehen werden (siehe Erkl. 277).

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1048. Zu wieviel Prozent bringen 8 400 ℳ in 3 Jahren 756 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1049. Zu wieviel Prozent bringen 7 800 ℳ in 5 Jahren 1 365 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1050. Zu wieviel Prozent bringen 500 ℳ in 2 Jahren 40 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1051. Zu wieviel Prozent bringen 712 ℳ in 4 Jahren 128,16 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1052. Zu wieviel Prozent bringen 837,50 ℳ in $3\frac{1}{5}$ Jahren 134 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1053. Zu wieviel Prozent bringen 76 ℳ in 2 Jahren 6 Monaten 10,45 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1054. Zu wieviel Prozent bringen 447 ℳ in 8 Monaten 17,88 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1055. Zu wieviel Prozent bringen 25,50 ℳ in 9 Monaten 51 ₰ Zinsen?

Aufgabe 1056. Zu wieviel Prozent bringen 48 ℳ in 5 Monaten 76 ₰ Zinsen?

Aufgabe 1057. Zu wieviel Prozent bringen 328 ℳ in $\frac{3}{4}$ Monaten 82 ₰ Zinsen?

Aufgabe 1058. Zu wieviel Prozent bringen 383,40 ℳ in 2 Mon. 10 Tgn. 3,73 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1059. Zu wieviel Prozent bringen 144 ℳ in $3\frac{1}{4}$ Monaten 1,30 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1060. Zu wieviel Prozent bringen 720 ℳ in 7 Monaten 16,38 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1061. Zu wieviel Prozent bringen 7 200 ℳ in 111 Tagen 111 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1062. Zu wieviel Prozent bringen 312,50 ℳ in 192 Tagen 4 ℳ Zinsen?

Aufgabe 1063. Zu wieviel Prozent bringen 3,75 ℳ in 45 Tagen 3 ₰ Zinsen?

Aufgabe 1064. Zu wieviel Prozent bringen 112,50 ℳ in 80 Tagen 75 ₰ Zinsen?

Aufgabe 1065. Zu wieviel Prozent bringen 447,75 ℳ in 252 Tagen 13,93 ℳ?

Aufgabe 1066. B. bezog von 80 ℳ Kapital jährlich 5 fs Zinsen. Zu wieviel Prozent war das Kapital verzinst?

Aufgabe 1067. Jemand hat 3 Kapitalien ausgeliehen und zwar 700, 750 und 875 ℳ und erhält von jedem jährlich 35 ℳ Zinsen. Zu wieviel Prozent ist jedes dieser Kapitalien verliehen?

Aufgabe 1068. A. versetzte seine Uhr zu 36 ℳ und löste sie nach 5 Monaten 15 Tagen mit 37,65 ℳ wieder ein. Wieviel Prozent Zinsen hatte er bezahlen müssen?

Aufgabe 1069. Ein Wucherer verlangte für 1 ℳ monatlich 10 ₰ Zinsen. Wieviel Prozent sind dies?

Aufgabe 1070. a) Jemand verborgte 900 fs 5 Jahre lang und forderte für diese Zeit 72 ℳ Zinsen. Wieviel Prozent verlangte er? b) Derselbe verlieh 160 ℳ und liess sich für 3 Jahre 25,50 fs Zinsen zahlen. Welchen Zinsfuss hatte er gefordert?

Aufgabe 1071. Zu wieviel Prozent waren in England £ 210 ausgeliehen, wenn sie vom 9. Mai bis 25. Februar des nächsten Jahres £ 10 · 1 · 7,2 Zinsen brachten?

Aufgabe 1072. Von £ 730 · — · — erhielt man im Monat Februar (28 Tage) £ 2 · 10 · 5 Zinsen. Wieviel Prozent bekam man?

Aufgabe 1073. Drei Kapitalien, von denen das erste 600 ℳ zu 6 % 2 Jahre 6 Monate, das zweite 425 ℳ zu 4 % 3 Jahre, das dritte 550 ℳ 2 Jahre lang ausgeliehen war, brachten zusammen 190,50 ℳ Zinsen. Zu welchem Zinsfuss war das letzte Kapital verliehen?

Aufgabe 1074. Wie gross muss der Zinsfuss sein, wenn a) die 25 jährigen, b) die 20 jährigen Zinsen dem Kapitale gleichkommen sollen?

Aufgabe 1075. Zu wieviel Prozent war ein Kapital von 840 ℳ ausgeliehen, wenn es nach 3 Monaten einschliesslich der Zinsen mit 850,50 ℳ zurückgezahlt wurde?

Aufgabe 1076. Das Baukapital eines Hauses ist 85 500 ℳ; die Zinsen für eine dazu geliehene Hypothek von 24 000 ℳ sind mit 3,5 % zu vergüten; die jährlichen Abgaben betragen 452,25 ℳ; für Reparaturen u. s. w. sind 378,75 ℳ jährlich aufzuwenden. Zu wieviel Prozent verzinst sich das Kapital, wenn vierteljährlich 1 125 ℳ Mietzins eingenommen werden?

b) Ueber die Berechnung des Zinsfusses, wenn die Zinsen an anderen Terminen als am Ende des Jahres gezahlt werden, und über die Verzinsung eines in Effekten angelegten Kapitals.

Frage 72. Wie ändert sich der Zinsfuss p, wenn die Zinsen im voraus oder in Teilzahlungen entrichtet werden (siehe Erkl. 278)?

Erkl. 278. Entrichtet jemand im voraus seine Zinsen, etwa zu 4 %, so ist es gerade so, als ob er nicht das geliehene Kapital ausgezahlt bekäme, sondern nur das um die Zinsen verminderte Kapital. Im angeführten Falle erhält er für 100 ℳ nur 96 ℳ. Somit giebt er 4 ℳ Zinsen für 96 ℳ anstatt für 100 ℳ.

Die Vorauszahlungen und Teilzahlungen der Zinsen kommen in Wirklichkeit sehr häufig vor, zumal die letzteren für den Schuldner vielfach bequemer als die Gesamtzahlung der Zinsen ist. Auch die Staaten und Gemeinden bezahlen ihre Schuldzinsen (die Zinsen für ihre Anleihen) in Raten und zwar meist in halbjährlichen Abschnitten.

Antwort. Nach der Antwort auf Frage 53 heisst p %: 100 Einheiten ergeben p Einheiten Zinsen nach Ablauf eines Jahres. Werden nun die p Einheiten im voraus oder durch Teilzahlungen im Laufe des Jahres entrichtet, so erhält der Gläubiger seine Zinsen früher, als er eigentlich zu beanspruchen hat. Er kann somit diese Zinsen bis zum Schlusse des Jahres als neues Kapital ausleihen und Zinsen dafür erhalten, so dass er dann nicht für 100 Einheiten Kapital, sondern für mehr die Zinsen zu p % erhält. Die Summe dieser Zinsen ist der wirkliche Zinsfuss, zu welchem er sein Kapital ausgeliehen hat.

Frage 73. Zu wieviel Prozent verzinst sich ein in Effekten (s. Erkl. 279) angelegtes Kapital?

Erkl. 279. Effekten nennt man Wertpapiere jeder Art, insbesondere die Schuldverschreibungen von Staaten und Gemeinden oder Korporationen (Staatspapiere, Stadtanleihen, Eisenbahnprioritäten) und die Anteilscheine an einem Unternehmen (Aktien und Kuxe). Näheres hierüber siehe im 3. Teile des Lehrbuches über das bürgerliche und kaufmännische Rechnen.

Antwort. Da der Preis, den man für Effekten zahlt, vielfach höher oder niedriger ist, als die Wertsumme, welche man dafür erhält, so hat man zur Berechnung des Zinsfusses als Kapital die bezahlte Geldmenge zu nehmen und als Zinsen diejenigen, welche das Effektenstück liefert. Hiernach ist die Ausrechnung leicht vorzunehmen.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1077. Wieviel Prozent bezahlt streng genommen derjenige, welcher ein Kapital zu 5 % leiht, aber die Zinsen im voraus bezahlen muss?

Erkl. 280. Der Gläubiger giebt 95 ℳ her und erhält nach Ablauf eines Jahres am Kapital zurück 100 ℳ. Es ist also gerade so, als ob er 95 ℳ verborgt und dafür 5 ℳ Zinsen verlangt hätte. Er kann also in diesem Falle die Zinsen im Laufe des Jahres nicht wieder zinsbar anlegen.

Auflösung. Er borge 100 ℳ, dann hat er für dieselben jährlich 5 ℳ Zinsen zu zahlen. Da er diese aber im voraus entrichtet, so erhält er in Wirklichkeit nur (100 — 5) ℳ = 95 ℳ Kapital ausgezahlt, für welches er 5 ℳ Zinsen zu bezahlen hat. Also gilt:

Für 95 ℳ werden 5 ℳ Zinsen bezahlt
„ 100 ℳ „ x ℳ „ „

Es folgt:

$$x = \frac{5 \cdot 100}{95} \,\% = 5\frac{5}{19} \,\% \text{ (s. Erkl. 280).}$$

Aufgabe 1078. Zu wieviel Prozent verzinst man sein Kapital, wenn man es in $3\frac{1}{2}$ % Staatspapieren, die pari (s. Erkl. 281) gekauft wurden, anlegt und die Zinsen in halbjährlichen Raten erhält?

Erkl. 281. Pari (ital., vom lat. par) heisst gleich und bedeutet in diesem Falle, dass der Preis gleich ist der Höhe der Schuldverschreibung, also für 100 ℳ Geld erhält man eine Schuldverschreibung von 100 ℳ. Zahlt man für ein Papier von 100 ℳ mehr oder weniger als 100 ℳ, so sagt man es steht über oder unter pari.

Auflösung. Für 100 ℳ erhält man 3,50 ℳ Zinsen und zwar die Hälfte 1,75 ℳ nach dem 1. Halbjahr, die andere nach dem 2. Halbjahr. Die erste Hälfte kann man während des 2. Halbjahres zinsbar anlegen und erhält davon zu $3\frac{1}{2}$ %:

$$\frac{1{,}75 \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot 100} = 0{,}030625 \text{ ℳ Zinsen}$$

Am Ende des Jahres hat man also an Zinsen eingenommen:

$$3{,}50 \text{ ℳ} + 0{,}030625 \text{ ℳ} = 3{,}530625 \text{ ℳ}$$

d. h. das Kapital hat sich zu $3\frac{849}{1600}$ % verzinst.

Aufgabe 1079. Für ein Kapital werden die Zinsen zu 4 % in vierteljährlichen Raten bezahlt. Wie hoch verzinst es sich eigentlich?

Erkl. 282. 1 ℳ bringt zu 4 % in 1 Jahre 4 ₰ Zinsen

in $\frac{1}{4}$ Jahr also 1 ₰
„ $\frac{2}{4}$ „ „ 2 ₰
„ $\frac{3}{4}$ „ „ 3 ₰

Auflösung. Man erhält für je 100 ℳ nach jedem Vierteljahre 1 ℳ Zinsen. Bis zum Schlusse des Jahres kann man die erste Rate $\frac{3}{4}$ Jahr, die zweite $\frac{2}{4}$ Jahr, die dritte $\frac{1}{4}$ Jahr zu 4 % zinsbar anlegen. Infolgedessen hat man an Zinsen am Ende des Jahres (siehe Erkl. 282):

die 1. Rate nebst $\frac{3}{4}$ jährlichen Zinsen	1,03 ℳ
„ 2. „ „ $\frac{2}{4}$ „ „	1,02 ℳ
„ 3. „ „ $\frac{1}{4}$ „ „	1,01 ℳ
„ 4. „	1,00 ℳ
im ganzen	4,06 ℳ

d. h. das Kapital hat sich zu 4,06 % verzinst.

Aufgabe 1080. Zu wieviel Prozent verzinst man eigentlich sein Kapital, wenn man 4 % Buschtiehrader Eisenbahnaktien kauft und zwar eine Aktie von 100 fl für 186,50 fl, und man ausser den Zinsen noch 10 % Dividende (siehe Antwort zu Frage 4) erhält?

Erkl. 283. Die Höhe der Dividende richtet sich nach dem Reingewinn. Da dieser sich nicht gleich bleibt, so ändert sich auch die jährliche Dividende und mit ihm der Kaufpreis, Kurs genannt.

Auflösung. Für eine Aktie von 100 fl erhält man jährlich 4 fl Zinsen und 10 fl Dividende, also zusammen 14 fl, sie wird gekauft mit 186,50 fl, also geben 186,50 fl einen Ertrag von 14 fl.

186,5 fl geben 14 fl Zinsen
100 fl „ x „

$$x = \frac{1400}{186{,}5} \% = 7{,}506 \cdots \%$$

Siehe Erkl. 283.

Aufgabe 1081. A. legt ein Kapital in 3 % Preussischen Konsols an, die er zu 84,60 (siehe Erkl. 284) kauft. Zu wieviel Prozent verzinst sich das Kapital?

Erkl. 284. Der Kurs 84,6 heisst: Ein Papier lautend auf 100 M. wird mit 84,60 M. gekauft. Der Kurs wird also meistens nach Prozenten angegeben, seltener nach dem Stück.

Auflösung. Für je 100 M. Preussische Konsols erhält man 3 M. Zinsen, da diese 84,60 M. kosten, so ergeben:

84,60 M. an Zinsen 3 M.
100 M. „ „ x M.

$$x = \frac{300}{84,6}\,\% = 3,546\cdots\%$$

Aufgabe 1082. Man kann sein Geld bei gleicher Sicherheit anlegen in 4 % Sächsischen Rentenbriefen zu 103,2 oder $3\frac{1}{2}$ % Reichsanleihe zu 98,9. Welches ist die vorteilhaftere Kapitalanlage?

Erkl. 285. Der Kaufpreis oder Kurs der Effekten ist abhängig von den Marktverhältnissen, dem Angebot und der Nachfrage, der Sicherheit und Höhe der Verzinsung. Die Effecten sind geradeso Handelsartikel wie Waren. Die Geschäfte, welche sich mit dem Einkauf und Verkauf der Papiere beschäftigen, heissen Banken.

Auflösung. Rentenbriefe (s. Erkl. 285):

103,20 M. geben 4 M. Zinsenertrag
100 M. „ x M. „

$$x = \frac{400}{103,2}\,\% = 3,88\,\% \text{ (abgerundet)}$$

Reichsanleihe:

98,90 M. geben 3,50 M. Zinsen
100 M. „ x M. „

$$x = \frac{350}{98,9}\,\% = 3,54\,\%$$

Die Rentenbriefe sind vorteilhafter.

Aufgabe 1083. Zu wieviel Prozent verzinst sich ein Kapital, welches in $3\frac{1}{2}$ % Pommerschen Pfandbriefen zum Kurse 94 angelegt wird, mit Rücksicht auf die Halbjahrszahlung der Zinsen?

Erkl. 286. Man könnte auch erst berechnen, wieviel 100 M. Zinsen geben, wenn man von 94 M. 3,50 M. Zinsen erhält, d. i. 3,723 %, und dann die Halbjahrszahlung berücksichtigen.

Auflösung. Nach Aufgabe 1078 sind 3,5 % bei halbjährlicher Zinszahlung streng genommen 3,530625 %. Also hat man:

94 M. geben 3,530625 M. Zinsen
100 M. „ x M. „

$$x = \frac{353,0625}{94}\,\% = 3,756\,\%$$

(siehe Erkl. 286).

Aufgabe 1084. N. verdient beim Verkaufe seiner Waren 2 %; wieviel Prozent macht dies, wenn er sein Kapital alle 2 Monate einmal umsetzt?

Auflösung. Er verdient in 2 Monaten 2 %, in 12 Monaten somit das 6-fache, d. s. 12 %.

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1085. Wieviel Prozent bezahlt eigentlich derjenige, welcher eine Summe a) zu 3 %, b) zu 4 %, c) zu 6 %, d) zu 7 %, e) zu 8 % borgt und die Zinsen im voraus entrichten muss?

Aufgabe 1086. Ein Wucherer verborgt 7000 M. auf 2 Jahre, lässt sich aber die 10 % Zinsen für den ganzen Zeitraum gleich beim Ausleihen der Summe bezahlen. Wieviel Prozent fordert er eigentlich?

Aufgabe 1087. Jemand erhält von einem Kapitale die Zinsen a) zu 6 %, b) zu 4 %, c) zu 5 %, d) zu 3 % in halbjährigen Raten. Zu wieviel Prozent verzinst sich sein Kapital eigentlich?

Aufgabe 1088. Wieviel Prozent erhält streng genommen derjenige, welcher die Zinsen a) zu 8 %, b) zu 6 %, c) zu 5 %, d) zu 4,4 % in vierteljährlichen Abschnitten erhält?

Aufgabe 1089. Jemand verleiht ein Kapital zu 4 %, lässt sich aber die Zinsen in halbjährlichen Raten und zwar im voraus bezahlen. Wieviel Prozent fordert er eigentlich?

Aufgabe 1090. Von einem zu 6 % verzinsten Kapitale werden die Zinsen vierteljährlich voraus bezahlt. Welches ist der genaue Zinsfuss?

Aufgabe 1091. Wenn die Aktien einer Eisenbahn, welche jährlich 12,5 % reinen Gewinn abwirft, auf 150 stehen (100 ℳ Aktien werden mit 150 ℳ gekauft), zu wieviel Prozent legt man sein Geld in solchen Aktien an?

Aufgabe 1092. Zu wieviel Prozent verzinst sich ein in 3 % Deutscher Reichsanleihe zu 85 angelegtes Kapital?

Aufgabe 1093. Wieviel darf man für 3 % Staatsanleihe geben, wenn man sein Kapital zu $4\frac{1}{2}$ % verzinsen will?

Aufgabe 1094. Wenn man 5 % Türkische Anleihe zum Kurse 84,9 kauft, wie hoch verzinst man dann sein Kapital?

Aufgabe 1095. Zu wieviel Prozent verzinst sich ein Kapital, welches in 5 % Griechischer Geldanleihe zum Kurse 59 angelegt wird?

Aufgabe 1096. Eine Aktie der Aussig-Teplitzer Eisenbahn von 1 000 ℳ, welche 4 % Zinsen und 20 % Dividende ergiebt, wird mit 4 030 ℳ gekauft. Wieviel Prozent Zinsen ergeben sich?

Aufgabe 1097. Ist es vorteilhafter, gleiche Sicherheit der in Rede stehenden Effekten vorausgesetzt, sein Geld in 3 % Papier zu 80,45 oder in 4 % zu 103,2 anzulegen?

Aufgabe 1098. A. will sein Geld in Papieren anlegen; welches Papier giebt die höchsten Zinsen, wenn 3 % mit 71,5; $3\frac{1}{2}$ % mit 85; 4 % mit 96,1 und $4\frac{1}{2}$ % mit 105,9 gekauft wird?

Aufgabe 1099. In Leipzig sind am 1. März notiert 4 % Reichsanleihe 106,8; 3 % Königl. Sächs. Rentenanleihe 86,8; 4 % Pfandbriefe 102 und $3\frac{1}{2}$ % Leipziger Stadtanleihe 98,75. In welchem Papier verzinst man bei diesen Kursen sein Kapital am besten?

Aufgabe 1100. Wieviel Prozent verdient derjenige mit seinem Kapitale jährlich, welcher es alle 3 Monate einmal umsetzt und jedesmal 3,4 % dabei gewinnt?

Aufgabe 1101. Was ist vorteilhafter, ob N. seine Ware mit $3\frac{1}{2}$ % Gewinn verkauft und sein Kapital dabei jährlich 4 mal umsetzt, oder ob er die Ware mit 5 % Gewinn verkauft und dabei sein Kapital jährlich nur 3 mal umsetzt?

---

c) Ueber das Aufsuchen eines mittleren Zinsfusses.

Frage 74. Was versteht man unter einem mittleren Zinsfusse?

Antwort. Sind mehrere Kapitalien zu verschiedenen Zinsfüssen ausgeliehen, so entsteht die Frage: Zu welchem gleichen Zinsfusse erhält man von allen Kapitalien in den entsprechenden Zeiten dieselbe Zinsensumme? Dieser Zinsfuss heisst der mittlere Zinsfuss. Es sind hierbei 4 Fälle zu unterscheiden:

1) Kapitalien gleich, Zeiten gleich;
2) „ ungleich, „ gleich;
3) „ gleich, „ ungleich;
4) „ ungleich, „ ungleich.

(Siehe Erkl. 287.)

Erkl. 287. In den Fällen, wo auch die Zeiten ungleich sind, entsteht noch die weitere Frage: Wie lange muss die Summe aller Kapitalien ausstehen, um zu dem mittleren Zinsfusse dieselbe Zinsenmenge zu bringen, wie die Summe der Zinsen der einzelnen Kapitalien in den betreffenden Zeiten ist? Es ist dies die Frage nach dem mittleren Zahlungstermin, welche die Terminrechnung (s. Abschnitt K) beantwortet.

Frage 75. Wie findet man den mittleren Zinsfuss bei gleichen Kapitalien, die alle gleichlang ausgeliehen sind?

Antwort. Ist jedes Kapital K und t Tage lang ausgeliehen und zwar das 1. zu $p_1\,\%$ das 2. zu $p_2\,\%$ u. s. f., so ist die Summe der Zinsen:

$$\frac{K t p_1}{36000} + \frac{K t p_2}{36000} + \frac{K t p_3}{36000} + \cdots$$

oder wenn man $\frac{K t}{36000}$ aushebt:

$$\frac{K t}{36000} (p_1 + p_2 + p_3 \cdots)$$

d. h. das Kapital K bringt nach t Tagen zu $(p_1 + p_2 + p_3 + \cdots)\,\%$ dieselbe Zinsenmenge. Sind nun n Kapitalien K vorhanden, so kommt auf jedes der n te Teil dieses Zinsfusses, weil Kapital und Zinsfuss in umgekehrtem Verhältnisse stehen. Somit ist hier der mittlere Zinsfuss:

$$16) \ldots p = \frac{p_1 + p_2 + p_3 + \cdots}{n}\,\%$$

(siehe Erkl. 288).

Erkl. 288. Wären 3 gleiche Kapitalien vorhanden, so ist $n = 3$, der mittlere Zinsfuss also:

$$\frac{p_1 + p_2 + p_3}{3}$$

d. h. der mittlere Zinsfuss ist bei gleichen Kapitalien und Zeiten gleich der Summe der Zinsfüsse dividiert durch die Anzahl der Kapitalien.

Man erkennt hierbei zugleich, dass das Ergebnis unabhängig davon ist, ob die Zeiten in Jahren, Monaten oder Tagen gegeben sind, wie ja von vornherein erwartet werden muss. Ueber die Ableitung dieses Falles aus dem allgemeinen siehe die Antwort zur Frage 78.

Frage 76. Wie ist der mittlere Zinsfuss bei ungleichen Kapitalien, die gleichlang ausgeliehen sind?

Antwort. Es seien $K_1, K_2, K_3 \cdots$ die Kapitalien, die zu $p_1, p_2, p_3 \cdots \%$ alle t Jahre lang ausgeliehen sind, so bringt bei gleichen Zeiten:

K_1 zu $p_1\,\%$ dies. Zinsenm. wie $K_1 p_1$ zu $1\,\%$
K_2 „ $p_2\,\%$ „ „ „ $K_2 p_2$ „ „
K_3 „ $p_3\,\%$ „ „ „ $K_3 p_3$ „ „

Erkl. 289. Beweis: Die Summe der Zinsen der einzelnen Kapitalien zu ihren Zinsfüssen muss gleich sein der Zinsenmenge der Summe der Kapitalien zum mittleren Zinsfusse. Also:

$$\frac{K_1 p_1 t}{100} + \frac{K_2 p_2 t}{100} + \frac{K_3 p_3 t}{100} = \frac{(K_1 + K_2 + K_3)(K_1 p_1 + K_2 p_2 + K_3 p_3) t}{100 \cdot (K_1 + K_2 + K_3)}$$

Kürzt man rechts mit $(K_1 + K_2 + K_3)$ und setzt links $\frac{t}{100}$ vor eine Klammer, so erhält man eine identische Gleichung, welche bestätigt, dass nach beiden Arten gerechnet sich dieselbe Zinsenmenge ergiebt.

etc. Daraus erhält man bei Addition der beiden Kapitalreihen den Ansatz: $K_1 + K_2 + K_3 + \cdots$ giebt zu $x\,\%$ dieselben Zinsen wie $K_1 p_1 + K_2 p_2 + K_3 p_3 + \cdots$ zu $1\,\%$.

Da Kapital und Prozentfuss in umgekehrtem Verhältnisse stehen, ergiebt sich für den mittleren Zinsfuss:

$$17) \ldots x = p = \frac{K_1 p_1 + K_2 p_2 + K_3 p_3 + \cdots}{K_1 + K_2 + K_3 + \cdots}\,\%$$

(siehe Erkl. 289).

Frage 77. Wie findet man den mittleren Zinsfuss, wenn zwar die Kapitalien gleich, aber die Zeiten ungleich sind?

Antwort. Sind die Kapitalien alle gleich K, die Zeiten $t_1 t_2 \cdots$, die Zinsfüsse $p_1 p_2 \cdots$, so bringt ein

Kapital K in	t_1	Tagen zu $p_1\,\%$	soviel Zinsen wie K in	$t_1 p_1$	Tagen zu $1\,\%$	
„ K „	t_2	„ „ $p_2\,\%$	„ „ „ K „	$t_2 p_2$	„ „ „	
„ K „	t_3	„ „ $p_3\,\%$	„ „ „ K „	$t_3 p_3$	„ „ „	etc.

Also Kp. K in $t_1 + t_2 + t_3$ Tagen zu $x = p\,\%$ sov. Zinsen wie $\left\{\begin{array}{l}K \text{ in } t_1 p_1 + t_2 p_2 + t_3 p_3 \text{ Tagen zu } 1\,\% \\ K \text{ „ } t_1 + t_2 + t_3 \text{ „ „ } p\,\%\end{array}\right.$ umgekehrtes Verhältnis

Erkl. 290. Beweis: Die Zinsensumme der einzelnen Kapitalien ist:

$$\frac{K p_1 t_1}{100} + \frac{K p_2 t_2}{100} + \cdots = \frac{K}{100}(p_1 t_1 + p_2 t_2 + \cdots)$$

Legt man den gefundenen mittleren Zinsfuss zu Grunde, so erhält man:

$$\frac{K p t_1}{100} + \frac{K p t_2}{100} + \cdots = \frac{K p}{100}(t_1 + t_2 + \cdots)$$

Setzt man hier für p seinen Wert 18) ein, so hebt sich $t_1 + t_2 + t_3 \cdots$ weg, und es ergiebt sich derselbe Ausdruck wie oben.

Daraus folgt:

$$18) \ldots p = \frac{t_1 p_1 + t_2 p_2 + t_3 p_3 + \cdots}{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots}\,\%$$

d. h.: Verzinst man jedes Kapital zu dem gefundenen Zinsfusse $p\,\%$ in der betreffenden Zeit, so erhält man ebensoviel Zinsen, als wenn man jedes Kapital zu seinem Zinsfusse verzinst (s. Erkl. 290).

Frage 78. Wie heisst die Formel für den mittleren Zinsfuss im allgemeinsten Falle (Kapitalien und Zeiten ungleich)?

Antwort. Bei Anwendung der bekannten Bezeichnungen bringt ein Kapital

K_1 in t_1 Tagen zu $p_1\,\%$	soviel Zins. wie	$K_1 t_1$ in 1 Tg. zu $p_1\,\%$	od. wie	$K_1 t_1 p_1$ in 1 Tg. zu $1\,\%$
K_2 „ t_2 „ „ $p_2\,\%$	„ „ „	$K_2 t_2$ „ 1 „ „ $p_2\,\%$	„ „	$K_2 t_2 p_2$ „ 1 „ „ $1\,\%$
K_3 „ t_3 „ „ $p_3\,\%$	„ „ „	$K_3 t_3$ „ 1 „ „ $p_3\,\%$	„ „	$K_3 t_3 p_3$ „ 1 „ „ $1\,\%$

also bringen $K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3$ zu $p\,\%$ od. wie $K_1 t_1 p_1 + K_2 t_2 p_2 + \cdots$ zu $1\,\%$

daher der Ansatz $K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3$ dieselben Zinsen zu $p\,\%$ wie $K_1 t_1 p_1 + K_2 t_2 p_2 + K_3 t_3 p_3$ „ $1\,\%$ (umgekehrtes Verhältnis)

Erkl. 291. Beweis: Die Zinsensumme ist:

$$(K_1 t_1 p_1 + K_2 t_2 p_2 + K_3 t_3 p_3 + \cdots)\frac{1}{36000}$$

oder mit Benutzung des gemeinschaftlichen Zinsfusses p:

$$(K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 + \cdots)\frac{p}{36000}$$

Es folgt:

$$19) \ldots p = \frac{K_1 t_1 p_1 + K_2 p_2 t_2 + K_3 p_3 t_3 + \cdots}{K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 + \cdots}\,\%$$

d. h.: Jedes der Kapitalien in der betreffenden Zeit zum gemeinschaftlichen Zinsfuss $p\,\%$ verzinst, ergiebt dieselbe

Setzt man für p seinen Wert aus Formel 19) ein, so hebt sich $(K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 \cdots)$ weg und man erhält dasselbe wie vorhin.

Sollen die Kapitalien für dieselbe Zeit verzinst werden, so ist nach Abschnitt K noch der gemeinschaftliche Zahlungstermin zu ermitteln. Dieser ist für den angeführten Fall:

$$t = \frac{K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 + \cdots}{K_1 + K_2 + K_3 + \cdots}$$

Zinsensumme, als wenn man jedes der Kapitalien zu seinem Zinsfusse verzinst (siehe Erkl. 291).

Aus dieser allgemeinen Formel 19) müssen sich die Formeln für die besonderen Fälle (No. 16, 17, 18) ableiten lassen. Sind z. B. die Kapitalien alle gleich K und die Zeiten gleich t, so kann man im Zähler und Nenner Kt ausheben und es bleibt die Formel 16). Auch für die anderen Fälle ergiebt eine leichte Rechnung die Richtigkeit des Gesagten.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1102. Drei gleiche Kapitalien waren auf 2 Jahre 6 Monate zu 6, 5 und 3 % ausgeliehen. Zu welchem mittleren Zinsfusse brächten sie in dieser Zeit dieselbe Zinsensumme?

Auflösung. Die Formel 16) ergiebt:

$$p = \frac{6+5+3}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

Der mittlere Zinsfuss ist $4\frac{2}{3}$ %.

Aufgabe 1103. A. hat auf 8 Monate drei Kapitalien verliehen und zwar 700 ℳ zu 3 %, 800 ℳ zu 4 %, 200 ℳ zu 5 %. Zu welchem mittleren Zinsfusse ist die Summe der Kapitalien dieselbe Zeit zu verleihen, um ebensoviel Zinsen zu erhalten?

Erkl. 292. Die Zinsen von 1700 ℳ zu $3\frac{12}{17}$ % in 8 Monaten sind:

$$\frac{1700 \cdot 63 \cdot 8}{17 \cdot 1200} \text{ ℳ} = 42 \text{ ℳ}$$

700 ℳ zu 3 %	in 8 Monat.	geben	14 ℳ	Zinsen
800 ℳ „ 4 %	„ 8 „	„	$21\frac{1}{3}$ ℳ	„
200 ℳ „ 5 %	„ 8 „	„	$6\frac{2}{3}$ ℳ	„
		Zusammen	42 ℳ	Zinsen

Auflösung. Hier sind die Kapitalien ungleich, die Zeiten aber gleich; es ist somit Formel 17) zu benutzen. Sie giebt:

$$p = \frac{700 \cdot 3 + 800 \cdot 4 + 200 \cdot 5}{700 + 800 + 200} \,\% = 3\frac{12}{17} \,\%$$

Es müssen also 1700 ℳ zu $3\frac{12}{17}$ % in 8 Monaten ebensoviel Zinsen geben wie 700 ℳ zu 3 % und 800 ℳ zu 4 % und 200 ℳ zu 5 % in derselben Zeit (s. Erkl. 292).

Aufgabe 1104. M. schuldet an 4 Personen je 300 ℳ Sie sind zurückzuzahlen an A. nach 2 Monaten zu 3 %, an B. nach 5 Monaten zu 4 %, an C. nach 6 Monaten zu 3,5 %, an D. nach 11 Monaten zu 6 %. D. übernimmt die Schulden des M. an A., B. und C. und will die Kapitalien in denselben Zeiten, aber zu einem gemeinsamen Zinsfuss verzinst haben. Wie heisst dieser?

Auflösung. Da hier die Kapitalien gleich, die Zeiten aber ungleich sind, so ist Formel 18) anzuwenden:

$$p = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 3{,}5 + 11 \cdot 6}{2 + 5 + 6 + 11} \,\% = 4\frac{17}{24} \,\%$$

Erkl. 293. Es geben:

300 ℳ nach 2 Monaten zu 3 % soviel Zinsen wie in 6 Monaten zu 1 %,

300 ℳ nach 5 Monaten zu 4 % soviel Zinsen wie in 20 Monaten zu 1 %,

300 ℳ nach 6 Monaten zu 3,5 % soviel Zinsen wie in 21 Monaten zu 1 %,

300 ℳ nach 11 Monaten zu 6 % soviel Zinsen wie in 66 Monaten zu 1 %

also geben:

300 ℳ nach $(2+5+6+11)$ Monaten zu x % soviel Zinsen wie in $(6+20+21+66)$ Monaten zu 1 %. Daraus folgt $x = \frac{113}{24}$ %.

Probe:

300 ℳ nach 2 Mt. zu 3 % geben 1,50 ℳ Zinsen
300 ℳ „ 5 „ „ 4 % „ 5,00 ℳ „
300 ℳ „ 6 „ „ 3,5 % „ 5,25 ℳ „
300 ℳ „ 11 „ „ 6 % „ 16,50 ℳ „

Zusammen 28,25 ℳ Zinsen

Dieselbe Zinsenmenge erhält man durch folgende Rechnung: Die Zinsen von:

300 ℳ nach 2 Mt. und 300 ℳ nach 5 Mt. und 300 ℳ „ 6 „ „ 300 ℳ „ 11 „ zu $4\frac{17}{24}$ % sind:

$$\frac{300}{1200} \cdot 4\frac{17}{24} (2+5+6+11) ℳ = 28\frac{1}{4} ℳ$$

(siehe Erkl. 293).

Aufgabe 1105. A. schuldet 700 ℳ zu 4 % nach 80 Tagen, 800 ℳ zu 4,5 % nach 110 Tagen, 300 ℳ zu 5 % nach 250 Tagen und 500 ℳ zu 2 % nach 300 Tagen an denselben Gläubiger. Dieser will die Kapitalien zu demselben Zinsfusse verzinst haben. Wie gross ist derselbe?

Auflösung. Es ist die Formel 19) anzuwenden, da Kapitalien und Zeiten verschieden sind. Diese giebt:

$$p = \frac{700 \cdot 4 \cdot 80 + 800 \cdot 4{,}5 \cdot 110 + 300 \cdot 5 \cdot 250 + 500 \cdot 2 \cdot 300}{700 \cdot 80 + 800 \cdot 110 + 300 \cdot 250 + 500 \cdot 300} \% = \frac{1295}{369} \% = 3\frac{188}{369} \%$$

(siehe Erkl. 294).

Erkl. 294. Weiteres über derartige Aufgaben findet man im Abschnitt K (über die Terminrechnung).

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1106. Drei Kapitalien, 1 500 ℳ, 1 200 ℳ und 2 250 fs, brachten in 1 Jahre zu verschiedenen Zinsfüssen 225 ℳ Zinsen. Zu welchem gemeinschaftlichen Zinsfusse geben sie dieselbe Zinsenmenge?

Aufgabe 1107. Zu welchem mittleren Zinsfusse müssen fünf gleichgrosse Kapitalien ausgeliehen werden, welche auf gleiche Zeiten zu $4\frac{1}{2}$ %, $3\frac{3}{4}$ %, $5\frac{1}{4}$ %, 5 % und 4 % ausgeliehen sind?

Aufgabe 1108. Jemand hat mehrere gleiche Kapitalien gleichlang verborgt und zwar zu 4 %, $5\frac{1}{2}$ %, $3\frac{1}{2}$ % und 3 %. Bei welchem mittleren Zinsfusse erhält er dieselbe Zinsenmenge?

Aufgabe 1109. Jemand hat 1 200 ℳ zu $3\frac{1}{2}$ % und 800 ℳ zu $4\frac{3}{4}$ % verborgt, wie hoch verzinst sich sein Geld im Durchschnitt?

Aufgabe 1110. Ein Kapitalist hat 4 960 ℳ zu $3\frac{3}{4}$ % und 7 440 ℳ zu 5 % ausgeliehen. Zu wieviel Prozent muss er beide Kapitalien zusammen verborgen, wenn er die gleiche Zinsensumme einnehmen will?

Aufgabe 1111. A. hat folgende drei Kapitalien ausgesetzt: 300 ℳ zu 3 %, 400 ℳ zu 4 % und 500 ℳ zu 5 %. Er will jedes der drei Kapitalien zu demselben Zinsfusse ausleihen und doch im ganzen dieselben Zinsen jährlich einnehmen wie früher. Wie gross ist dieser mittlere Zinsfuss?

Aufgabe 1112. M. hat folgende Posten verliehen: 3600 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ %, 2800 ℳ zu $5\frac{1}{2}$ % und 1750 ℳ zu $4\frac{3}{4}$ %. Wie hoch verzinst sich sein Kapital im Durchschnitt?

Aufgabe 1113. Drei gleiche Kapitalien stehen auf Zinsen aus, und zwar das erste zu 4 % auf 80 Tage, das zweite zu 3 % auf 110 Tage, das dritte zu 5 % auf 310 Tage. Er will dieselben Zinsen bei demselben Zinsfuss erzielen. Wieviel Prozent muss er fordern?

Aufgabe 1114. Von vier gleichen Kapitalien ist das erste auf 6 Monate zu 4 %, das zweite auf 5 Monate zu 3 %, das dritte auf 4 Monate zu 4,5 %, das vierte auf 3 Monate zu 5 % ausgeliehen. Welches ist der mittlere Zinsfuss dieser Kapitalien?

Aufgabe 1115. A. erhielt von B. 12000 ℳ unter der Bedingung geliehen, $\frac{1}{4}$ nach 6 Monaten mit 6 % Zinsen, $\frac{1}{4}$ nach 1 Jahre mit 5 % Zinsen, $\frac{1}{4}$ nach $1\frac{1}{2}$ Jahren mit $4\frac{1}{2}$ % Zinsen und $\frac{1}{4}$ nach 2 Jahren mit 4 % Zinsen zurückzuzahlen. Wieviel Prozent Zinsen hat A. im Durchschnitt bezahlt?

Aufgabe 1116. F. schuldet an drei Personen je 500 ℳ Sie sind zurückzuzahlen an A. nach 4 Monaten mit 5 %, an B. nach 5 Monaten mit 4 % und an C. nach 6 Monaten mit 3,5 % Zinsen. Zu welchem mittleren Zinsfusse kann er jedes der Kapitalien verzinsen?

Aufgabe 1117. Bei einem Verkaufe wurde festgesetzt, dass der Ankäufer 100 ℳ nach 3 Monaten, 200 ℳ nach 4 Monaten und 300 ℳ nach 5 Monaten zahlen und von diesen Summen die Zinsen zu 3, 4 und 5 % entrichten müsse. Der Gläubiger ersucht den Schuldner alle Kapitalien zu demselben Zinsfusse zu verzinsen. Wie gross ist derselbe?

Aufgabe 1118. Am 5. Juli wurden folgende Gelder an einen Handelsmann ausgeliehen: 400 ℳ bis zum 5. November zu 5 %, 200 ℳ bis zum 5. Januar d. n. J. zu 4 %, 400 ℳ bis zum 5. März zu 3,5 % und 800 ℳ bis zum 5. April zu 6 %. Der Gläubiger wünscht jedes der Kapitalien zu demselben Zinsfusse verzinst zu haben. Wie heisst derselbe?

---

6) Zusammengesetzte Aufgaben aus der Zinsrechnung.

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1119. Am 27. Dezember 1892 wurden zwei Kapitalien verliehen: 2520 ℳ zu 5 % und 2250 ℳ zu 4 %. An welchem Tage werden die Zinsen beider Kapitalien zusammen 324 ℳ betragen?

Erkl. 295. 5 % fürs Jahr werden berechnet, indem man durch 20, und 4 %, indem man durch 25 dividiert.

Auflösung. 2520 ℳ geben jährlich 126 ℳ Zinsen und 2250 ℳ geben 90 ℳ Zinsen (siehe Erkl. 295). Zusammen erhält man von beiden Kapitalien jährlich 216 ℳ Zinsen, also erhält man 324 ℳ Zinsen in (324 : 216) Jahren, d. i. in $1\frac{1}{2}$ Jahren.

Aufgabe 1120. M. hat $\frac{1}{4}$ seines Kapitals zu 4 %, $\frac{2}{5}$ zu $3\frac{1}{2}$ % und den Rest zu 5 % angelegt. Er bezieht vierteljährlich 269,75 ℳ Zinsen. Wie gross ist sein Kapital?

Erkl. 296. Kapital und Zinsen stehen in geradem Verhältnisse, also ist:

$$x = \frac{269{,}75 \cdot 4 \cdot 100}{4{,}15} = \frac{107\,900}{4{,}15} = 26\,000$$

Auflösung. Sein Kapital sei 100 ℳ, dann hätte er angelegt:

$\frac{1}{4}$	d. s. 25 ℳ	zu 4 %	geben	1 ℳ	Zins.
$\frac{2}{5}$	d. s. 40 ℳ	„ $3\frac{1}{2}$ %	„	1,40 ℳ	„
d. Rest	d. s. 35 ℳ	„ 5 %	„	1,75 ℳ	„

100 ℳ geb. also jährl. 4,15 ℳ Zins.
x ℳ „ „ „ 269,75 ℳ · 4 „

Es folgt x = 26 000 ℳ (siehe Erkl. 296).

Aufgabe 1121. Jemand hat drei Kapitalien ausgeliehen, das eine zu 5 %, das zweite zu $4\frac{1}{2}$ % und das dritte zu 4 %. Das zweite ist doppelt, und das dritte dreimal so gross wie das erste. Er sammelt die Zinsen und hat nach $6\frac{1}{4}$ Jahren an Kapital und Zinsen 137 250 ℳ Wie gross sind die drei Kapitalien zusammen?

Erkl. 297. Da gerades Verhältnis stattfindet, ist:

$$x = \frac{137\,250 \cdot 600}{762{,}5} = \frac{82\,350\,000}{762{,}5} = 108\,000$$

Das erste Kapital muss dann der 6. Teil sein, d. s. 18000 ℳ
das zweite sind 36000 ℳ
„ dritte „ 54000 ℳ
Zusammen 108000 ℳ

Auflösung. Das erste Kapital sei 100 ℳ, dann ist das zweite 200 ℳ und das dritte 300 ℳ Sie bringen zu den angegebenen Zinsfüssen jährlich an Zinsen:

100 ℳ	zu 5 %	geben	5 ℳ	Zinsen
200 ℳ	„ 4,5 %	„	9 ℳ	„
300 ℳ	„ 4 %	„	12 ℳ	„
600 ℳ	geben jährlich		26 ℳ	Zinsen

in $6\frac{1}{4}$ Jahren also $26\ ℳ \cdot \frac{25}{4} = 162{,}50$ ℳ

Die 600 ℳ wachsen folglich mit den Zinsen in $6\frac{1}{4}$ Jahren an auf (600 + 162,5) ℳ daher der Ansatz:

762,50 ℳ Kap. u. Zinsen sind 600 ℳ Kap.
137 250 ℳ „ „ „ „ x ℳ „

Es folgt:

x = 108 000 ℳ (siehe Erkl. 297).

Aufgabe 1122. A. verleiht ein Kapital zu $4\frac{1}{2}$ %. Ein Teil desselben im Betrage von 8 500 ℳ gehört ihm selber; den anderen Teil hat er sich geborgt und zahlt dafür 3 %. Nach $2\frac{3}{4}$ Jahr hat er vom ganzen Kapital einen Zinsenüberschuss von 1361,25 ℳ Wie gross ist das von ihm aufgenommene Kapital?

Auflösung. Er erzielt einen jährlichen Zinsenüberschuss von:

$$1361{,}25\ ℳ : \frac{11}{4} = 495\ ℳ$$

Das sind die jährlichen Zinsen von 8 500 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ % und die Zinsen des geborgten Kapitals zu $4\frac{1}{2}\,\% - 3\,\% = 1\frac{1}{2}\,\%$. 8500 ℳ geben zu $4\frac{1}{2}$ % jährlich 382,50 ℳ Somit

Erkl. 298. In die Formel:

$$49\text{a}) \ldots K = \frac{Z \cdot 100}{p \cdot t}$$

ist zu setzen $Z = 112{,}5$, $p = \frac{3}{2}$ und $t = 1$. Dies giebt:

$$K = \frac{112{,}5 \cdot 100 \cdot 2}{3} = 7500$$

entsteht die Frage: Welches Kapital giebt zu $1\frac{1}{2}\,^0/_0$ in 1 Jahre $(495 - 382{,}50)$ ℳ = 112,50 ℳ Zinsen? Man findet nach Formel 49 a) des Verzeichnisses 7500 ℳ (s. Erkl. 298).

Aufgabe 1123. Zwei Kapitalien, zusammen 15000 ℳ, bringen in $5\frac{1}{2}$ Jahren 3126,75 ℳ Zinsen. Das eine ist zu $3\frac{1}{2}$, das andere zu $4\,^0/_0$ ausgeliehen. Wie gross ist jedes der beiden Kapitalien?

Erkl. 299. Nach Formel 49 a) des Formelverzeichnisses ist:

$$K = \frac{Z \cdot 100}{p \cdot t} = \frac{43{,}5 \cdot 100 \cdot 2}{1 \cdot 1} = 8700$$

Probe:

6300 ℳ	zu $3\frac{1}{2}\,^0/_0$	geben	189,00 ℳ
			+ 31,50 ℳ
und 8700 ℳ	„ $4\,^0/_0$	„	348,00 ℳ
die 15000 ℳ	geben in 1 Jahr		568,50 ℳ

Zinsen. In $5\frac{1}{2}$ Jahren erhält man dann das $5\frac{1}{2}$-fache, d. s. 3126,75 ℳ, was mit den Angaben der Aufgabe übereinstimmt.

Auflösung. Nach 1 Jahre erhält man $3126{,}75$ ℳ $: \frac{11}{2} = 568{,}50$ ℳ Zinsen. Stünden die gesamten 15000 ℳ zu $3\frac{1}{2}\,^0/_0$ aus, so würde man jährlich 525 ℳ Zinsen erhalten. Der Ueberschuss $(568{,}5 - 525)$ ℳ $= 43{,}50$ ℳ kommt aber von dem Teile, welcher zu $4\,^0/_0$ ausgeliehen ist, und zwar daher, dass dieser Teil um $\frac{1}{2}\,^0/_0$ höher verborgt wurde. Es ist also die Frage zu beantworten: Welches Kapital giebt in 1 Jahre zu $\frac{1}{2}\,^0/_0$ 43,50 ℳ Zinsen? Man findet 8700 ℳ (s. Erkl. 299). Dann ist natürlich das zu $3\frac{1}{2}\,^0/_0$ ausgeliehene Kapital 6300 ℳ.

Aufgabe 1124. N. hat am 1. Juli 1891 4800 ℳ ausgeliehen und am 1. Oktober 1893 5500 ℳ zu gleichem Zinsfusse. Am 1. April 1896 betragen sämtliche Zinsen 1644,75 ℳ. Wieviel Prozent nahm N. jährlich?

Erkl. 300. Der Zinsfuss ist nach Formel 51 b) des Formelverzeichnisses:

$$p = \frac{Z \cdot 1200}{K \cdot t}$$

Setzt man hierin ein $Z = 1644{,}75$; $K = 100$ und $t = 4386$, so kommt:

$$p = \frac{1644{,}75 \cdot 1200}{100 \cdot 4386} = \frac{328950}{73100}$$

$$= \frac{3289{,}5}{731} = 4{,}5$$

Zur Probe berechnet man die Zinsen zu $4{,}5\,^0/_0$ von 4800 ℳ auf 57 Monate und von 5500 ℳ auf 30 Monate. Ihre Summe wird 1644,75 ℳ ergeben.

Auflösung. N. hat ausgeliehen:

4800 ℳ	vom 1./7. 91	bis 1./10. 93	d. s.	27 Mon.
4800 ℳ	„ 1./10. 93	„ 1./4. 96	d. s.	30 „
5500 ℳ	„ „	„ „	d. s.	30 „

4800 ℳ geben in 57 Mon. dieselb. Zinsen wie 100 ℳ in $57 \cdot 48$ Mon.

5500 ℳ geben in 30 Mon. dieselb. Zinsen wie 100 ℳ in $30 \cdot 55$ Mon.

Also geben 100 ℳ in $(57 \cdot 48 + 30 \cdot 55)$ Monaten = 4386 Monaten dieselben Zinsen. Nunmehr ist zu beantworten: Zu wieviel Prozent geben 100 ℳ Kapital in 4386 Monaten 1644,75 ℳ Zinsen? Man findet nach Erkl. 300 zu $4{,}5\,^0/_0$.

Aufgabe 1125. Jemand giebt ein Kapital zu 5 % auf Zinsen. Drei Jahre später giebt er noch zwei Kapitalien von derselben Grösse auf Zinsen und zwar zu 4 und 5,5 %. Nach wieviel Jahren werden die beiden letzten Kapitalien zusammen ebensoviel Zinsen wie das erste gebracht haben?

Erkl. 301. Diese Aufgabe ist entnommen aus Kleyers Lehrbuch der Gleichungen 1. Grades mit einer Unbekannten, No. 1881. Man erkennt aus dem Vergleiche der beiden Auflösungen, dass die hier gegebene bei weitem kürzer ist, als jene.

Auflösung. Da es hierbei auf die Höhe des Kapitals nicht ankommt, so nehmen wir an, es sei 100 ℳ. Diese geben in den ersten 3 Jahren 15 ℳ und in jedem weiteren Jahre 5 ℳ, während die beiden anderen Kapitalien von je 100 ℳ zusammen jährlich 9,50 ℳ geben. Man bekommt also von ihnen jährlich 4,50 ℳ mehr, und es entsteht die Frage, in wieviel Jahren erhält man 15 ℳ mehr? Offenbar in (15 : 4,5) Jahren $= 3\frac{1}{3}$ Jahren (siehe Erkl. 301).

Aufgabe 1126. Ein Kapital von 14400 ℳ ist nach einer gewissen Reihe von Jahren auf 20988 ℳ angewachsen. Ein Viertel der Zeit stand es zu $3\frac{1}{2}$, ein Viertel zu $3\frac{3}{4}$, die übrige Zeit zu 4 % aus. Wie lange war das Kapital verborgt?

Erkl. 302. Anstatt von 4 Jahren auszugehen, hätte man ebensogut von jeder anderen Zahl ausgehen können. 4 ist hier aber am bequemsten, weil es der Generalnenner von $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ ist. Wären die Zeiten $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{12}$, so würde man am besten von 12 Jahren, bei $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ von 6 Jahren ausgehen.

Auflösung. Gesetzt, das Kapital wäre 4 Jahre (siehe Erkl. 302) ausgeliehen, so hätte es gebracht:

im Viertel der Zeit = 1 Jahr	504 ℳ	Zinsen
„ 2. „ „ „ = 1 Jahr	540 ℳ	„
„ Reste „ „ = 2 Jahre	1152 ℳ	„
im ganzen also	2196 ℳ	Zinsen

Nun hat es aber ergeben:

(20988 — 14400) ℳ = 6588 ℳ

daher der Ansatz:

In 4 Jahren erhält man 2196 ℳ Zinsen
„ x „ „ „ 6588 ℳ „

woraus sich ergiebt: x = 12 Jahre.

---

b) Leichtere ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1127. Es sind ausgeliehen 640 ℳ zu 5 %, 375 ℳ zu 4 %, 260 ℳ zu 3,5 %. Wie gross ist die Summe der Zinsen, die man nach 3 Jahren erhält?

Aufgabe 1128. Jemand hat 4500 ℳ Staatsschuldscheine zu $3\frac{1}{2}$ %, 5600 ℳ Aktien zu $4\frac{1}{2}$ % und eine Obligation zu 7900 ℳ zu 5 %. Wieviel Zinsen erhält er jährlich?

Aufgabe 1129. Ein zu 3,5 % verzinstes Kapital vermehrt sich durch die Zinsen halbjährlich um 8,75 ℳ. Wie gross ist das Kapital?

Aufgabe 1130. Die Kosten des Nordostseekanals sind auf 156 Millionen Mark veranschlagt, von denen 50 Millionen Preussen, 56 Millionen die deutsche Kriegskasse trägt und 50 Millionen anderweitig aufgebracht werden müssen. Da nun die Einnahme jährlich auf 4 Millionen berechnet worden ist, von denen 2 Millionen für Unterhaltungszwecke verbraucht werden, zu wieviel Prozent verzinst sich dann a) das ganze Kapital, b) der letzte Teil allein, wenn auf die übrigen keine Zinsen gerechnet werden?

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

r bis jetzt erschienenen Hefte

kan ede Buchhandlung bezogen werden.

H scheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart

1221. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1220. — Seite 177—192.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung von Heft 1220. — Seite 177—192.

Inhalt:

Z ... te Aufgaben aus der Zinsrechnung. — Leichtere und schwerere ungelöste Aufgaben. —
U ... Diskontrechnung. — Ueber das Wesen und die Arten des Diskonts. — Ueber den Diskont vom
H ... ber die Berechnung des Diskonts. — Gelöste und ungelöste Aufgaben. — Ueber die Berechnung der Barzahlung. — Gelöste und ungelöste Aufgaben.

Stuttgart 1893.

Verlag von Julius Maier.

...ändige Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens etc. etc. und zwar in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen nebst Angabe und Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen und alsdann auch alle Teile der reinen und angewandten Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die Lösungen hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen, etc.

Die Schüler, Studierenden und Kandidaten der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, Schritt für Schritt gelöste, Aufgabensammlung immerwährend an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum unfehlbaren Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren Prüfungen zu lösen haben, zugleich aber auch die überaus grosse Fruchtbarkeit der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem Lehrer soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des praktischen Teiles der mathematischen Disziplinen — zum Auflösen von Aufgaben — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, hiermit aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende Aufgaben zu lösen, die gehabten Regeln, Formeln, Sätze etc. anzuwenden und praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis für den Schul-Unterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den Ingenieuren, Architekten, Technikern und Fachgenossen aller Art, l... ...rs etc. etc. soll diese Sammlung zur Auffrischung der erworbenen und vielleicht verg... ...en mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre praktischen in allen B... ...e-zweigen vorkommenden Anwendungen einem toten Kapitale lebendige Kraft verleih... ...nd somit den Antrieb zu weiteren praktischen Verwertungen und weiteren Forschungen ...r.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische ...ufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der N... ...en verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der V... ...r, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird dere... ...ng thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshand...**

Aufgabe 1131. Jemand will $3\frac{1}{2}$ % Staatspapiere, die pari stehen, kaufen, so dass er jährlich 658 ℳ Zinsen erhält. Wieviel sind nötig?

Aufgabe 1132. Ein Staatspapier zu 4 % wird in 3,5 % umgewandelt. Wieviel müssen hinzugekauft werden, um dieselbe Zinsensumme wie früher, nämlich 1500 ℳ, zu erhalten? (Auf Hunderter abrunden.)

Aufgabe 1133. 1890 ist die 190751400 ℳ betragende 4 % sächsische Staatsschuld in $3\frac{1}{2}$ % umgewandelt worden. Wieviel spart dadurch Sachsen jährlich an Zinsen?

Aufgabe 1134. Die Bachkorrektion und Herstellung einiger Seitengräben zur Entwässerung eines Wiesenthales von 11,5 ha verursachten einen Kostenaufwand von 4350 ℳ. Zu wieviel Prozent verzinst sich das aufgewendete Kapital, wenn der jährliche Mehrertrag an Futter sich durchschnittlich auf 6525 kg (100 kg = 4 ℳ) beläuft?

Aufgabe 1135. A. hat eine versumpfte Wiese, welche bis jetzt jährlich 600 kg saures Heu (100 kg = 3,60 ℳ) lieferte, drainieren lassen mit einem Kostenaufwand von 84,80 ℳ. Jetzt erntet er 1000 kg süsses Heu (100 kg = 6,40 ℳ). Zu wieviel Prozent verzinst sich das Anlagekapital?

Aufgabe 1136. Wenn in einem Geschäfte durchschnittlich täglich die mit 36 ℳ eingekaufte Menge eines gangbaren Artikels mit 1 ℳ Gewinn verkauft und das zum Ankaufe verwendete Kapital im Jahre a) 12 mal, b) 10 mal umgesetzt wird, zu wieviel Prozent verzinst sich dieses Kapital?

Aufgabe 1137. Der Abtrieb eines Waldbestandes kann im 60 jährigen Alter bei einem Ertrage von 220 cbm zu 5 ℳ oder im 80 jährigen Alter bei einem Hiebe von 280 cbm zu 6 ℳ geschehen. Welches ist das finanziell vorteilhaftere Abtriebsalter, wenn bei der Verzinsung des Kapitals ein 4 % einfacher Zinsfuss berechnet wird?

Aufgabe 1138. Drei Brüder haben Geld geborgt. A. 875 ℳ zu 4,8 %; B. ebensoviel, er muss jährlich 42 ℳ Zinsen zahlen; C. muss für sein Kapital ebensoviel Prozente geben wie A. und ebensoviel Zinsen wie B. a) Wieviel Geld hat C. geborgt? b) Wieviel Prozent muss B. geben? c) Wieviel Zinsen zahlt A. halbjährlich?

Aufgabe 1139. A. bekommt jährlich von 5000 ℳ zu 4,5 % die Zinsen. B. spricht: Ich besitze mehr, denn ich bekomme schon dieselbe Zinsensumme zu $3\frac{1}{3}$ %. Wieviel besitzt er mehr?

Aufgabe 1140. Jemand hat drei Kapitalien ausgeliehen, welche in 3 Jahren zusammen 327 ℳ Zinsen bringen. Das eine, welches 600 ℳ beträgt, ist zu 4 % verliehen, das andere, welches zu 5 % aussteht, bringt jährlich 40 ℳ Zinsen, und das dritte ist zu 4,5 % verliehen. a) Wie gross ist jedes Kapital? b) Wieviel Zinsen bringt jedes jährlich? c) Zu wieviel Prozent müssten sie zusammen verliehen werden, wenn sie jährlich 109 ℳ Zinsen bringen sollten?

Aufgabe 1141. Jemand hatte eine Hypothek zu 4 % und bezog dafür 60 ℳ jährliche Zinsen. Von einer anderen gleichgrossen Hypothek bezog er 67,50 ℳ. Zu welchem Zinsfusse war diese ausgeliehen?

Aufgabe 1142. Für eine Menge Ware von 78 Zentner, die im Ankaufe auf 1023,75 ℳ gekommen war, löst ein Kaufmann für den Zentner 15,75 ℳ. Er gewinnt auf diese Weise

bei einem längeren Kredite, den er seinen Abnehmern giebt, mit seinem Kapitale 15 % fürs Jahr. Wie lange kreditierte er?

Aufgabe 1143. Das gesamte Anlagekapital der Eisenbahnen eines Staates im Betrage von 621 760 000 ℳ hat sich in einem Jahre zu 5,1 % verzinst und gegen das vorhergehende Jahr einen Mehrertrag von 3 108 800 ℳ geliefert. Es soll hieraus berechnet werden, a) wie gross der Gewinn der Eisenbahnen im zweiten Jahre war, und b) zu wieviel Prozent es sich im ersten Jahre verzinst hat.

Aufgabe 1144. Ein Kapitalist hatte ein Kapital zu 5 % ausgeliehen und ein zweites, welches 5 000 ℳ war, zu 4 %. Von beiden erhielt er zusammen nach $2\frac{1}{2}$ Jahren 3650 ℳ Zinsen. Wie gross war das erste Kapital?

Aufgabe 1145. Jemand kauft ein Pianino zu 875 ℳ Wieviel kostet ihm das Vergnügen jährlich, wenn angenommen wird, dass er sein Geld zu $3\frac{1}{2}$ % hätte ausleihen können, dass er für Stimmen etc. 7 ℳ bezahlt, und dass das Instrument jährlich $2\frac{1}{2}$ % an seinem Werte verliert?

Aufgabe 1146. 1 700 ℳ standen 2 Jahre lang auf Zinsen, davon 800 ℳ zu $3\frac{1}{4}$ % und 600 ℳ zu 5 %. Am Ende des 2. Jahres war das ganze Kapital nebst den Zinsen zu 1 832 ℳ angewachsen. Zu wieviel Prozent war der Rest verzinst?

Aufgabe 1147. Aus 5 040 ℳ Kapital zieht man bei $3\frac{1}{2}$ % in einer gewissen Zeit 529,20 ℳ Zinsen. Welches Kapital würde bei $4\frac{1}{6}$ % in derselben Zeit 225 ℳ Zinsen abwerfen?

Aufgabe 1148. Das Vermögen eines Rentners beträgt 44 200 ℳ Er hat dasselbe so angelegt, dass er wöchentlich 36 ℳ Zinsen erhält. Der eine Teil des Vermögens, 23 400 ℳ, ist zu 4 % ausgesetzt. Zu wieviel Prozent wird der andere Teil verzinst?

Aufgabe 1149. Bei einem Wucherer lieh jemand 600 fs und stellte dafür einen Schuldschein aus, in welchem er nach 6 Wochen 720 fs zu zahlen sich verpflichtete. Wieviel Prozent waren berechnet?

Aufgabe 1150. A. kauft ein Grundstück im Werte von 60 000 ℳ mit einer Anzahlung von 37 500 ℳ und verzinst den Rest der Kaufsumme mit 5 %. Zu wieviel Prozent verzinst sich das angezahlte Kapital, wenn der jährliche Mietertrag des Grundstückes a) 4 200 ℳ, b) 3 900 ℳ ist, und auf Steuern und Reparaturen jährlich 1 % des Gesamtwertes gerechnet werden muss?

Aufgabe 1151. Ein 3 % Papier steht 77, ein 3,5 % 86, ein 4 % 93, ein 4,5 % 99 und ein 5 % 106. Zu wieviel Prozent verzinst man in jedem derselben sein Geld?

Aufgabe 1152. Jemand leiht 3 000 ℳ zu 5 % und zahlt am Ende jedes Jahres an Kapital und Zinsen 500 ℳ zurück. Wann ist die Schuld getilgt und wie gross ist die letzte Zahlung?

Aufgabe 1153. Ein Vater hinterlässt 56 000 ℳ und hat bestimmt, dass seine 3 Söhne bei seinem Tode das Erbe zu gleichen Teilen bekommen sollen. 5 Jahre vor des Vaters Tod hatte aber der älteste Sohn bereits 11 300 ℳ erhalten, die ihm mit 4 % einfachen Zinsen angerechnet werden sollen. Wieviel bekommt jeder?

Aufgabe 1154. B. borgt von A. eine Summe auf $1\frac{2}{3}$ Jahre. A. verlangt 6 % und will die Zinsen für die ganze Zeit gleich abziehen. B. aber fordert Auszahlung der ganzen Summe. A. ist damit zufrieden, bedingt sich aber 7 % jährlich aus. Hat B. einen Vorteil erreicht?

Aufgabe 1155. A. lieh von B. 1 260 ℳ zu 8 % und erhielt von C. 2 520 ℳ zu 3,5 %. Nach einem Jahre trug er beide Summen mit den Zinsen ab. Wieviel Prozent hat A. durchschnittlich dafür bezahlt?

Aufgabe 1156. Ein Haus brachte 2 350 ℳ Mietertrag, wovon jedoch 5 % für Reparaturen und $1\frac{1}{2}$ % für Steuern in Abzug zu bringen sind. Zu wieviel Prozent hat es sich verzinst, wenn es beim Einkaufe mit 87 890 ℳ bezahlt wurde?

Aufgabe 1157. N. hat 10 Jahre lang bei jeder Lotterieziehung, deren jährlich zwei waren, $\frac{1}{10}$ Los gespielt. In dieser Zeit sind auf seine Nummer 3 Gewinne zu 200 ℳ, 1 Gewinn zu 500 ℳ und 1 zu 2 000 ℳ gefallen. Ein ganzes Los kostet 210 ℳ und jeder Gewinn erleidet 15 % Abzug. a) Wieviel hat N. ausgegeben? b) Wieviel hat er gewonnen? c) Wieviel hat er ohne Rücksicht auf Zinsen verloren? d) Wieviel würde er nach den 10 Jahren gespart haben, wenn er zu Beginn jedes Jahres den Betrag des Lotterieloses in die Sparkasse gelegt hätte bei Berechnung von 3,5 % einfachen Zinsen?

Aufgabe 1158. Die Chefs einer Fabrik stifteten bei einer Feier 14 000 ℳ Kapital mit der Bestimmung, dass von den 5 % Zinsen des Kapitals der 8. Teil stets zum Kapital geschlagen, $\frac{7}{8}$ aber dazu verwendet werden sollen, den seit 25 Jahren in der Fabrik beschäftigten Arbeitern eine Jahresrente wenn möglich von 100 ℳ zu gewähren. Der sich ergebende Rest wird ebenfalls zum Kapital geschlagen. Wie gestaltet sich die Rechnung in den ersten 3 Jahren, wenn im 1. Jahre 4 Arbeiter und im 3. Jahre noch 2 Anspruch auf die ausgesetzte Rente haben?

---

c) Schwerere ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1159. Wenn die Monatseinnahme eines Kapitalisten 144 ℳ beträgt, und $\frac{2}{3}$ der Zinsen von einem Kapitale kommen, das zu $3\frac{1}{3}$ % ausgeliehen ist, das letzte Drittel aber von einem Kapitale, das zu 4 % ausgeliehen ist, wieviel beträgt dann sein Vermögen?

Andeutung. Berechne das Kapital, welches zu $3\frac{1}{3}$ % an Zinsen $\frac{2}{3}$ von 144 ℳ giebt, und dasjenige, welches zu 4 % an Zinsen $\frac{1}{3}$ von 144 ℳ giebt, und addiere beide.

Aufgabe 1160. Man verleiht zu gleicher Zeit zwei Kapitalien, eins von 500 ℳ zu 3 %, das andere von 600 ℳ zu 5 %. In wieviel Jahren werden beide Kapitalien zusammen 126 ℳ Zinsen gebracht haben?

Andeutung. Berechne die Summe der Zinsen der beiden Kapitalien in 1 Jahre, und daraus durch einen einfachen Schluss die gesuchte Anzahl der Jahre.

Aufgabe 1161. Man verleiht zu gleicher Zeit zwei Kapitalien, eins von 1800 ℳ zu 4%, das andere von 2700 ℳ zu 5%. In wieviel Jahren haben beide Kapitalien zusammen 1449 ℳ Zinsen gebracht?

Andeutung. Siehe die Andeutung zur vorigen Aufgabe.

Aufgabe 1162. Jemand verleiht ein Kapital von 900 ℳ zu $5\frac{1}{2}$%, ein anderes zu gleicher Zeit zu 4%. Es werden die 6 Jahre lang rückständigen Zinsen mit 801 ℳ bezahlt. Wie gross ist das zweite Kapital?

Andeutung. Berechne die Zinsen des ersten Kapitals, subtrahiere sie von 801 ℳ und berechne aus den so gefundenen Zinsen, dem Zinsfusse 4 und der Zeit 6 Jahre das zweite Kapital.

Aufgabe 1163. Ein Rentner sagte: Könnte ich mein Vermögen zu $5\frac{3}{4}$% anstatt zu $4\frac{3}{4}$% anlegen, so würde ich jährlich 760 ℳ mehr Zinsen haben. Wie gross war sein Vermögen?

Andeutung. Die 760 ℳ Zinsen muss sein Vermögen zu soviel Prozent jährlich bringen, um wieviel der höhere Zinsfuss den niederen überragt.

Aufgabe 1164. Von einem Kapitale wird die Hälfte zu 4%, die andere zu $4\frac{1}{2}$% ausgeliehen. Wie gross ist das Kapital, wenn die jährlichen Zinsen zusammen 71,23 ℳ betragen?

Andeutung. Man nehme an, das Kapital sei 200 ℳ, berechne von ihm die jährlichen Zinsen und daraus durch Schlussansatz das gesuchte Kapital (siehe Aufgabe 1120).

Aufgabe 1165. Jemand hat $\frac{2}{3}$ seines Vermögens zu $4\frac{1}{2}$% und den Rest zu $3\frac{1}{2}$% verborgt; von den Zinsen braucht er jährlich 800 ℳ und spart dabei in 5 Jahren 1000 ℳ. Wie gross ist sein Vermögen?

Andeutung. Berechne zunächst die jährlichen Zinsen, die er einnimmt, gehe sodann vom Kapitale 300 ℳ aus und verfahre nach Aufgabe 1120.

Aufgabe 1166. Jemand hat $\frac{3}{8}$ seines Vermögens zu $4\frac{1}{2}$% und den Rest zu $5\frac{1}{2}$% ausgeliehen. Sämtliche Zinsen betragen in 3 Jahren 6 Monaten 12915 ℳ. Wie gross ist sein Kapital?

Andeutung. Berechne die jährlichen Zinsen. Nimm an, das Kapital sei 800 ℳ und verfahre nach Aufgabe 1120.

Aufgabe 1167. Ein Rentner nahm für sein Kapital, von dem $\frac{4}{5}$ zu 4% und $\frac{1}{5}$ zu $3\frac{1}{2}$% ausstand, jährlich 4875 ℳ Zinsen. Wie gross war sein Kapital?

Andeutung. Das Kapital sei 500 ℳ. Siehe Aufgabe 1120.

Aufgabe 1168. Ein Kapital ist zu $4\frac{2}{3}$ % jährlich ausgeliehen. In wieviel Jahren werden die Zinsen zusammen das $1\frac{3}{4}$-fache des Kapitals ausmachen?

Andeutung. Man nehme als Kapital 100 ℳ an und suche die Zeit, in welcher sie $\left(100 \cdot 1\frac{3}{4}\right)$ ℳ Zinsen bringen.

Aufgabe 1169. Jemand hat zwei Kapitalien ausgeliehen, das eine zu $3\frac{1}{2}$ %, das andere zu $4\frac{1}{2}$ %. Das zweite Kapital ist das $2\frac{1}{2}$-fache des ersten. Er sammelt die Zinsen und hat nach 4 Jahren an Kapital und Zinsen 69 530 ℳ. Wie gross ist sein Vermögen?

Andeutung. Nimm an, das erste Kapital sei 100 ℳ. Berechne dann von beiden Kapitalien die Zinsen für 4 Jahre und stelle das um die Zinsen vermehrte Kapital auf. Siehe Aufgabe 1121.

Aufgabe 1170. A. verleiht 16 800 ℳ zu $4\frac{1}{4}$ %. Ein Teil des Kapitals gehört ihm, den anderen hat er sich geborgt. Er zahlt dafür $3\frac{1}{2}$ %. Nach $6\frac{1}{2}$ Jahren hat er vom ganzen Kapital einen Zinsenüberschuss von 3003 ℳ. Wie gross ist der ihm gehörige Teil des Kapitals?

Andeutung. Berechne die jährlichen Zinsen von 16 800 ℳ zu $4\frac{1}{4}$ % und den jährlichen Zinsenüberschuss. Die Differenz beider giebt die Zinsenmenge des Kapitals, für welches er $3\frac{1}{2}$ % bezahlt.

Aufgabe 1171. N. verleiht ein Kapital von 21 500 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ %. Ein Teil desselben ist sein Eigentum, während er das Uebrige selbst zu $3\frac{3}{4}$ % geliehen hat. Nach $5\frac{2}{3}$ Jahren hat er einen Zinsenüberschuss von 3548,75 ℳ. Wie gross ist der ihm gehörige Teil des Kapitals?

Andeutung. Siehe die Andeutung zu Aufgabe 1170.

Aufgabe 1172. Zwei Kapitalien, die zusammen 28 500 ℳ betragen, bringen in $3\frac{1}{2}$ Jahren 4 777,50 ℳ Zinsen. Das eine ist zu $4\frac{1}{2}$ %, das andere zu 5 % ausgeliehen. Wie gross ist jedes der beiden Kapitalien?

Andeutung. Berechne die jährlichen Zinsen, die erhalten werden, sodann dieselben von 28 500 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ %. Suche die Differenz. Diese muss von dem Kapitale sein, welches zu 5 % ausgeliehen ist, und zwar zu $\frac{1}{2}$ % gerechnet.

Aufgabe 1173. Zwei Kapitalien, von denen das erste zu 4 %, das andere zu 4,5 % ausgeliehen ist, bringen in 2 Jahren 6 Monaten zusammen 1 080 ℳ Zinsen. Das zweite ist um 1 100 ℳ grösser als das erste. Wie gross ist jedes Kapital?

Andeutung. Wie gross sind die jährlichen Zinsen des gesamten Kapitals und die von 1 100 ℳ? Dann bleiben für die beiden gleichen Kapitalien 382,50 ℳ. Jedes sei 100 ℳ, dann geben sie 8,50 ℳ etc.

Aufgabe 1174. Zwei Kapitalien, von denen das eine zu 4 %, das andere zu 5 % ausgeliehen ist, bringen in 4 Jahren 9 Monaten zusammen 3 586,25 ℳ Zinsen. Jenes ist um 2 500 ℳ kleiner als dieses. Wie gross ist jedes der Kapitalien?

Andeutung. Die Differenz aus den einjährigen Zinsen beider Kapitalien und von 2 500 ℳ zu 5 % sind die Zinsen zweier gleichen Kapitalien, von denen eins zu 4 %, das andere zu 5 % ausgeliehen ist (siehe Andeutung zu Aufgabe 1173).

Aufgabe 1175. Ein Kapital von 850 ℳ war zu einem gewissen Prozentsatze ausgeliehen, ein anderes von 750 ℳ 1 % höher. Beide Kapitalien hatten in 4 Jahren zusammen 286 ℳ Zinsen gebracht. Zu wieviel Prozent war jedes ausgeliehen?

Andeutung. Berechne, wieviel Zinsen das zweite Kapital mehr giebt. Der Rest sind die Zinsen von 850 ℳ + 750 ℳ zu demselben Zinsfusse.

Aufgabe 1176. Zwei Kapitalien, das eine von 11 500 ℳ, das andere von 6 500 ℳ, bringen in 18 Monaten 1 203,75 ℳ Zinsen. Der jährliche Zinsfuss des ersten ist 1,5 % höher als der des zweiten. Zu wieviel Prozent ist jedes ausgeliehen?

Andeutung. Siehe die Andeutung zur vorhergehenden Aufgabe.

Aufgabe 1177. 330 ℳ wurden zu 5 % am 1. Jan. 1887 ausgeliehen. Am 1. Jan. 1893 werden 825 ℳ zu 4 % verborgt. An welchem Tage werden beide Kapitalien dieselbe Zinsenmenge gebracht haben?

Andeutung. Wieviel Zinsen bringt das zweite Kapital jährlich mehr? Wieviel Jahre muss es ausgeliehen werden, um soviel Zinsen mehr zu bringen wie das erste in 6 Jahren? Siehe Aufgabe 1125.

Aufgabe 1178. 550 ℳ stehen zu 4 % auf Zinsen. 4 Jahre 6 Monate später werden 800 ℳ zu 5 % ausgeliehen. Nach wieviel Jahren werden beide Kapitalien gleichviel Zinsen gebracht haben?

Andeutung. Siehe die Andeutung zur vorhergehenden Aufgabe.

Aufgabe 1179. Ein Kapital von 7 200 ℳ ist in einiger Zeit mit den Zinsen auf 7 854 ℳ angewachsen. $\frac{1}{8}$ der Zeit stand es zu 4 %, $\frac{1}{4}$ derselben zu $4\frac{1}{2}$ % und die übrige Zeit zu 5 %. Wie lange war das Kapital ausgeliehen?

Andeutung. Nimm an, das Kapital wäre 12 Jahre lang ausgeliehen und berechne für diese Zeit nach den Angaben der Aufgabe die Zinsen. Die wirkliche Zeit wird durch einen einfachen Schluss gefunden. Siehe Aufgabe 1126.

Aufgabe 1180. A. hatte an B. am 1. Jan. 1891 geliehen 3648 ℳ und erhielt das Kapital mit den Zinsen im Gesamtbetrage von 4236,24 ℳ zurück. $\frac{1}{9}$ der Zeit musste B. 4 %, $\frac{1}{6}$ der Zeit 5 %, $\frac{1}{4}$ der Zeit 6 % und die übrige Zeit $5\frac{1}{2}$ % Zinsen bezahlen. Wann zahlte B. Kapital und Zinsen zurück?

Andeutung. Nimm an, das Kapital sei 36 Jahre ausgeliehen, und verfahre im übrigen nach Aufgabe 1126.

Aufgabe 1181. Drei Kapitalien, die im Versältnis 3 : 5 : 7 standen, und von welchen das erste zu 4,5 %, das zweite zu 4,75 % und das dritte zu 5 % angelegt war, ergaben in 2 Jahren und 8 Monaten zusammen 41616 ℳ Zinsen. Wie gross waren jene Kapitalien?

Andeutung. Berechne die eingehenden jährlichen Zinsen. Nimm an, das gesamte Kapital sei (300 + 500 + 700) ℳ, und berechne davon nach den Angaben der Aufgabe die jährlichen Zinsen. Durch die Schlussrechnung findet man zunächst das gesamte und dann die einzelnen Kapitalien.

J. Ueber die Diskontrechnung.

Anmerkung 16. Ueber den Diskont und seine Berechnung, falls der Diskontfuss für die in Betracht kommende Zeit gegeben ist, wurde bereits in Abschnitt G. No. 4 gehandelt. Derselbe ist daher von dem Lernenden zu wiederholen, bevor er diesen Abschnitt durchnimmt, welcher die Diskontberechnung mit Rücksicht auf die Zeit lehrt.

1) Ueber das Wesen und die Arten des Diskonts.

Frage 79. Worin besteht das Wesen des Diskonts?

Erkl. 808. Für den Namen Diskont werden sehr häufig die gleichbedeutenden Wörter Skonto, Escompte oder Dekort benutzt; falsch ist aber die Bezeichnung Rabatt (siehe die Antwort zu Frage 37).

Während die Zinsrechnung neben anderen die Frage beantwortet, zu welcher Summe ein Kapital mit seinen Zinsen in einer gewissen Zeit anwächst, also den zukünftigen Wert einer Geldmenge bestimmt, beschäftigt sich die Diskontrechnung mit der Berechnung des gegenwärtigen Wertes einer später fälligen Geldmenge.

Antwort. Wird eine Schuldsumme eine gewisse Zeit vor dem Fälligkeitstermine bezahlt, so büsst der Schuldner die Zinsen ein, die er für diesen Zeitraum von der bezahlten Summe geniessen könnte, während sie dem Gläubiger zu gute kommen. Zum Ausgleiche muss dieser daher dem Schuldner eine Entschädigung in der Höhe dieser Zinsen gewähren, welche von der Schuldsumme in Abzug gebracht wird. Man nennt diese Zinsentschädigung Diskont und die geleistete Zahlung den gegenwärtigen Wert der Schuldsumme (siehe Erkl. 303).

Frage 80. Welche Grössen kommen bei der Diskontrechnung vor, und welche Bezeichnungen werden dafür gewählt?

Antwort. Bei der Diskontrechnung kommen vor die Schuldsumme S, der

Erkl. 304. Der Diskontfuss wird in Prozenten angegeben, bezieht sich also wie der Zinsfuss auf 100 Einheiten und 360 oder 365 Tage (1 Jahr), seltener auf 1 Monat.

gewährte Diskont D, welcher nach dem Diskontfusse p (siehe Erkl. 304) für den betreffenden Zeitraum t berechnet wird, und die Barzahlung B.

Frage 81. Welche Arten von Diskont unterscheidet man?

Antwort. Man unterscheidet Diskont vom Hundert und Diskont auf Hundert.

Frage 82. Wie heisst der vollständige Erklärungssatz für p % Diskont vom Hundert?

Erkl. 305. Ist der Diskontfuss nicht fürs Jahr, sondern für das betreffende Ziel (siehe die Antwort zu Frage 36) gegeben, z. B. 2 % für 4 Monate, so ist der jährliche Diskont leicht durch Multiplikation zu finden (2 % für 4 Monate = 6 % für 1 Jahr; $\frac{1}{3}$ % für 1 Monat = 4 % für 1 Jahr; $\frac{1}{2}$ % für 2 Monate = 6 % für 1 Jahr etc.).

Antwort. p % Diskont vom Hundert heisst: Auf 100 Einheiten Schuldsumme kommen p Einheiten Diskont, die Barzahlung beträgt also (100 — p) Einheiten bei einer Vorauszahlung von 1 Jahre (= 12 Monaten = 52 Wochen = 360 oder 365 Tagen (siehe Erkl. 305).

4 % Diskont vom Hundert heisst: Auf die Schuldsumme 100 ℳ kommen 4 ℳ Diskont. Die Barzahlung ist 96 ℳ bei einjähriger Vorausbezahlung.

Frage 83. Wie heisst der vollständige Erklärungssatz für p % Diskont auf Hundert?

Erkl. 306. 5 % Diskont vom Hundert und 5 % Diskont auf 100 nebeneinander gestellt ergeben:

	Schulds.	Barz.	Diskont	Jahre
vom	100	95	5	1
auf	105	100	5	1

Man erkennt, dass vom Hundert für den Schuldner vorteilhafter ist.

Antwort. p % Diskont auf Hundert heisst: Auf 100 Einheiten Barzahlung kommen p Einheiten Diskont. Die Schuldsumme ist dann (100 + p) Einheiten bei einjähriger Vorauszahlung (siehe Erkl. 306).

4 % Diskont auf Hundert heisst: Auf eine Barzahlung von 100 ℳ kommen 4 ℳ Diskont, die Schuldsumme ist 104 ℳ bei einjähriger Vorauszahlung.

Frage 84. Welche von beiden Arten der Diskontberechnung ist die richtige?

Antwort. Aus dem Wesen des Diskonts (Frage 79) geht hervor, dass nur eine von beiden Arten richtig sein kann, da auf die Frage nach dem gegenwärtigen Werte einer Summe offenbar keine zweideutige Antwort möglich ist. Diese Frage lautet: Welche Summe wächst nebst ihren Zinsen zu p % im gegebenen Zeitraume auf die Schuldsumme S an? Hierauf giebt die Diskontrechnung auf Hundert die einzig richtige

Erkl. 307. Bei Diskont vom Hundert gestaltete sich dies Beispiel in folgender Weise:
100 ℳ Schuldsumme geben 4 ℳ Diskont
3120 ℳ „ „ 124,80 ℳ „
bei einjähriger Vorauszahlung. Ich hätte also jetzt nur (3120 — 124,80) ℳ = 2995,20 ℳ zu

bezahlen. Der Gläubiger hat demnach am Schlusse des Jahres:

die Barzahlung von	2995,20 ℳ
und die Zinsen zu 4 % davon . .	119,80 ℳ
im ganzen	3115,00 ℳ

Da er aber am Schlusse des Jahres 3120 ℳ zu fordern hat, so erleidet er auf diese Weise eine Einbusse von 5 ℳ, die dem Schuldner zu gute kommen.

Viel auffälliger ist der Unterschied bei grösseren Zeiträumen (siehe Aufgabe 1296).

Antwort. Denn lege ich jetzt z. B. 3000 ℳ zu 4 % zinsbar an, so erhalte ich nach 1 Jahre 120 ℳ Zinsen, die 3000 ℳ sind also auf 3120 ℳ angewachsen. Habe ich nun nach 1 Jahre 3120 ℳ zu bezahlen, so kann ich jetzt 3000 ℳ dafür entrichten, denn der Empfänger nimmt ein 1) die Zahlung von 3000 ℳ, 2) die Zinsen davon für 1 Jahr 120 ℳ, im ganzen 3120 ℳ, wie er zu fordern hatte (siehe Erkl. 307).

Frage 85. Wann wendet man die Diskontrechnung auf Hundert, wann die vom Hundert an?

Erkl. 308. Im kaufmännischen Verkehr kommt die Diskontierung vom Hundert hauptsächlich bei Wechseln vor (siehe den III. Teil dieses Lehrbuches). Diese sind Zahlungsversprechungen, welche auf einen gewissen Tag lauten. Der Besitzer eines solchen kann aber schon vorher über die Summe verfügen, wenn er den Wechsel unter Abzug des Diskonts weiter begiebt. Die Banken legen ihre baren Gelder gern in sicheren Wechseln an, da sie einen guten Zinsgenuss (d. i. der Diskont) abwerfen und im Bedarfsfalle durch Weiterbegeben in bares Geld umgewandelt werden können.

Antwort. Die Diskontberechnung auf Hundert wird überall da angewendet, wo es sich um Genauigkeit handelt, vor allen in den Fällen, wo die Zeit der Vorauszahlung mehrere Jahre beträgt, und vor Gericht und Behörden (bei Erbregulierungen, Auszahlung von Legaten und Vermächtnissen vor dem Verfallstermine, Abänderung von Kaufkontrakten), während der Diskont vom Hundert ausschliesslich im kaufmännischen Verkehr genommen wird (siehe Erkl. 308).

Frage 86. Warum wird im kaufmännischen Verkehr die falsche Diskontierung vom Hundert bevorzugt?

Erkl. 309. Man kann auch als Grund der gebräuchlichen Diskontierung vom Hundert den anführen, dass der Gläubiger den Diskontfuss so einrichtet, dass er dabei seine Rechnung findet, also bei Diskont vom Hundert einen niederen Abzug gewährt, als wenn die Berechnung nach Prozenten auf Hundert erfolgen würde.

Antwort. Vielfach dürfte es gar nicht bekannt sein, dass die allgemein gebräuchliche Rechnung falsch ist. Da es sich aber hier meist um kleine Zeiträume handelt und bei diesen der Unterschied gering ist, der Kaufmann aber bald als Schuldner bald als Gläubiger auftritt, dadurch also das eine Mal Vorteil, das andere Mal Nachteil hat, was sich im allgemeinen ausgleichen mag, so zieht man die bei weitem bequemere Diskontierung vom Hundert der auf Hundert vor (siehe Erkl. 309).

Frage 87. Welche Aufgabengruppen sind bei der Diskontrechnung zu unterscheiden?

Antwort. Es sind 5 Grössen S, B, D, p, t (siehe Frage 80) vorhanden, von denen 3 gegeben sein müssen (siehe

Erkl. 310. Zwischen diesen 5 Grössen bestehen 2 Gleichungen, aus denen sich 2 unbekannte Grössen ermitteln lassen, wenn die 3 anderen gegeben sind. Eine dieser Gleichungen ergiebt sich daraus, dass die Barzahlung B gleich ist der Schuldsumme S weniger dem Diskont D, also:

$$\begin{cases} B = S - D, \text{ woraus folgt:} \\ S = B + D \\ D = S - B \end{cases}$$

Die andere ist in dem Erklärungssatze von p °/o erhalten, welcher der Bedingungs- oder Fragesatz einer viergliedrigen Regeldetriaufgabe ist. Es mag dabei zugleich erwähnt sein, dass wohl Schuldsumme, Barzahlung und Diskont in geradem Verhältnisse stehen, nicht aber Barzahlung (Schuldsumme) und Zeit.

Erkl. 310). Also ergeben sich für jede der beiden Arten folgende 12 Aufgaben:

Gesucht:	Gegeben:
D	1. S, p, t 2. B, p, t
B	3. S, p, t 4. D, p, t
S	5. D, p, t 6. B, p, t
p	7. S, D, t 8. B, D, t 9. S, B, t
t	10. S, D, p 11. B, D, p 12. S, B, p

2) Ueber den Diskont vom Hundert.

a) Ueber die Berechnung des Diskonts.

Frage 88. Wie berechnet man den Diskont D aus der Schuldsumme S, dem Diskontfuss p und der Zeit der Vorauszahlung t?

Antwort. Aus dem Erklärungssatze von p °/o Diskont berechnet man zunächst den Diskont für die Schuldsumme 100 auf t Tage (obere Figur) und dann den gesuchten Diskont D (untere Figur).

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100	100 — p	p	360
100		$\frac{pt}{360}$	t
S		x = D	

$$1) \ldots x = \frac{Spt}{36000}$$

Betrachtet man die Schuldsumme als ein Kapital, so heisst diese Formel: Der Diskont vom Hundert wird von der Schuldsumme geradeso wie die Zinsen berechnet, es ist also eine Wiederholung des Ansatzes nicht notwendig.

Erkl. 311. Man wird sehen, dass diese Form des Ansatzes bei allen 12 Aufgaben wiederkehrt und in ähnlicher Weise Anwendung bei der Berechnung von Diskont auf 100 findet. Man hat sich also nur diesen genau zu merken, um in leichter Weise sich für jeden Fall zurecht zu finden. Man gewöhne sich daran, die erste Zeile unter den Ueberschriften Zeile des Diskontfusses, die zweite Zeile der Zeit, die dritte Zeile der gegebenen Schuldsumme oder Barzahlung oder des gegebenen Diskonts zu nennen. Diese Form des Ansatzes wird hier zum ersten Male veröffentlicht.

Frage 89. Wie berechnet man den Diskont D aus der Barzahlung B, dem Diskontfusse p und der Zeit der Vorauszahlung t?

Erkl. 312. Die Formel 2) erhält man aus der darüberstehenden, wenn man den Divisor in den Nenner setzt und ihn mit 360, dem schon vorhandenen Nenner, multipliziert. Sollte die Zeit der Vorauszahlung in Monaten gegeben sein, so tritt hier wie bei den anderen Aufgaben des Diskonts im Ansatz 12 und bei Jahren 1 an Stelle von 360. In den Formeln hat man dann 1200 oder 100 für 36000 einzusetzen.

Antwort. Man verfährt in ganz ähnlicher Weise, wie bei voriger Frage:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100	100 — p	p	360
100	$100 - \frac{pt}{360}$	$\frac{pt}{360}$	t
	B	x = D	

$$D = \frac{Bpt}{360} : \left(100 - \frac{pt}{360}\right)$$

$$2) \ldots D = \frac{Bpt}{36000 - pt} \text{ (siehe Erkl. 312).}$$

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1182. Eine Schuldsumme von 546 ℳ wird 55 Tage vor ihrer Verfallszeit mit 6 % jährlichem Diskont bezahlt. Wie gross ist derselbe?

Erkl. 313. Der Diskont erhält die Benennung des Kapitals. Beim Ansatze lässt man diese am besten weg. Streng genommen hätte man zu rechnen:

$$D = 6 \text{ ℳ} \cdot \frac{55 \text{ Tage}}{360 \text{ Tage}} \cdot \frac{546 \text{ ℳ}}{100 \text{ ℳ}}$$

Da die beiden Quotienten, mit denen 6 ℳ zu multiplizieren sind, unbenannte Zahlen ergeben, so erhält das Produkt in der That die Benennung Mark.

Auflösung vermittelst Ansatzes (Frage 88). Es ist p = 6, t = 55 und S = 546.

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100		6	360
100		$\frac{6 \cdot 55}{360}$	55
546		D	

$$D = \frac{6 \cdot 55 \cdot 546}{360 \cdot 100} \text{ ℳ} = 5{,}05 \text{ ℳ (s. Erkl. 313.)}$$

Aufgabe 1183. Ein am 20. September fälliger Wechsel von 860 ℳ wird am 14. Aug. zu 4 % diskontiert. Wieviel Diskont ist abzuziehen?

Erkl. 314. Betreffs der Ermittelung der Tage gelten dieselben Regeln wie bei der Zinsrechnung.

Auflösung nach Formel 1). Es ist zu setzen S = 860, p = 4 und t = 36 (siehe Erkl. 314). Man erhält:

$$D = \frac{860 \cdot 46}{9000} \text{ ℳ} = 3{,}44 \text{ ℳ}$$

Aufgabe 1184. A. verkauft gegen dreimonatliches Ziel oder $\frac{1}{2}$ % monatlichen Diskont am 2. März 420 Zentner Kartoffeln zu 2,80 ℳ. Die Schuldsumme wird am 17. April bezahlt. Wieviel Diskont darf abgezogen werden?

Erkl. 315. Die Formel 1) für die Zeit in Monaten lautet:

$$D = \frac{S\,p\,t}{1200}$$

Auflösung. 420 Ztr. à 2,80 ℳ = 1176 ℳ ist die Schuldsumme. $\frac{1}{2}$ % für 1 Monat = 6 % fürs Jahr. Die Schuldsumme ist fällig 3 Monate nach dem 2. März, d. i. am 2. Juni. Vom 17. April bis 2. Juni sind 45 Tage oder $\frac{3}{2}$ Monate, also ist $t = \frac{3}{2}$ und

$$D = \frac{1176 \cdot 6 \cdot 3}{2 \cdot 1200} \text{ ℳ} = 8{,}82 \text{ ℳ (s. Erkl. 315).}$$

Aufgabe 1185. Für eine Schuld wurden 55 Tage vor dem Fälligkeitstermine nach Abzug von 6 % Diskont 541 ℳ bezahlt. Wieviel Diskont war abgezogen worden?

Erkl. 316. Vergl. die Aufgabe 1182. Für diesen Fall (Barzahlung gegeben) empfiehlt es sich jedesmal den Ansatz aufzustellen, da diese Art Aufgabe seltener vorkommt, es sich also nicht lohnt die Formel 2) auswendig zu lernen.

Auflösung vermittelst Ansatzes (Frage 89).

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100	94	6	360
100	$99\frac{1}{12}$	$\frac{11}{12}$ *)	55
	541	D	

$$D = \frac{541 \cdot 11}{1189} \text{ ℳ} = 5 \text{ ℳ (s. Erkl. 316).}$$

Die Figur ist dieselbe wie bei Frage 89. Es ist nicht nötig sie einzuzeichnen.

*) $\frac{11}{12}$ ist $\frac{55 \cdot 6}{360}$

Aufgabe 1186. A. bezahlte am 13. Mai eine Schuld, welche am 17. Juni fällig war, bei 4,5 % Diskont mit 448,50 ℳ. Wieviel Diskont war gewährt worden?

Erkl. 317. Es sei daran erinnert, dass eine Summe oder Differenz dividiert wird, indem man jedes Glied derselben dividiert. — Man mache es sich zum Grundsatz, derartige Ausdrücke erst nach möglichster Vereinfachung auszurechnen.

Die Formel 2) würde genau denselben Wert ergeben.

Auflösung vermittelst Ansatzes:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100		4,5	360
	$100 - \frac{4{,}5 \cdot 64}{360}$	$\frac{4{,}5 \cdot 64}{360}$	64
	448,5	D	

$$D = \frac{448{,}5 \cdot 4{,}5 \cdot 64}{36000 - 4{,}5 \cdot 64} = \frac{448{,}5 \cdot 288}{36000 - 288}$$

gekürzt mit 36 und dann mit 8 (s. Erkl. 317):

$$\frac{448{,}5 \cdot 8}{1000 - 8} = \frac{448{,}5}{125 - 1} = \frac{448{,}5}{124}$$

Der Diskont beträgt 3,62 ℳ.

β) Ungelöste Aufgaben.

Diskontiere folgende Posten:

	Schulds.	Diskontfuss (%)	Zeit d. Vorausz.		Schulds.	Diskontfuss (%)	Zeit d. Vorausz.
1187.	300 ℳ	5	3 Jahre	1193.	945,50 Rb	3,5	3 Monate
1188.	6,25 ℳ	6	2 Jahre 8 Mon.	1194.	280 Cor	4	73 Tage
1189.	500 ℳ	3	4 Monate	1195.	35,60 Cor	6	118 Tage
1190.	750 fs	4	1 Mon. 15 Tg.	1196.	436,75 fl	5	99 Tage
1191.	830 fs	5	2 Monate	1197.	62,80 fl	5	64 Tage
1192.	5 380 Rb	6	2 Mon. 15 Tg.	1198.	3 612,40 fl	4,5	144 Tage

Wie gross ist der Diskont von folgenden Schuldsummen:

	Schuldsumme	Diskontfuss (%)	Verfallstermin	Diskontiert am
1199.	1 200 ℳ	$4\frac{1}{2}$	19./8.	10./7.
1200.	250 £	4	10. Oktober	25. August
1201.	1 680 £	4	16. Juli	1. Mai
1202.	600 fs	3	12. Juni	19. Mai
1203.	2 510,50 Kronen	$3\frac{1}{2}$	25./4.	19./2.
1204.	1 145 fl h	$4\frac{1}{2}$	30./9.	3./8.
1205.	725 Cor	3	1. Mai	22. März
1206.	5 246,85 Cor	5	15. September	9. Juli
1207.	672,30 Rb	$3\frac{1}{2}$	21./6.	13./4.
1208.	826,45 fs	$3\frac{3}{4}$	19./11.	1./9.
1209.	2 500 $	6	1. Dezember	18. Oktober
1210.	826,75 $	$5\frac{1}{2}$	23./6.	1./4.
1211.	1 639,25 $	$5\frac{3}{4}$	31./8.	12./6.
1212.	736,50 $	5	12. Mai	9. März
1213.	£ 283·12·6	$3\frac{1}{2}$	25./6.	6./5.
1214.	£ 471·11·9	$3\frac{3}{4}$	29./9.	12./8.

(1209–1214: Tage genau, Jahr 365 Tage)

Aufgabe 1215. B. erhält 4 400 kg à 14 ₰, Ziel 3 Monate oder 8 % Diskont fürs Jahr. Er bezahlt 1 Monat nach Empfang. Wieviel Diskont darf er abziehen?

Aufgabe 1216. Am 25. März kaufte A. 8 Fässer Raffinad Netto 73 Zentner 62 ℔ zu 46,75 ℳ pr. Zentner, Ziel 3 Monate oder bei früherer Zahlung mit 6 % Diskont. Die Zahlung soll am 9. April erfolgen. Wieviel beträgt der Diskont?

Aufgabe 1217. Ein Bankhaus diskontiert am 4. Juli zu $4\frac{1}{2}$ % folgende Wechsel: 1170,50 ℳ fällig am 9. August und 540 ℳ fällig am 21. Oktober. Wieviel Diskont kommt bei jedem in Abrechnung?

Aufgabe 1218. Eine Schuldsumme wurde nach Kürzung von 3 % Diskont auf 3 Monate bar mit 402,70 ℳ bezahlt. Wieviel betrug der Diskont?

Aufgabe 1219. N. bezahlte am 3. August bar 6431,20 ℳ unter Abzug von 5 % Diskont auf 2 Monate. Wieviel beträgt der Diskont?

Aufgabe 1220. Ein am 7. Juni fälliger Wechsel wurde am 20. Mai bei 6 % Diskont mit 14637,95 ℳ bar bezahlt. Wieviel Diskont hatte man abgezogen?

Aufgabe 1221. Am 12. August erhielt A. für einen Wechsel, welcher am 1. Oktober fällig war, nach Abzug von 5 % Diskont 673,50 ℳ. Wieviel beträgt der Diskont?

Aufgabe 1222. Berechne von folgenden Barzahlungen den Diskont:

a)	722,99 ℳ	bezahlt	am	20. Juni,	fällig	am	10. Juli	mit	5 %	Diskont
b)	2734,70 ℳ	„	„	1. August,	„	„	21. November	„	3 %	„
c)	1993,67 ℳ	„	„	16. Januar,	„	„	5. Februar	„	6 %	„
d)	8566,93 ℳ	„	„	6. Mai,	„	„	18. Juni	„	4 %	„
e)	901,11 ℳ	„	„	3. Februar,	„	„	3. April	„	3,5 %	„

---

b) Ueber die Berechnung der Barzahlung.

Frage 90. Wie berechnet man die Barzahlung aus der Schuldsumme, dem Diskontfusse und der Zeit der Vorauszahlung?

Erkl. 318. Hierher gehört die Formel 72) des Formelverzeichnisses.

Antwort. Man berechne zunächst den Diskont nach Formel 1) und ziehe ihn von der Schuldsumme ab (s. Erkl. 318).

Frage 91. Wie berechnet man die Barzahlung B aus dem Diskont D, dem Diskontfusse p und der Zeit der Vorauszahlung t?

Erkl. 319. Die Formel 3) ergiebt sich aus der darüberstehenden Zeile, wenn man Dividend und Divisor mit 360 multipliziert. — Führt man die Multiplikation und Division in 3) aus, so folgt:

$$B = \frac{D \cdot 36000}{pt} - D$$

d. h.: Man berechne zunächst die Schuldsumme nach Formel 4) und ziehe den Diskont davon ab.

Antwort. Ableitung der Formel (zuerst wird der Diskont für 100 und die Zeit t berechnet, obere Figur, dann das gesuchte B, untere Figur):

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100	100 — p	p	360
	$100 - \frac{pt}{360}$	$\frac{pt}{360}$	t
	x = B	D	

$$B = D\left(100 - \frac{pt}{360}\right) : \frac{pt}{360}$$

$$3) \ldots B = \frac{D\,(36000 - pt)}{pt} \text{ (s. Erkl. 319).}$$

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1223. Wieviel ist für eine Schuld von 4 280 ℳ, fällig nach 1 Jahre 6 Monaten, bei 4 % Diskont bar zu entrichten?

Auflösung. Schuldsumme . 4 280,00 ℳ
— Diskont zu 4 % auf $1\frac{1}{2}$ Jahr 256,80 ℳ
bleibt zu zahlen 4 023,20 ℳ

Aufgabe 1224. Ein Wechsel von 1239,50 ℳ, ausgestellt am 5. August, 1 Monat dato (siehe Erkl. 320), wird am 16. August mit 5 % Diskont und $\frac{1}{4}$ % Provision diskontiert (Tage genau). Wieviel beträgt die bare Zahlung?

Erkl. 320. Ein Wechsel ausgestellt 1, 2, 3 Monate dato, heisst der Wechsel ist 1, 2, 3 Monate nach dem Ausstellungstage fällig oder muss an diesem Tage bezahlt werden.

Auflösung. Schuldsumme . 1 239,50 ℳ
— Diskont zu 5 % auf 20 Tage 3,44 ℳ
— $\frac{1}{4}$ % von 1 239,50 ℳ . . 3,09 ℳ
wird bezahlt 1 232,97 ℳ

Man merke: Die Wechselspesen (Provision und Kurtage) sind stets von der vollen Wechselsumme (Schuldsumme) zu berechnen.

Aufgabe 1225. Am 25. Mai kauft jemand einen Wechsel von 4 760 ℳ, fällig am 13. Juni, unter Anrechnung von 5 % Diskont und $\frac{1}{2}$ % Provision. Wieviel muss er dafür zahlen?

Erkl. 321. Beim Einkaufe sind die Spesen zu addieren, sie erhöhen den Kaufpreis, beim Verkaufe aber abzuziehen, sie vermindern den Ertrag.

Auflösung. Wechselsumme . 4 760,00 ℳ
— 5 % Diskont auf 18 Tage . 11,90 ℳ
4 748,10 ℳ
+ $\frac{1}{2}$ % Provision von 4 760 ℳ 23,80 ℳ
sind zu bezahlen 4 771,90 ℳ
(siehe Erkl. 321).

Aufgabe 1226. Am 16. Mai werden 3 Schock Bretter, jedes 5,50 m lang, 45 cm breit, 25 mm dick, mit 48 ℳ für das Kubikmeter gekauft, Ziel 3 Monate. Wieviel ist am 5. Juni zu zahlen, wenn 4,5 % Diskont gewährt werden?

Erkl. 322. Der Kubikinhalt eines rechtwinkligen Parallelepipedons ist gleich dem Produkte dreier aneinander stossender Seiten, ausgedrückt in derselben Längeneinheit, und erhält die der betreffenden Längeneinheit entsprechende Körpereinheit zur Benennung: m — cbm, cm — ccm, mm — cmm.

Auflösung. Der Kubikinhalt eines Brettes ist $5{,}5 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}025$ cbm (s. Erkl. 322), also der von 180 Stück das 180-fache = 11,1375 cbm. Diese kosten $(11{,}1373 \cdot 48)$ ℳ = 534,60 ℳ. Der Fälligkeitstermin ist der 16. August, also ist vom 5. Juni bis 16. August, d. i. für 71 Tage, der Diskont zu berechnen. Dieser ist $\frac{534{,}60 \cdot 9 \cdot 71}{2 \cdot 36000}$ ℳ = ... 4,75 ℳ
Also bleiben zu bezahlen . . . 529,85 ℳ

Aufgabe 1227. Eine am 7. September fällige Schuld wurde unter Abzug von 35,86 ℳ Diskont zu 4 % am 12. Juli bar bezahlt. Wie gross war die Barzahlung?

Erkl. 323. Probe: Die Schuldsumme ist:

5832,14 ℳ + 35,86 ℳ = 5868,00 ℳ
davon 4 % Diskont auf 55 Tage 35,86 ℳ
5832,14 ℳ

$$\frac{5868 \cdot 55}{9000} = \frac{652 \cdot 55}{1000} = 35{,}86$$

Auflösung vermittelst Ansatzes:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100	96	4	360
	$100 - \frac{4 \cdot 55}{360}$	$\frac{4 \cdot 55}{360}$	55
	x	35,86	

$$x = \frac{35{,}86\,(36000 - 4 \cdot 55)}{4 \cdot 55} = \frac{35{,}86\,(1800 - 11)}{11}$$
$$= 3{,}26 \cdot 1789 = 5832{,}14$$

Die Barzahlung ist 5832,14 ℳ (siehe Erkl. 323).

Aufgabe 1228. Auf welche Barzahlung kommt bei 5 % Diskont für 48 Tage ein Abzug von 4,75 ℳ?

Erkl. 324. Für diesen Fall (Diskont gegeben, Barzahlung gesucht) empfiehlt es sich auch den Ansatz zu wiederholen, da sich ein Einprägen der Formel nicht lohnt.

Auflösung durch die Formel 3). Man setze ein D = 4,75; p = 5; t = 48.

$$B = \frac{4{,}75\,(36000 - 5 \cdot 48)}{5 \cdot 48} ℳ = (4{,}75 \cdot 149) ℳ$$
$$= 707{,}75 ℳ$$ (siehe Erkl. 324).

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1229. Wie heisst der gegenwärtige Wert einer nach 2 Jahren fälligen Schuldsumme von 5 890 ℳ bei Berechnung von 3 % Diskont?

Aufgabe 1230. Eine Schuldsumme, 498,60 ℳ, wurde 7 Monate vor ihrer Verfallszeit mit 6 % Diskont bezahlt. Wie gross war die Barzahlung?

Aufgabe 1231. Ein Wechsel von 37 415 ℳ ist für 3 Monate mit 4 % zu diskontieren, wieviel beträgt die Zahlung?

Aufgabe 1232. Ein Wechsel von 18 746 ℳ wird für 2 Monate 15 Tage mit $5\frac{1}{2}$ % diskontiert. Wieviel wird dafür bezahlt?

Aufgabe 1233. Wieviel ist ein Zweimonatswechsel, d. h. ein nach 2 Monaten fälliger Wechsel, von 836,50 ℳ bar wert? (Diskont 5 %.)

Aufgabe 1234. Ein Wechsel von 33 418,50 ℳ, fällig am 25. September, wird am 18. August (Tage genau) mit $\frac{1}{2}$ % monatlichem Diskont diskontiert. Wieviel wird gezahlt?

Aufgabe 1235. Ein Kaufmann erhält für 849 ℳ Ware mit 6 Monate Ziel oder [illegible] % Diskont pro Monat. Wieviel hat er bar zu zahlen?

Aufgabe 1236. Ein Kaufmann bezieht aus Paris Waren für 4 048 fs mit 6 Monate Ziel. Nach Verlauf von 2 Monaten bezahlt er die Rechnung mit 8 % jährlichem Diskont. Wieviel beträgt die Zahlung?

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer" kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

☛ Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kan ch jede Buchhandlung bezogen werden.

ʀ rlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart

VI.

1230. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc.
nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1221. — Seite 193—208.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.
unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren
Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach System Kleyer bearbeitet von Dr. R. Olbricht.

Fortsetzung von Heft 1221. — Seite 193—208.

Inhalt:

Stuttgart 1893.
Verlag von Julius Maier.

1230. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1221. — Seite 193—208.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

rtsetzung von Heft 1221. — Seite 193—208.

Inhalt:

Ue ... m Hundert. — Ueber die Berechnung der Schuldsumme. — Gelöste und ungelöste At ... ber die Berechnung des Diskontfusses. — Gelöste und ungelöste Aufgaben. — Ueber die Be ... Zeit der Vorauszahlung. — Gelöste und ungelöste Aufgaben. — Ueber den Diskont auf Ht ... r die Berechnung des Diskonts. — Gelöste und ungelöste Aufgaben. — Ueber die Berec ... ung. — Gelöste und ungelöste Aufgaben. — Ueber die Berechnung der Schuldsumme. — Gelöste und ungelöste Aufgaben.

Stuttgart 1893.

ag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens etc. etc. und zwar in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen nebst Angabe und Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen und alsdann auch alle Teile der reinen und angewandten Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die Lösungen hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen, etc.

Die Schüler, Studierenden und Kandidaten der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, Schritt für Schritt gelöste, Aufgabensammlung immerwährend an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum unfehlbaren Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren Prüfungen zu lösen haben, zugleich aber auch die überaus grosse Fruchtbarkeit der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem Lehrer soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des praktischen Teiles der mathematischen Disziplinen — zum Auflösen von Aufgaben — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, hiermit aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende Aufgaben zu lösen, die gehabten Regeln, Formeln, Sätze etc. anzuwenden und praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis für den Schul-Unterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den Ingenieuren, Architekten, Technikern und Fachgenossen aller Art, [illegible] etc. etc. soll diese Sammlung zur Auffrischung der erworbenen und vielleicht verge[illegible] mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre praktischen in allen B[illegible] zweigen vorkommenden Anwendungen einem toten Kapitale lebendige Kraft verlei[illegible] somit den Antrieb zu weiteren praktischen Verwertungen und weiteren Forschunge[illegible]

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktisch[illegible] gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der N[illegible] verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt [illegible] Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und [illegible] thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlag[illegible]**

Aufgabe 1237. Eine am 16. November fällige Rechnung von 107,08 ℳ soll unter Abzug von 5 % Diskont am 1. September bezahlt werden. Wieviel beträgt die Zahlung? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 1238. Eine Schuld von 730 ℳ ist am 5. Juni fällig. Wieviel beträgt sie am 13. Mai unter Abzug von 6 % Diskont? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 1239. Ein am 17. Juli fälliger Wechsel von 1 238,60 ℳ wird am 28. Juni mit $4\frac{1}{2}$ % diskontiert? Wieviel erhält man bei Abzug von $\frac{1}{4}$ % Provision für ihn?

Aufgabe 1240. Ein am 8. März 5 Wochen dato ausgestellter Wechsel von 4860,40 fs wird am 18. März mit 6 % Diskont und 2 ‰ Provision verkauft. Wieviel beträgt die bare Zahlung?

Aufgabe 1241. Am 25. Mai verkauft jemand einen Wechsel von 7800 ℳ per 12. Juni gegen 5 % Diskont und 5 ‰ Provision. Wieviel erhält er? (Tage genau.)

Aufgabe 1242. Ein Wechsel von 756 ℳ, der am 1. Dezember 3 Monate dato ausgestellt war, wurde am 10. Januar mit $\frac{1}{2}$ % monatlichem Diskont und $\frac{1}{3}$ % Provision diskontiert. Wie gross ist sein Barwert? (Tage genau.)

Aufgabe 1243. Ein Wechsel von 45 380 ℳ per 25. September wurde am 12. August gegen 1 ‰ Provision eingekauft. Wieviel wurde bei 6 % Diskont dafür bezahlt? (Tage genau.)

Aufgabe 1244. London diskontierte am 23. Januar mit 4 % einen am 14. März fälligen Wechsel von £ 532 · 7 · 6 und am 31. Mai mit $4\frac{1}{4}$ % einen am 1. August fälligen von £ 381 · 14 · 8. Wieviel bezahlte es für einen jeden? (Tage genau, Jahr 365 Tage.)

Aufgabe 1245. Eine Schuldsumme, fällig nach 6 Monaten, wurde nach Abzug von 16 ℳ Diskont zu 5 % bar bezahlt. Wieviel wurde bezahlt?

Aufgabe 1246. Der Diskont zu 5 % für eine Schuldsumme, fällig nach 156 Tagen, beträgt 15,60 Cor. Wie gross ist die Barzahlung?

Aufgabe 1247. Wieviel wurde für einen Wechsel bezahlt, von welchem man auf die Zeit vom 27. Juni bis 15. Juli 4,20 ℳ Diskont zu 6 % abzog?

Aufgabe 1248. Wieviel Barzahlung ist auf einen Wechsel geleistet worden, wenn an Diskont zu $4\frac{1}{2}$ % für die Zeit vom 6. September bis 26. Oktober 6,36 ℳ abgezogen wurden?

Aufgabe 1249. Von einer Wechselsumme betrug der Diskont zu 4 % auf die Zeit vom 25. Juli bis zum letzten August 3,70 ℳ. Wie gross war die Barzahlung? (Tage genau.)

c) Ueber die Berechnung der Schuldsumme.

Frage 92. Wie berechnet man die Schuldsumme S aus dem Diskont D, dem Diskontfusse p und der Zeit der Vorauszahlung t?

Erkl. 325. Es geht aus dieser Regel hervor, dass die Diskontrechnung vom Hundert nichts anderes ist, wie die Zinsrechnung, bei der die Schuldsumme als reines, die Barzahlung als vermindertes Kapital aufzufassen ist. Demgemäss erhält man die Formeln der Diskontrechnung vom Hundert aus denen der Zinsrechnung, wenn man in diese $K = S$ und $Z = D$ setzt.

Antwort. Schematische Ableitung:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100	100 — p	p	360
100		$\frac{pt}{360}$	t
x = S		D	

$$4) \ldots S = \frac{D \cdot 36000}{p \cdot t}$$

Betrachtet man den Diskont als Zinsen, so ergiebt sich die Regel: Beim Diskont vom Hundert wird die Schuldsumme aus dem Diskonte geradeso berechnet, wie das Kapital aus den Zinsen (siehe Erkl. 325).

Frage 93. Wie gross ist die Schuldsumme S, wenn die Barzahlung B, der Diskontfuss p und die Zeit der Vorauszahlung t gegeben sind? (S. Erkl. 326).

Erkl. 326. Diese Aufgabe kommt im praktischen Leben dann vor, wenn jemand mit Genehmigung des Gläubigers über eine jetzt fällige Schuld einen später fälligen Wechsel ausstellen will. Die zu ermittelnde Schuldsumme ist dann der Betrag, auf welchen der Wechsel zu lauten hat (siehe auch den in Aufgabe 1251 behandelten Fall).

Antwort. Schematische Ableitung:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100	100 — p	p	360
100	$100 - \frac{pt}{360}$	$\frac{pt}{360}$	t
x = S	B		

$$5) \ldots S = \frac{B \cdot 36000}{36000 - pt}$$

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1250. Eine Schuldsumme wurde mit 6 % Diskont 11 Monate vor dem Fälligkeitstermine nach Abzug von 48,40 ℳ bezahlt, wie gross war sie?

Auflösung vermittelst Ableitung (siehe Erkl. 327):

Erkl. 327. Hier wäre dieselbe Figur wie in der Antwort zu Frage 92 einzutragen. Man berechnet den Diskont für 11 Monate von 100 ℳ und dann durch einen zweiten Ansatz die gesuchte Schuldsumme.

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100		6	12
100		$\frac{6 \cdot 11}{12}$	11
S = x		48,40	

$$S = \frac{4840 \cdot 2}{11} \text{ ℳ} = 880 \text{ ℳ}$$

Aufgabe 1251. Ein Wechsel wurde am 5. Februar zu $4\frac{1}{2}$ % diskontiert. Er war am 23. März fällig, und an Diskont wurden 12,45 ℳ abgezogen. Auf welchen Betrag lautete der Wechsel?

Auflösung vermittelst der Formel 4): Man setzt ein:

$$D = 12{,}45;\quad p = 4\frac{1}{2};\quad t = 48$$

und erhält:

$$D = \frac{12{,}45 \cdot 36000 \cdot 2}{9 \cdot 48} \text{ ℳ} = 2075 \text{ ℳ}$$

Aufgabe 1252. Eine Ware kalkuliert sich auf 2 736,20 ℳ. Wie hoch muss man sie rechnen, wenn man mit 3 Monate Ziel oder 6 % Diskont verkaufen will?

Erkl. 328. Probe: Wird die Ware bar bezahlt, so muss sich der Verkäufer einen Abzug von 6 % Diskont gefallen lassen. Dieser ist $\frac{2777{,}87 \cdot 3}{200} = 41{,}67$; also erhält er:

$$2777{,}87 \text{ ℳ} - 41{,}67 \text{ ℳ} = 2736{,}20 \text{ ℳ}$$

Auflösung. 2 736,20 ℳ müssen bar bezahlt werden.

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100		6	12
100	98,5	1,5	3
S	2 736,20		

$$S = \frac{273620}{98{,}5} \text{ ℳ} = 2777{,}87 \text{ ℳ}$$

Als Verkaufspreis müssen 2 777,87 ℳ verlangt werden (siehe Erkl. 328).

Aufgabe 1253. Jemand hat am 22. Mai eine Zahlung von 4 345 ℳ zu leisten. Er stellt dem Gläubiger hierüber einen am 1. Juli fälligen Wechsel aus. Auf welchen Betrag lautet derselbe bei Berechnung von 5 % Diskont? (Tage genau.)

Auflösung nach Formel 5). Man hat einzusetzen B = 4 345; p = 5; t = 40 und erhält:

$$S = \frac{4345 \cdot 36000}{36000 - 200} \text{ ℳ} = 4369{,}27 \text{ ℳ}$$

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1254. Von einer Rechnung wurden 2 Monate vor der Verfallszeit 4,46 ℳ Diskont, zu 4 % berechnet, abgezogen. Auf welchen Betrag lautete sie?

Aufgabe 1255. Wie gross ist ein Wechselbetrag, von welchem der Diskont zu $4\frac{2}{3}$ % auf 20 Tage 98 fs ist?

Aufgabe 1256. Wie gross war ein am 15. Mai fälliger Wechsel, wenn derselbe am 9. April unter Abzug von 13,20 ℳ Diskont zu 5 % begeben wurde?

Aufgabe 1257. Auf einen am 31. Mai fälligen Wechsel berechnete man am 18. April 17,20 Cor Diskont zu 5 %. Auf wieviel Kronen lautete der Wechsel?

Aufgabe 1258. Auf welchen Betrag lautete ein am 15. Mai fälliger Wechsel, der am 25. März zu 4 % mit 14,66 ℳ diskontiert wurde? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 1259. Wie gross war eine Schuld, welche nach Abzug des Diskonts für 36 Tage zu 4 % durch eine Barzahlung von 1992 ℳ getilgt wurde?

Aufgabe 1260. Wie teuer muss man eine Ware verkaufen, welche bar 835,20 ℳ kostet, wenn man sie mit 3-monatlichem Ziel oder 6 % Skonto verkaufen will?

Aufgabe 1261. Von welchem Wechselwerte erhielt man 1998 ℳ nach Abzug von 2 % Diskont für 50 Tage zurück?

Aufgabe 1262. Frankfurt am Main zahlte am 8. April für einen am 8. Juli fälligen Wechsel 1716 ℳ unter Abzug von 4 % Diskont. Auf welchen Betrag lautete der Wechsel?

Aufgabe 1263. Für einen Wechsel wird 54 Tage vor der Verfallszeit mit 9 % Diskont die Summe von 5327,10 ℳ bezahlt. Wie hoch war die Wechselsumme?

Aufgabe 1264. Wie gross war ein am 28. Dezember fälliger Wechsel, der am 16. Oktbr. bei 4 % Diskont mit 1071,36 ℳ bar bezahlt wurde? (Monat 30 Tage.)

---

d) Ueber die Berechnung des Diskontfusses.

Frage 94. Wie berechnet man den Diskontfuss p aus der Zeit der Vorauszahlung t und a) der Schuldsumme S und dem Diskonte D, b) der Barzahlung B und dem Diskonte D, c) der Schuldsumme S und der Barzahlung B?

Antwort. a) Im Ansatze ist von der 3. Zeile auszugehen und vermittelst derselben der zur Schuldsumme 100 und der betreffenden Zeit t gehörende Diskont zu berechnen (untere Figur). p wird aus der 1. und 2. Zeile gefunden (obere Figur).

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100		$x = p$	360
100		$\frac{D \cdot 100}{S}$	t
S		D	

$$6) \ldots p = \frac{D \cdot 36000}{S \cdot t}$$

Erkl. 329. b) Setzt man für die Schuldsumme den gleichen Wert $B + D$ in die Formel 6) ein, so kommt:

$$6\,b) \ldots p = \frac{D \cdot 36000}{t \cdot (B + D)}$$

c) Macht man dasselbe mit dem Diskonte ($D = S - B$), so wird die Formel 6):

$$6\,c) \ldots p = \frac{(S - B) \cdot 36000}{S \cdot t}$$

Es werden also die Fälle b) und c) auf den Fall a) zurückgeführt, dadurch dass man entweder die Schuldsumme aus Barzahlung und Diskont, oder den Diskont aus Schuldsumme und Barzahlung berechnet.

Der Diskontfuss vom Hundert wird aus Schuldsumme und Diskont geradeso gefunden, wie der Zinsfuss aus Kapital und Zinsen.

b) und c) siehe Erkl. 329.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1265. Zu wieviel Prozent beträgt von 360 ℳ der Diskont auf 2 Monate 2,40 ℳ?

Erkl. 330. Die Formel für Monate lautet:

$$p = \frac{D \cdot 1200}{S \cdot t}$$

Auflösung nach Formel 6) für Monate (s. Erkl. 330). $D = 2{,}40$; $S = 360$; $t = 2$.

$$p = \frac{2{,}4 \cdot 1200}{360 \cdot 2}\,\% = 4\,\%$$

Aufgabe 1266. Für eine am 30. März fällige Schuld wurden nach Abzug von 1,24 ℳ Diskont am 28. Februar 295,51 ℳ bar bezahlt. Wie gross war der Diskontfuss?

Erkl. 331. Der Diskontfuss wird meist auf einfache Zahlen abzurunden sein. Es ist nicht empfehlenswert, die Zwischenrechnung, hier $\frac{132}{296{,}75}$, sofort auszuführen.

Auflösung durch Ableitung:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100		$x = p$	360
100		$\frac{132}{296{,}75}$	30
296,75	295,51	1,24	

$$x = \frac{124 \cdot 360}{296{,}75 \cdot 30}\,\% = 5{,}0\cdots\%$$ (s. Erkl. 331).

Aufgabe 1267. Zu wieviel Prozent wurde ein Wechsel von 540 ℳ diskontiert, der am 19. Oktober fällig war und am 2. Juli mit 532,78 ℳ bar bezahlt wurde?

Erkl. 332. Man schreibt in den Ansatz in folgender Weise zunächst die bekannten Glieder:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100		p	360
100		✣ ✣	107
540	532,78	✣	

und ergänzt zunächst das Glied ✣, dann das Glied ✣ ✣.

Auflösung durch Ableitung (s. Erkl. 332).

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100		p	360
100		$\frac{722}{540}$	107
540	532,78	7,22	

$$p = \frac{722 \cdot 360}{540 \cdot 107}\,\% = \frac{722 \cdot 2}{3 \cdot 107}\,\% = 4{,}5\,\%$$

Der Wechsel wurde mit $4\frac{1}{2}\,\%$ diskontiert.

Aufgabe 1268. Für einen in Mailand am 15. Okt. diskontierten Wechsel von 12400 £, fällig am 1. Dezember, wurden unter Berechnung von $\frac{1}{4}\,\%$ Provision 12271,87 £ bezahlt. Zu wieviel Prozent war der Diskont gerechnet?

Erkl. 333. Man berechne zunächst die nur um den Diskont verminderte Wechselsumme, indem man die Provision addiert, dann den Diskont selbst durch S — B und verfahre nach Formel 6).

Auflösung. Gang der Rechnung siehe Erkl. 333.

Provision $\frac{1}{4}\,\%$ von 12400 £ ist £	31,00
Wechsels. weniger Disk. u. Prov. £	12271,87
Wechselsumme weniger Diskont £	12302,87
Also ist der Diskont . . . . £	97,13

Setzt man in Formel 6) $S = 12400$; $D = 97{,}13$; $t = 47$, so kommt:

$$p = \frac{97{,}13 \cdot 36000}{12400 \cdot 47}\,\% = 6\,\%$$

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1269. Zu welchem Diskontfusse wurden 1500 ℳ für 40 Tage diskontiert, wenn 10 ℳ Diskont abgezogen wurden?

Aufgabe 1270. Eine Wechselsumme von 8785 ℳ, fällig am 13. Dezember, wurde am 1. Oktober mit 70,28 ℳ diskontiert. Wieviel Prozent Diskont waren gerechnet worden? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 1271. Auf 3750 fs, fällig am 19. Juli, berechnete man am 8. Mai 28,125 fs Diskont. Wieviel Prozent waren das? (Tage genau.)

Aufgabe 1272. Für eine Schuld von 1720 ℳ wurden 33 Tage vor dem Fälligkeitstermine nur 1710,54 ℳ bezahlt. Wieviel Prozent Diskont hatte man gerechnet?

Aufgabe 1273. Die Barzahlung einer in 75 Tagen fälligen Schuld betrug 1566,84 ℳ Wieviel Prozent waren abgezogen worden, wenn der Diskont 13,16 ℳ betrug?

Aufgabe 1274. Ein Wechsel, fällig am 3. Juli, wurde am 26. Juni unter Abrechnung von 1,15 ℳ Diskont mit 896,25 ℳ verkauft. Wieviel Prozent Diskont sind dies?

Aufgabe 1275. Eine am 12. April fällige Schuld wird nach Abzug von 6,74 ℳ Diskont am 27. Februar mit 1071,66 ℳ berichtigt. Wieviel Prozent Diskont hatte man gerechnet? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 1276. Zu wieviel Prozent war diskontiert worden, wenn statt 600 ℳ 3 Monate früher 592,50 ℳ gezahlt wurden?

Aufgabe 1277. Eine Schuld von 650 ℳ wurde 12 Tage vor der Verfallszeit mit 648,81 ℳ bezahlt. Welchen Diskontfuss ergiebt dies?

Aufgabe 1278. 9520 ℳ, am 7. Oktober fällig, wurden am 7. Juli mit 9372,20 ℳ bar bezahlt. Wieviel Prozent Diskont sind dies?

Aufgabe 1279. Eine Wechselsumme von 5366,40 ℳ, fällig am 13. August, wurde am 18. Juli mit 5349,63 ℳ bar bezahlt. Wie gross war der Diskontfuss? (Monat 30 Tage.)

---

e) Ueber die Berechnung der Zeit der Vorauszahlung.

Frage 95. Wie findet man die Zeit der Vorauszahlung a) aus der Schuldsumme S und dem Diskonte D, b) aus der Barzahlung B und dem Diskonte D, c) aus der Schuldsumme S und der Barzahlung B, wenn noch jedesmal der Diskontfuss gegeben ist?

Antwort. Man berechne zunächst den Diskont, der zur Schuldsumme 100 gehört (untere Figur) und dann aus der 1. und 2. Zeile das gesuchte t (obere Figur).

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100		p	360
		$\frac{D \cdot 100}{S}$	t = x
100			
S		D	

$$7)\ t = \frac{D \cdot 36000}{p S}$$

Die Zeit der Vorauszahlung wird beim Diskont vom Hundert aus der Schuldsumme und dem Diskonte geradeso gefunden, wie die Zeit aus Kapital und Zinsen.

b) und c) siehe Erkl. 334.

Erkl. 334. b) Ersetzt man in Formel 7) die Schuldsumme durch B + D, so erhält man:

$$7b)\ t = \frac{D \cdot 36000}{p\,(B + D)}$$

c) Setzt man daselbst für D ein S — B, so kommt:

$$7c)\ t = \frac{(S - B) \cdot 36000}{p \cdot S}$$

Bei Berechnung der Zeit der Vorauszahlung ermittelt man zunächst die Schuldsumme und den Diskont und verfährt nach Formel 7).

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1280. Von einer Schuldsumme von 5 760 ℳ wurden zu 5 % 1 008 ℳ Diskont abgezogen. Wieviel Jahre vor der Verfallszeit wurde sie bezahlt?

Erkl. 335. Die Formel 7) für Jahre heisst:

$$t = \frac{D \cdot 100}{p \cdot S} \text{ Jahre}$$

Auflösung mit Hilfe der Formel 7). Es ist S = 5 760; D = 1 008 und p = 5, also:

$$t = \frac{1008 \cdot 100}{5760 \cdot 5} \text{ Jahre} = 3\frac{1}{2} \text{ Jahre}$$

(siehe Erkl. 335).

Aufgabe 1281. Eine Rechnung wurde nach Abzug von 6,31 ℳ Diskont zu 4 % mit 372,29 ℳ bezahlt. Wieviel Monate betrug die Zeit der Vorauszahlung?

Auflösung. S = 372,29 ℳ + 6,31 ℳ = 378,60 ℳ; D = 6,31; p = 4, also ist:

$$t = \frac{6{,}31 \cdot 1200}{4 \cdot 378{,}6} \text{ Monate} = 5 \text{ Monate}$$

Aufgabe 1282. Am 23. Oktober wurden für eine Schuldsumme von 3 205 ℳ nach Abzug von $3\frac{1}{2}$ % Diskont 3 188,80 ℳ bar bezahlt. An welchem Tage war die Schuld fällig?

Erkl. 336. Der Ansatz heisst zunächst:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100		3,5	360
100		✣ ✣	x
3 205	3 188,8	✣	

Man berechnet erst das Glied ✣, dann ✣✣ und zuletzt x.

Auflösung vermittelst Ableitung (siehe Erkl. 336).

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
100		3,5	360
100		$\frac{1620}{3205}$	x
3 205	3 188,8	16,2	

$$x = \frac{1620 \cdot 360}{3205 \cdot 3{,}5} \text{ Tage} = 52 \text{ Tage}$$

Vom 23. Oktober 52 Tage vorwärts gerechnet, ergiebt als Verfallstag den 15. Dezbr.

Aufgabe 1283. Nach Abzug des Diskonts zu 4 %, der Provision zu $\frac{1}{4}$ %, der Kurtage zu 1 ‰ und des Stempels von 2,70 ℳ wurden für einen auf 5400 ℳ lautenden Wechsel 5356,80 ℳ gutgeschrieben. Wieviel Tage hatte derselbe noch zu laufen?

Erkl. 337. Es ist zuvörderst die nur um den Diskont verminderte Wechselsumme herzustellen, indem man die Unkosten berechnet und zur Barzahlung addiert. Dann wird nach Formel 7) verfahren.

Auflösung. Gang der Rechnung siehe Erkl. 337.

$\frac{1}{4}$ % Provision von 5400 ℳ .	13,50 ℳ
1 ‰ Kurtage von 5400 ℳ .	5,40 ℳ
Stempel	2,70 ℳ
Wechsels. minus Spesen u. Disk.	5356,80 ℳ
Wechselsumme minus Diskont	5378,40 ℳ
Wechselsumme	5400,00 ℳ
Diskont	21,60 ℳ

$$t = \frac{21{,}6 \cdot 36000}{4 \cdot 5400} \text{ Tage} = 36 \text{ Tage}$$

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1284. Wie lange vor der Verfallszeit ist eine Rechnung von 625 ℳ bezahlt worden, wenn bei 5 % Diskont dieser 25 ℳ betrug?

Aufgabe 1285. Auf eine Schuldsumme von 850 ℳ wurde bei 6 % ein Abzug von 17 ℳ gewährt. Wieviel Monate betrug die Zeit der Vorauszahlung?

Aufgabe 1286. 1000 fs werden bei 5 % mit 9,30 fs diskontiert. Für wieviel Tage wurde der Diskont berechnet?

Aufgabe 1287. Ein Wechsel, lautend auf 5724 ℳ, wurde am 3. Juli zu 4 % diskontiert. Der Diskont betrug 22,25 ℳ An welchem Tage war der Wechsel fällig?

Aufgabe 1288. Jemand kauft einen Posten Ware mit 9 % jährlichem Skonto bei Barzahlung. Er zahlt 1018,50 ℳ, nachdem er 31,50 ℳ Skonto abgezogen hat. Mit welchem Ziel war die Ware geliefert worden?

Aufgabe 1289. Nach Abzug von 2,24 ℳ Diskont zu 5 % zahlte man bar 727,76 ℳ Für wieviel Tage war der Diskont berechnet worden?

Aufgabe 1290. Wann wurde eine am 12. Juli fällige Schuldsumme bezahlt, welche unter Abzug von 3,12 ℳ Diskont zu 4 % mit 2765,10 ℳ bar berichtigt wurde?

Aufgabe 1291. Ein Wechsel, fällig am 30. November, wurde zu 5 % diskontiert. Die Barzahlung betrug nach Abzug von 7,12 ℳ Diskont 3410,48 ℳ An welchem Tage fand die Diskontierung statt?

Aufgabe 1292. Wieviel Monate früher waren bei 6 % Diskont statt 800 ℳ nur 792 ℳ gezahlt worden?

Aufgabe 1293. Eine Schuldsumme von 450 ℳ wurde bei Berechnung von 8 % Diskont mit 442,80 ℳ bar berichtigt. Für wieviel Tage hatte man den Diskont berechnet?

Aufgabe 1294. Ein Wechsel von 2000 fl h wurde am 8. April mit 1988,75 fl h unter Abzug von $4\frac{1}{2}$ % Diskont bezahlt. Wann war der Wechsel fällig?

Aufgabe 1295. Auf eine Wechselsumme von 2362,50 ℳ, fällig am 7. Mai, wurden nach Abzug von 4 % Diskont 2343,60 ℳ bar bezahlt. An welchem Tage geschah dies?

---

3) Ueber den Diskont auf Hundert.

a) Ueber die Berechnung des Diskonts.

Frage 96. Wie berechnet man den Diskont D aus der Schuldsumme S, dem Diskontfusse p und der Zeit der Vorauszahlung t?

Antwort. Man berechne aus dem Erklärungssatze von p % auf Hundert (siehe Frage 83) zunächst für die Zeit t den Diskont, welcher auf die Barzahlung 100 kommt $\left(\frac{pt}{1200}\right)$ und daraus durch Subtraktion die zugehörige Schuldsumme $\left(100 - \frac{pt}{1200}\right)$. Durch einen Regeldetriansatz (untere Figur) findet man den gesuchten Diskont D:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
$100 + p$	100	p	12
$100 + \frac{pt}{12}$	100	$\frac{pt}{12}$	t
S		$D = x$	

$$8) \ldots D = \frac{Spt}{1200 + pt} \text{ (s. Erkl. 338).}$$

Bei Diskont auf Hundert wird das Jahr meist zu 365 Tagen und die Zeit nach den Kalendertagen berechnet.

Erkl. 338. Da der Diskont auf Hundert der richtige ist (siehe Frage 84), so muss die geleistete Barzahlung nebst den Zinsen zu p % auf t Monate gleich der Schuldsumme sein. Nun ist:

$$B = S - D$$

also hier mit Benutzung von Formel 8):

$$B = S - \frac{Spt}{1200 + pt}$$

Nimmt man S mit auf den Nenner, so ergiebt sich:

$$B = \frac{S \cdot 1200 + Spt - Spt}{1200 + pt} = \frac{S \cdot 1200}{1200 + pt}$$

Davon die Zinsen zu p % für t Monate im Betrage von $\frac{S \cdot 1200}{1200 + pt} \cdot \frac{pt}{1200}$. Hier hebt sich 1200. Man erhält durch Addition der Barzahlung und der Zinsen:

$$\frac{S \cdot 1200}{1200 + pt} + \frac{Spt}{1200 + pt} = S \cdot \frac{1200 + pt}{1200 + pt} = S$$

die Schuldsumme, wie verlangt wurde.

Frage 97. Wie berechnet man den Diskont D aus der Barzahlung B, dem Diskontfusse p und der Zeit der Vorauszahlung t?

Antwort. Schematische Ableitung ähnlich der zur vorhergehenden Aufgabe gehörigen.

Erkl. 339. Zur Berechnung des Diskonts vom oder auf Hundert dient folgende Zusammenstellung:

Gegeben	vom 100	auf 100
S, p, t	wie Zinsen	Ansatz
B, p, t	Ansatz	wie Zinsen
Zinsen	Diskont vom	Diskont auf
$Z = \frac{Kpt}{100}$	$D = \frac{Spt}{100}$	$D = \frac{Bpt}{100}$

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	p	12
	100	$\frac{pt}{12}$	t
	B	D = x	

$$9) \ldots D = \frac{Bpt}{1200}$$

Der Diskont auf Hundert wird aus der Barzahlung geradeso berechnet, wie die Zinsen aus dem Kapitale (siehe Erkl. 339).

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1296. A. macht eine Erbschaft von 5 000 ℳ, auszahlbar 3 Jahre nach dem Tode des Erblassers. Er einigt sich mit den Nachkommen, ihm die Summe sofort nach Abzug von 4 % Diskont auf Hundert auszuzahlen. Welchen Abzug muss er sich gefallen lassen?

Erkl. 340. Bei Diskont vom Hundert hätte man:

$$D = \frac{5000 \cdot 3 \cdot 4}{100} = 600$$

Der Unterschied beider Arten beträgt 64,29 ℳ (zu Ungunsten des A. beim Diskont vom Hundert.)

Auflösung vermittelst Ansatzes. In den Ansatz der Frage 96 hat man einzusetzen S = 5 000; p = 4; t = 3 Jahre.

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	4	1
112	100	12	3
5 000		D	

$$D = \frac{5000 \cdot 12}{112} = 535,714 \cdots$$

Der Diskont beträgt 535,71 ℳ (s. Erkl. 340).

Aufgabe 1297. Wieviel Diskont auf Hundert ergiebt eine Schuldsumme von 370,50 ℳ, fällig nach 7 Monaten zu 5 %?

Erkl. 341. Da in diesem Abschnitt 3) vom Diskont auf Hundert gehandelt wird, so ist es nicht nötig, in den Aufgaben dies jedesmal zu erwähnen.

Auflösung durch Formel 8). Es ist S = 370,5; p = 5; t = 7, also:

$$D = \frac{370,5 \cdot 5 \cdot 7}{1200 + 5 \cdot 7} = \frac{370,5 \cdot 7}{240 + 7}$$
$$= 2593,5 : 247 = 10,5$$

Diskont = 10,50 ℳ (siehe Erkl. 341).

Aufgabe 1298. Eine am 18. Juli fällige Schuldsumme wurde am 3. Mai bei $3\frac{1}{2}$ % Diskont mit 532 ℳ bar bezahlt. Wieviel Diskont hatte man abgezogen?

Auflösung vermittelst Ansatzes.

Erkl. 342. Beim Diskont vom Hundert würde man nach Formel 70) des Verzeichnisses erhalten:

$$\frac{532 \cdot 3{,}5 \cdot 76}{36500 - 3{,}5 \cdot 76} = \frac{532 \cdot 7 \cdot 76}{73000 - 7 \cdot 76} = 3{,}84$$

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	$3\frac{1}{2}$	365
	100	$\frac{76 \cdot 3{,}5}{365}$	76
	532	D	

$$D = \frac{76 \cdot 3{,}5 \cdot 532}{36500} = 3{,}877$$

Der Diskont betrug 3,88 ℳ (s. Erkl. 342).

Aufgabe 1299. Wieviel Diskont hatte man zu 5 % abgezogen, wenn bei 7-monatlicher Vorauszahlung 360 ℳ bezahlt wurden (vergl. Aufgabe 1297)?

Auflösung nach Formel 9).

$$D = \frac{360 \cdot 5 \cdot 7}{1200} ℳ = 10{,}50 ℳ$$

β) Ungelöste Aufgaben.

Berechne den Diskont auf Hundert für folgende Fälle (Jahr 360 Tage, Monat 30 Tage):

	Schulds.	Diskontf.	Zeit d. V.
1300.	728 ℳ	4	1 Jahr
1301.	1 133 ℳ	3	1 „
1302.	731 ℳ	$2\frac{1}{2}$	3 „
1303.	1 083 ℳ	$3\frac{1}{2}$	4 „
1304.	982 ℳ	$5\frac{1}{2}$	5 Monate
1305.	159,20 ℳ	$6\frac{1}{4}$	7 „
1306.	97,32 ℳ	$2\frac{3}{4}$	6 Monate
1307.	3 302 ℳ	$4\frac{1}{4}$	9 „
1308.	3 021 ℳ	$4\frac{1}{2}$	56 Tage
1309.	114 793 ℳ	$4\frac{3}{4}$	189 „
1310.	251,10 ℳ	10	45 „
1311.	579,70 ℳ	10	120 „

	Schuldsumme	Diskontfuss	Zeit der Vorausz.
1312.	541,36 ℳ	4	1. Mai bis 1. Aug.
1313.	707 ℳ	6	12. Sept. bis 12. Nov.
1314.	1 304 ℳ	5	27. Jan. bis 12. Juni
1315.	7 249 ℳ	$3\frac{1}{2}$	8./6. bis 18./8.
1316.	280,49 ℳ	3	18. Okt. bis 22. Dez.
1317.	846 ℳ	4	6. Sept. bis 28. Dez.
1318.	1 408 ℳ	6	13. März bis 8. Okt.
1319.	5 000 ℳ	$4\frac{1}{2}$	24./5. bis 20./10.

	Barz.	Diskontf.	Zeit d. V.
1320.	680 ℳ	$4\frac{1}{2}$	1 Jahr
1321.	570 ℳ	$3\frac{1}{3}$	1 „
1322.	375 ℳ	$2\frac{2}{5}$	5 „
1323.	1 055 ℳ	4	3 Jahre 6 Mt.
1324.	7 200 ℳ	$5\frac{1}{2}$	7 Monate

	Barz.	Diskontf.	Zeit d. Vorausz.
1325.	2 820 ℳ	$3\frac{2}{3}$	5 Monate
1326.	650 ℳ	4	$4\frac{1}{2}$ Mon.
1327.	625 ℳ	$2\frac{1}{4}$	128 Tage
1328.	312 ℳ	$5\frac{1}{2}$	240 „
1329.	975 ℳ	6	72 „

	Barz.	Diskontf.	Zeit d. Vorausz.		Barz.	Diskontf.	Zeit d. Vorausz.
1330.	4 375 ℳ	$4\frac{2}{5}$	144 Tage	**1331.**	3 108 ℳ	$3\frac{3}{10}$	273 Tage

---

Aufgabe 1332. Jemand erhält eine Erbschaft von 4 150 ℳ, welche er aber erst nach 7 Monaten 15 Tagen antreten kann. Er bietet 6 % Diskont, wenn man ihm die Summe gleich auszahlt. Wieviel Abzug muss er sich gefallen lassen?

Aufgabe 1333. Ein am 1. Juli fälliges Legat von 2 500 ℳ will der Erbe am 5. Februar unter Abzug von 5 % Diskont bar auszahlen. Wieviel beträgt der Diskont? (Jahr 365 Tage, Tage genau.)

Aufgabe 1334. Wieviel Diskont ergiebt eine am 6. Februar fällige Schuld, welche am 8. Dezember bei 4 % Diskont mit 4 356,92 ℳ bar bezahlt wird?

---

a) Ueber die Berechnung der Barzahlung.

Frage 98. Wie berechnet man die Barzahlung B aus der Schuldsumme S (siehe Erkl. 343), dem Diskontfusse p und der Zeit der Vorauszahlung t?

Antwort. Man kann erst den Diskont nach Formel 8) berechnen und diesen von der Schuldsumme abziehen, doch führt hier die direkte Ableitung ebenso rasch zum Ziele.

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	p	12
$100+\frac{pt}{12}$	100	$\frac{pt}{12}$	t
S	B = x		

$$10) \ldots B = \frac{S \cdot 1200}{1200 + pt}$$

Erkl. 343. Es muss hervorgehoben werden, dass das zu diskontierende Kapital eine unverzinsliche Summe sein muss. Denn hat man z. B. nach 4 Monaten 1 500 ℳ zu fordern und müssen davon 6 % Zinsen bezahlt werden, so wird bei früherer Zahlung (etwa 3 Monate) kein Abzug von den 1 500 ℳ zu machen sein, sondern man wird nur weniger Zinsen (bloss für 1 Monat) erhalten.

Frage 99. Wie berechnet man die Barzahlung B aus dem Diskonte D, dem Diskontfusse p und der Zeit der Vorauszahlung t?

Antwort. Die Barzahlung wird aus dem Diskonte geradeso gefunden, wie das Kapital aus den Zinsen, denn man erhält:

Erkl. 344. Hieraus geht hervor, dass die Diskontrechnung auf Hundert nichts anderes ist, wie eine Zinsrechnung, bei welcher die Barzahlung an Stelle des Kapitals und der Dis-

kont an Stelle der Zinsen tritt. Die Schuldsumme ist das um die Zinsen vermehrte Kapital (vergleiche Erkl. 325).

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	p	12
	100	$\frac{pt}{12}$	t
	B = x	D	

$$11) \ldots B = \frac{1200 \cdot D}{p\,t} \text{ (s. Erkl. 344).}$$

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1335. Wieviel ist für eine unverzinsliche Schuldsumme von 4580 ℳ, fällig nach 2 Jahren 6 Monaten, bei 4 % Diskont bar zu entrichten?

Erkl. 345. Bei Diskont vom Hundert erhält man:

Schuldsumme	4580 ℳ
— Diskont zu 4 % auf $2\frac{1}{2}$ Jahr	458 ℳ
Barzahlung	4122 ℳ

Auflösung vermittelst Ableitung.

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	4	1
110	100	10	$2\frac{1}{2}$
4580	B = x		

$$B = \frac{4580 \cdot 100}{110} \text{ ℳ} = 4163{,}636 \cdots \text{ ℳ}$$

(siehe Erkl. 345).

Aufgabe 1336. Wieviel ist für 370,50 ℳ Schuld bei 7-monatlicher Vorauszahlung und 5 % Diskont bar zu zahlen (s. Aufg. 1299)?

Erkl. 346. Man könnte auch rechnen:

Schuldsumme	370,50 ℳ
— Diskont nach Aufgabe 1297	10,50 ℳ
Barzahlung	360,00 ℳ

Auflösung vermittelst Formel 10). Man hat einzusetzen S = 370,5; p = 5; t = 7, also ist:

$$B = \frac{370{,}5 \cdot 1200}{1200 + 5 \cdot 7} = \frac{370{,}5 \cdot 240}{240 + 7}$$
$$= \frac{88920}{247} = 360 \text{ (s. Erkl. 346).}$$

Aufgabe 1337. Wieviel wurde bei Gewährung von 5 % Diskont und 7-monatlicher Vorauszahlung bar berichtigt, wenn der Diskont 10,50 ℳ war?

Auflösung nach Formel 11):

$$B = \frac{1200 \cdot 10{,}5}{5 \cdot 7} \text{ ℳ} = 360 \text{ ℳ (s. Aufg. 1336).}$$

Aufgabe 1338. Wieviel ist für eine am 13. November fällige Schuld bei Abzug von 35,80 ℳ zu 3 % am 21. Juli bar zu zahlen (Tage genau)?

Auflösung durch die Formel 11). Es ist D = 35,8; p = 3; t = 115.

$$B = \frac{36500 \cdot 35{,}8}{3 \cdot 115} \text{ ℳ} = 3787{,}54 \text{ ℳ}$$

Aufgabe 1339. Ein Hausgrundstück soll verkauft werden. A. bietet 55 000 ℳ bar; B. 56 000 ℳ, wovon er 25 % bar, 50 % nach 4 Monaten und den Rest nach 6 Monaten zahlen will; C. bietet 56 400 ℳ, will 30 % bar und den Rest zu gleichen Teilen nach 6 und 12 Monaten ohne Zinsen tilgen. Welches Angebot ist bei 4,5 % Diskont auf Hundert am vorteilhaftesten?

Erkl. 347. Die Zurückführung der Schuldsummen auf die Barwerte geschieht am besten nach Formel 10). Also:

$$\frac{28000 \cdot 1200}{1200 + 4 \cdot 4{,}5} = 27586{,}21$$

$$\frac{14000 \cdot 1200}{1200 + 4 \cdot 4{,}5} = 13691{,}93$$

$$\frac{19740 \cdot 1200}{1200 + 6 \cdot 4{,}5} = 19305{,}62$$

$$\frac{19740 \cdot 100}{100 + 1 \cdot 4{,}5} = 18889{,}95$$

Auflösung. Die Gebote des B. und C. müssen, um mit dem des A. verglichen werden zu können, auf ihre Barwerte zurückgeführt werden (siehe Erkl. 347).

B. bietet bar 25 %, d. s. .	14 000,00 ℳ
28 000 ℳ nach 4 Mon. s. bar	27 586,21 ℳ
14 000 ℳ „ 6 „ „ „	13 691,93 ℳ
im ganzen bar	55 278,14 ℳ
C. bietet bar 30 %, d. s. .	16 920,00 ℳ
19 740 ℳ nach 6 Mon. s. bar	19 305,62 ℳ
19 740 ℳ „ 12 „ „ „	18 889,95 ℳ
im ganzen bar	55 115,57 ℳ
A. bietet bar	55 000,00 ℳ

Somit ist das Angebot des B. am höchsten, und zwar um 278,14 ℳ höher als das des A., und um 162,57 ℳ höher als das des C.

β) Ungelöste Aufgaben.

Wie gross ist in folgenden Fällen die Barzahlung (Jahr 360 Tage)?

	Schulds.	Diskontf.	Zeit d. Vorausz.		Disk.	Diskontf.	Zeit d. Vorausz.
1340.	537,60 ℳ	6	2 Jahre	**1355.**	300 ℳ	4	2 Jahre
1341.	5 958,75 ℳ	$4\frac{1}{2}$	3 „	**1356.**	119,61 ℳ	$4\frac{1}{2}$	4 „
1342.	7 847,50 ℳ	3	2 Jahre 6 Mt.	**1357.**	171,75 ℳ	5	2 Jahre 6 Mt.
1343.	522 ℳ	$5\frac{1}{2}$	8 Monate	**1358.**	9,55 ℳ	3	5 Monate
1344.	657,45 ℳ	$3\frac{1}{2}$	5 „	**1359.**	31,23 ℳ	$3\frac{1}{2}$	7 „
1345.	406,70 ℳ	$4\frac{1}{2}$	10 „	**1360.**	2,73 ℳ	3	1 „
1346.	400 ℳ	10	6 „	**1361.**	14,24 ℳ	5	4 „
1347.	900 ℳ	$33\frac{1}{3}$	2 „	**1362.**	13,87 ℳ	$4\frac{1}{2}$	4 „
1348.	903 ℳ	5	24 Tage	**1363.**	4,17 ℳ	$4\frac{1}{2}$	45 Tage
1349.	523,64 ℳ	$3\frac{1}{2}$	72 „	**1364.**	5 ℳ	$3\frac{3}{4}$	80 „
1350.	5 500,80 ℳ	4	168 „	**1365.**	50,69 ℳ	6	93 „
1351.	8 016,24 ℳ	6	96 „	**1366.**	3,33 ℳ	$2\frac{1}{2}$	96 „
1352.	568,40 ℳ	$3\frac{3}{4}$	144 „	**1367.**	1,72 ℳ	$5\frac{1}{4}$	27 „
1353.	277,20 ℳ	4	240 „	**1368.**	4,67 ℳ	3	61 „
1354.	435,10 ℳ	5	128 „	**1369.**	4,67 ℳ	4	21 „

Aufgabe 1370. Wie heisst der gegenwärtige Wert von 528 ℳ, fällig nach 2 Jahren, bei 5 % Diskont?

Aufgabe 1371. Jemand kauft ein Haus für 22500 ℳ mit der Bedingung, 9000 ℳ nach 1 Jahre, 9000 ℳ nach 2 Jahren und den Rest nach 2 Jahren 6 Monaten zu bezahlen. Er entschliesst sich aber, die ganze Kaufsumme mit 5 % jährlichem Diskont bar zu entrichten. Wieviel hat er zu zahlen?

Aufgabe 1372. Jemand hat nach 2 Jahren 6 Monaten ein Erbe von 5000 ℳ zu erhalten. Wieviel würde er bar unter Abzug von 5 % Diskont bekommen?

Aufgabe 1373. Ein rechteckiger Garten, 100 m lang, 60 m breit, wurde 1 qm zu 2 ℳ verkauft. Beim Ankauf wurden 1550 ℳ bar bezahlt. Der Rest sollte ohne Zinsen nach 1 Jahre 2 Monaten abgetragen werden. Der Ankäufer zahlte aber bereits nach 6 Monaten mit 9 % jährlichem Diskont. Wieviel betrug diese Zahlung?

Aufgabe 1374. Für ein Haus werden geboten a) 20000 ℳ bar, b) 21280 ℳ, fällig nach 3 Jahren, oder bei Barzahlung 4 % Diskont, c) 24000 ℳ, fällig nach 4 Jahren, oder bei Barzahlung 4,5 % Diskont. Welches Gebot ist das höchste?

---

c) Ueber die Berechnung der Schuldsumme.

Frage 100. Wie berechnet man die Schuldsumme S aus dem Diskont D, dem Diskontfusse p und der Zeit der Vorauszahlung t?

Antwort. Schematische Ableitung.

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	p	12
$100+\frac{pt}{12}$	100	$\frac{pt}{12}$	t
S = x		D	

$$S = D\left(100+\frac{pt}{12}\right):\frac{pt}{12}$$

$$12)\ \ldots\ S = \frac{D\cdot(1200+pt)}{pt}$$ (s. Erkl. 348).

Erkl. 848. Führt man die angedeutete Division aus, so kommt:

$$12\text{b})\ \ldots\ S = \frac{D\cdot 1200}{pt}+D$$

d. h.: Man berechne nach Formel 11) zunächst die Barzahlung und addiere dazu den gegebenen Diskont.

Frage 101. Wie berechnet man die Schuldsumme S aus der Barzahlung dem Diskontfusse p und der Zeit der Vorauszahlung t?

Antwort. Man berechne aus der Barzahlung nach Formel 9) den Diskont und addiere denselben zur gegebenen Barzahlung.

Dieselbe Regel erhält man durch Ableitung der Formel (siehe Erkl. 349).

Erkl. 849. Die Ableitung der Formel ergiebt:

$$S = \frac{B(1200+pt)}{1200} = B+\frac{Bpt}{1200}$$

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1375. Jemand erhielt bei 7-monatlicher Vorauszahlung und 5 % Diskont einen Nachlass von 10,50 ℳ. Wieviel war er schuldig?

Erkl. 350. Die Ausrechnung nach Erkl. 348 ist:

$$S = \frac{10,5 \cdot 1200}{5 \cdot 7} + 10,5 = 360 + 10,5 = 370,5$$

vergleiche die Aufgabe 1337.

Auflösung vermittelst Ableitung.

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	5	12
$100 + \frac{35}{12}$	100	$\frac{35}{12}$	7
S		10,5	

$$S = \frac{10,5 \cdot 1235}{35} = 1235 \cdot 0,3$$

Die Schuldsumme ist 370,50 ℳ (siehe Erkl. 350).

Aufgabe 1376. Wie gross war eine in 124 Tagen fällige Summe, welche unter Abzug von 64,80 ℳ Diskont zu 3 % bar bezahlt wurde?

Auflösung nach Formel 12b):

$$\frac{D \cdot 36500}{p\,t} = \frac{64,8 \cdot 36500}{124 \cdot 3} ℳ = 6\,538,06 ℳ$$

Diskont = 64,80 ℳ
Schuldsumme = 6 602,86 ℳ

Aufgabe 1377. Wie gross war eine Schuldsumme, wenn für dieselbe 7 Monate vor der Verfallszeit bei 5 % Diskont 360 ℳ bar bezahlt wurden?

Erkl. 351. Diese Aufgabe wird für alle Fälle durchgeführt, vergleiche Aufgabe 1375 und so fort.

Auflösung. Diskont berechnet, Barzahlung addiert:

$$D = \frac{360 \cdot 5 \cdot 7}{1200} ℳ = 10,50 ℳ$$

Barzahlung = 360,00 ℳ
Schuldsumme = 370,50 ℳ

(siehe Erkl. 351).

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1378. Wie gross ist ein Legat, welches 3 Monate früher unter Abzug von 39,60 ℳ zu 4 % bar ausgezahlt wurde?

Aufgabe 1379. A. hat seinem Bruder B. nach 2 Jahren eine gewisse Summe auszuzahlen. Wieviel war er ihm schuldig, wenn er bar unter Abzug von $4\frac{1}{2}$ % Diskont 5 504,59 ℳ giebt?

Aufgabe 1380. Wie gross war eine in 54 Tagen fällige Summe, welche unter Abzug von 42,75 ℳ Diskont zu 5 % bar bezahlt wurde? (Jahr 365 Tage).

Aufgabe 1381. Welchen Wert erreichen am 30. Dezember bei 4,5 % 941,41 ℳ bezahlt am 17. Oktober? (Tage genau, Jahr 365 Tage.)

Aufgabe 1382. Ein am 4. August fälliges Vermächtnis wurde am 20. Juni mit 5 % Diskont nach Abzug von 9,50 ℳ bar bezahlt. Wie gross war dasselbe? (Tage genau, Jahr 365 Tage.)

---

ck von Carl Hammer in Stuttgart

1231. Heft. | **Preis des Heftes 25 Pf.** | Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente. Forts. v. Heft 1230. — Seite 209—224.

Vollständig gelöste
Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach **System Kleyer** bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

ortsetzung von Heft 1230. — Seite 209—224.

Inhalt:

Stuttgart 1893.

...erlag von Julius Maier.

...liche Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches zur Seite steht**, erscheint **monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰** pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar **in vollständig gelöster Form**, mit vielen Figuren, Erklärungen nebst **Angabe und Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann **auch alle Teile der reinen und angewandten Mathematik** — nach besonderen **selbständigen Kapiteln** angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: **Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen** und **erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.**

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten** als z. B. **für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen**, etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, **technischen** und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste, Aufgabensammlung immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur **gehörten Theorien etc.** erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren Auffinden der Lösungen** derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, **zugleich aber auch die überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem Lehrer soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze für den Schulunterricht** geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teiles der mathematischen** Disziplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft **keine Zeit** erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen **Arbeiten eine vollständige** Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende **Aufgaben zu lösen, die gehabten Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden und praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis** für den Schul-Unterricht wird dadurch **erhalten und belebt werden.**

Den Ingenieuren, Architekten, Technikern und Fachgenossen a ... rn etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vi... en mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen** i... zweigen vorkommenden Anwendungen einem **toten Kapitale lebendige** Kr... nd somit den Antrieb zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren** Fo... r.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichti... f-gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und ... in verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nir... r, **Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16,** entgegen ... ig thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Ver...**

Aufgabe 1383. Ein Legat, welches in 4 Monaten fällig ist, kommt unter Berechnung von 5 % Diskont und 13,18 ℳ Provision mit 13 167,15 ℳ zur Auszahlung. Wie gross ist das Legat?

Aufgabe 1384. Wie gross war eine am 1. Juli fällige Schuld, welche am 12. Mai unter Abzug von $4\frac{1}{2}$ % Diskont mit 3 278,64 Cor bar getilgt wurde? (Tage genau, Jahr 365 Tage.)

Aufgabe 1385. B. kauft 6 Fässer Ware, jedes zu 90 kg Brutto mit 4 % Tara, Ziel 4 Monate oder 10 % jährlichen Diskont auf Hundert. Er bezahlt 170,57 ℳ bar. Wie hoch war 1 kg Netto gerechnet worden?

Aufgabe 1386. Ein Testament bestimmt, dass A. an seine Geschwister gewisse Zahlungen zu leisten hat, und zwar an B. nach 6 Monaten, an C. nach 9 Monaten, an D. nach 15 Monaten und an E. nach 18 Monaten. Er bezahlt unter Abzug von 6 % Diskont an B. nach 3 Monaten 3 940,89 ℳ, an C. nach 7 Monaten 4 950,50 ℳ, an D. nach 12 Monaten 5 911,33 ℳ und an E. nach 16 Monaten 15 Tagen 9 925,56 ℳ. Wieviel war er jedem schuldig?

---

d) Ueber die Berechnung des Diskontfusses.

Frage 102. Wie berechnet man den Diskontfuss p aus der Zeit der Vorauszahlung t und a) aus der Barzahlung und dem Diskonte, b) der Schuldsumme und dem Diskonte, c) der Schuldsumme und der Barzahlung?

Antwort. a) Man berechne ausgehend von der 3. Zeile den zu 100 in der Zeit t gehörigen Diskont (obere Figur) und daraus denselben für 1 Jahr (untere Figur).

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	p = x	12
	100	$\frac{D\cdot 100}{B}$	t
	B	D	

$$13)\ \ldots\ p = \frac{D\cdot 1200}{B\cdot t}$$

Der Diskontfuss auf Hundert wird aus der Barzahlung und dem Diskonte geradeso wie der Zinsfuss aus Kapital und Zinsen gefunden.

b) und c) siehe Erkl. 352.

Erkl. 352. Sind S und D oder S und B gegeben, so berechnet man durch Subtraktion zunächst B oder D und verfährt dann nach Formel 13). Man erhält dadurch die Ausdrücke:

$$13\,b)\ \ldots\ p = \frac{D\cdot 1200}{(S-D)\cdot t}$$

$$13\,c)\ \ldots\ p = \frac{(B-S)\cdot 1200}{B\cdot t}$$

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1387. Für eine Schuldsumme wurden nach Abzug von 1638 ℳ Diskont, 4 Jahre 6 Monate vor der Fälligkeit 7280 ℳ bar bezahlt. Wie gross war der Diskontfuss?

Auflösung nach Formel 13):

$$p = \frac{1638 \cdot 100 \cdot 2}{9 \cdot 7280}\,\% = 5\,\%$$

Aufgabe 1388. Von einer Schuldsumme im Betrage von 370,50 ℳ, wurden 7 Monate vor der Verfallszeit 10,50 ℳ abgezogen. Wieviel Prozent Diskont hatte man gerechnet?

Erkl. 353. Durch Subtraktion von 370,5 und 10,5 findet man zunächst das Glied ✣; daraus und aus 10,5 und 100 das Glied ✣✣, mit Hilfe dessen x berechnet wird. Vergleiche die Aufgabe 1377.

Auflösung durch Ansatz:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	x	12
	100	$\frac{1050}{360}$ ✣✣	7
370,50	360 ✣	10,5	

$$x = \frac{1050 \cdot 12}{360 \cdot 7}\,\% = 5\,\%$$

(siehe Erkl. 353.)

Aufgabe 1389. Eine Schuld von 750,96 ℳ, fällig am 13. Oktober, wurde am 1. August mit 745 ℳ bar bezahlt. Wie gross ist der Diskontfuss? (Tage genau.)

Erkl. 354. Berechne zunächst das Glied ✣, dann ✣✣ und daraus x. Die Anwendung der Formel 13 c) ergiebt dasselbe.

Auflösung durch Ansatz:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	x	365
	100	$\frac{596}{745}$ ✣✣	73
750,96	745	5,96 ✣	

$$x = \frac{596 \cdot 365}{745 \cdot 73}\,\% = 4\,\% \text{ (s. Erkl. 354.)}$$

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1390. L. kauft ein Haus für 42 000 ℳ und zahlt gleich die Hälfte. Die andere Hälfte soll ohne Zinsen 4 Jahre stehen bleiben. Nach $1\frac{1}{2}$ Jahren wünscht der Gläubiger die Zahlung und will 3000 ℳ davon verlieren. Wieviel Prozent Diskont sind dies?

Aufgabe 1391. 750 ℳ, nach 3 Jahren fällig, werden jetzt mit 600 ℳ bezahlt. Wieviel Prozent Diskont sind dies?

Aufgabe 1392. Jemand erhält eine Erbschaft von 1 630 ℳ, welche $3\frac{3}{4}$ Monat vor der Verfallszeit mit 1 600 ℳ Diskont ausgezahlt wird. Wieviel Prozent Diskont war berechnet worden?

Aufgabe 1393. Ein Legat wurde unter Abzug von 14,76 ℳ Diskont auf 48 Tage mit 3 741,20 ℳ bar bezahlt. Wieviel Prozent Diskont waren bewilligt worden? (Jahr 365 Tage.)

Aufgabe 1394. Zu welchem Diskontfuss ist ein in 4 Monaten fälliges Legat von 1 333,17 ℳ mit 1 317,80 ℳ bar ausgezahlt worden?

Aufgabe 1395. Eine Schuldsumme von 6450 ℳ wurde mit 45 ℳ Diskont auf 3 Monate bar bezahlt. Welchen Diskontfuss ergiebt dies?

Aufgabe 1396. A. war wegen Ankaufes eines Hauses nach 2 Jahren 2040,40 ℳ schuldig, zahlte aber nach 1 Jahre 4 Monaten und erhielt 40,40 ℳ Diskont. Wieviel Prozent war gewährt worden?

Aufgabe 1397. Von einer Schuld zog man 20,14 ℳ ab und bezahlte sie 5 Monate vor der Verfallszeit mit 1410 ℳ. Wieviel Prozent Diskont waren gerechnet worden?

Aufgabe 1398. Ein Legat von 24000 ℳ ist 8 Monate vor dem Fälligkeitstage mit 23076,92 ℳ bar ausgezahlt worden. Wieviel Prozent Diskont hat der Erbe abgezogen?

Aufgabe 1399. P. bezahlt am 21. Februar (28 Tage) nach Abzug von 3,31 ℳ Diskont eine am 24. April fällige Schuld bar mit 486,69 ℳ. Wieviel Prozent sind dies? (Tage genau, Jahr 365 Tage.)

---

e) Ueber die Berechnung der Zeit der Vorauszahlung.

Frage 103. Wie berechnet man die Zeit der Vorauszahlung t aus dem Diskontfusse p und a) der Barzahlung und dem Diskonte, b) der Schuldsumme und dem Diskonte, c) der Schuldsumme und der Barzahlung?

Antwort. a) Aus Barzahlung und Diskont wird für die betreffende Zeit der Diskont zur Barzahlung 100 ermittelt (untere Figur) und daraus vermittelst des Diskontfusses die gesuchte Zeit (obere Figur).

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	p	12
	100	$\frac{D \cdot 100}{B}$	$t = x$
	B	D	

$$14) \ldots t = \frac{D \cdot 1200}{B \cdot p}$$

Die Zeit der Vorauszahlung wird aus der Barzahlung und dem Diskonte geradeso berechnet, wie die Zeit aus Kapital und Zinsen.

b) und c) siehe Erkl. 355.

Erkl. 355. Sind S und D oder S und B gegeben, so wird daraus zunächst die Barzahlung oder der Diskont ermittelt und dann nach Formel 14 verfahren.

b) Da $B = S - D$ ist, so erhält man:

$$14\text{b}) \ldots t = \frac{D \cdot 1200}{(S - D) \cdot p}$$

c) Da $D = S - B$ ist, so kommt:

$$14\text{c}) \ldots t = \frac{(S - B) \cdot 1200}{B \cdot p}$$

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1400. Eine Schuldsumme, fällig am 3. August, wurde nach Abzug von 12,50 *M.* Diskont zu 5 % mit 1285 *M.* bar bezahlt. An welchem Tage fand die Zahlung statt?

Erkl. 356. Der 3. August ist nach der Fristentabelle der . . . . 215. Tag
— 71 Tage
ergiebt den 144. Tag

Auflösung nach Formel 14). Es ist einzusetzen D = 12,5; B = 1285; p = 5, dann ist:

$$t = \frac{12{,}5 \cdot 36500}{1285 \cdot 5} \text{ Tage} = 71 \text{ Tage}$$

Rechnet man vom 3. August 71 Tage rückwärts, so findet man als Zahlungstermin den 24. Mai (siehe Erkl. 356).

Aufgabe 1401. 370,50 *M.* Schuld erleiden zu 5 % einen Abzug von 10,50 *M.* Wieviel Monate beträgt die Zeit der Vorauszahlung?

Erkl. 357. Erst ist das Glied ✢, dann ✢✢, endlich x berechnet worden. Die Formel 14b) würde dasselbe ergeben.

Auflösung vermittelst Ansatzes:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
	100	5	12
	100	$\frac{1050}{360}$ ✢✢	x
370,5	360 ✢	10,5	

$$x = \frac{1050 \cdot 12}{360 \cdot 5} \text{ Monate} = 7 \text{ Monate}$$

(siehe Erkl. 357).

Aufgabe 1402. Ein unverzinsbares Kapital von 1710 *M.* wurde nach Abzug von $3\frac{1}{2}$ % Diskont mit 1500 *M.* bar bezahlt. Wieviel Jahre vor der Fälligkeit fand die Zahlung statt?

Auflösung nach Formel 14c):

$$t = \frac{(1710 - 1500) \cdot 100}{1500 \cdot 3{,}5} \text{ Jahre} = 4 \text{ Jahre}$$

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1403. Ein Legat wurde nach Abzug von 108 *M.* Diskont zu 3 % mit 4800 *M.* bar bezahlt. Wieviel Monate beträgt die Zeit der Vorauszahlung.

Aufgabe 1404. Wann war ein zinsfreies Kapital fällig, welches am 24. Juli nach Abzug von 25,50 *M.* zu 4 % mit 3442,50 *M.* bar bezahlt wurde? (Tage genau, Jahr 365 Tage.)

Aufgabe 1405. Ein Legat von 10000 *M.* wurde unter Abzug von 566 *M.* 4 *₰* Diskont zu 4 % bar bezahlt. Nach welcher Zeit war dasselbe zahlbar?

Aufgabe 1406. Ein Legat von 1200 *M.*, fällig am 22. Juli, wurde mit Abzug von 9,52 *M.* Diskont zu 4 % bar bezahlt. An welchem Tage fand die Zahlung statt? (Tage genau, Jahr 365 Tage.)

Aufgabe 1407. Am 18. April wurde eine Schuldsumme von 2587,36 *M.* bei 5 % Diskont unter Abzug von 75,36 *M.* bezahlt. Wann war die Summe fällig? (Jahr 360 Tage, Monat 30 Tage.)

Aufgabe 1408. Jemand bezahlt eine Schuld von 1 200 ℳ jetzt mit 1 000 ℳ. Wieviel Jahre ist bei Berechnung von 5 % Diskont voraus bezahlt worden?

Aufgabe 1409. O. hatte in einer gewissen Zeit 6 120 ℳ zu zahlen. Auf wieviel Tage war der Diskont berechnet worden, wenn derselbe zu 5 % 120 ℳ betrug? (Jahr 365 Tage.)

Aufgabe 1410. Auf ein Legat von 12 000 ℳ zahlten die Erben unter Abzug von 5 % Diskont am 26. März 11 853,86 ℳ bar aus. Wann war dasselbe fällig? (Jahr und Monate genau.)

---

4) Vermischte Aufgaben aus der Diskontrechnung.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1411. Ein Bankier in Berlin diskontiert am 25. Juli folgende Wechsel mit 6 % und 3 ‰ Provision: 872,50 ℳ, ausgestellt am 30. Mai, 3 Monate dato; 1 418,30 ℳ, am 12. Juni, 2 Monate dato; 7 240,50 ℳ, am 25. Juni, 1 Monat dato; 942,80 ℳ, am 2. Juli, 8 Wochen dato, und 2 436 ℳ, zahlbar am 11. August. a) Wieviel beträgt die Provision; b) der Diskont; c) die Zahlung für die Wechsel?

Erkl. 858. Die Zinszahlen nennt man in entsprechender Weise hier Diskontzahlen. Aehnlich sind die Aufgaben No. 1424 bis 1427 zu rechnen.

Auflösung. Die Provision wird von der ungekürzten Wechselsumme berechnet. Der Gesamtbetrag aller Wechsel ist 12 910,10 ℳ, davon 3 ‰, geben 38,73 ℳ Provision. Da der Diskont wie die Zinsen berechnet werden, so hat man hier dieselbe Aufstellung, wie bei der Berechnung der Zinsen mehrerer Kapitalien zu gleichem Zinsfusse (s. Erkl. 358):

Wechselsumme	fällig am	Tage	Zins- oder Diskontzahlen
872,50 ℳ	30. August	36	31 410
1 418,30 ℳ	12. August	18	25 529
7 240,50 ℳ	25. Juli	0	—
942,80 ℳ	27. August	33	31 112
2 436,00 ℳ	11. August	17	41 412
12 910,10 ℳ			129 463 : 6 000 = 21,58

Gesamtbetrag der Wechsel .	12 910,10 ℳ
— Diskont	21,58 ℳ
— Provision	38,73 ℳ
bleibt zu zahlen	12 849,79 ℳ

Aufgabe 1412. Welcher Diskontfuss vom Hundert giebt denselben Diskont wie 6 % Diskont auf Hundert?

Erkl. 859. In ähnlicher Weise sind die Aufgaben 1429 bis 1432 zu rechnen.

Auflösung. Der Ansatz ist:

Schulds.	Barz.	Disk.	Zeit d. V.
106	100	6	1 Jahr
100		x	1 Jahr

$$x = \frac{600}{106}\,\% = 5{,}6\,\% \text{ (s. Erkl. 359).}$$

Aufgabe 1413. Zu wieviel Prozent giebt ein Kapital (s. Erkl. 360) bei $2\frac{1}{2}$ jähriger

Vorauszahlung denselben Diskont, den es zu $4\,\%$ bei $3\frac{3}{4}$ jähriger Vorauszahlung liefert?

Erkl. 360. Beim Diskont vom Hundert ist als Kapital die Schuldsumme, beim Diskont auf Hundert als solches die Barzahlung zu betrachten.

Auflösung. Da Diskontfuss und Zeit ebenso wie Zinsfuss und Zeit im umgekehrten Verhältnisse stehen, hat man:

bei $2\frac{1}{2}$ jähriger Vorauszahlung $x\,\%$

„ $3\frac{3}{4}$ „ „ $4\,\%$

$$x = \frac{4 \cdot 15 \cdot 2}{4 \cdot 5}\,\% = 6\,\%$$

Aufgabe 1414. Jemand mietet einen kleinen Garten auf 4 Jahre und zahlt jährlich im voraus 35 ℳ Pacht. Der Vermieter bietet $4\,\%$ Diskont auf Hundert, wenn der Pächter gleich die gesamte Pachtsumme erlegt. Wieviel hat derselbe dann zu zahlen?

Erkl. 361. Aehnlich sind die Aufgaben 1433 und 1434 zu rechnen.

Auflösung. Es ist nach der Formel 87) des Verzeichnisses $\frac{S \cdot 100}{100 + pt}$ für die 4 Schuldsummen der jedesmalige Barwert zu ermitteln:

1)	35 ℳ	nach 0 Jahren	sind	bar	35,00 ℳ
2)	35 ℳ	„ 1 Jahre	„	„	33,65 ℳ
3)	35 ℳ	„ 2 Jahren	„	„	32,41 ℳ
4)	35 ℳ	„ 3 „	„	„	31,25 ℳ
		Also sind bar zu zahlen			132,31 ℳ

Aufgabe 1415. Für eine nach 3 Jahren fällige Schuld wurde jetzt $\frac{5}{6}$ derselben bezahlt. Wieviel Prozent Diskont a) vom, b) auf Hundert wurde gerechnet?

Erkl. 362. Der Diskont für 3 Jahre ist $\frac{1}{5}$ der Barzahlung $\left(\text{denn } \frac{1}{6} \text{ ist der 5. Teil von } \frac{5}{6}\right)$; für 1 Jahr ist er $\frac{1}{15}$ oder der 15. Teil von 100, dies giebt $6\frac{2}{3}\,\%$.

Auflösung. a) Da die Barzahlung $\frac{5}{6}$ der Schuldsumme ist, so ist der Diskont $\frac{1}{6}$ derselben bei 3 jähriger Vorauszahlung, bei 1 jähriger Vorauszahlung also $\frac{1}{18}$. Somit ist der Diskontfuss vom Hundert der 18. Teil von 100 oder

$$5\frac{5}{9}\,\%$$

b) Nach Erkl. 362 ergiebt sich als Diskontfuss auf Hundert:

$$6\frac{2}{3}\,\%$$

Aufgabe 1416. Zu wieviel Prozent auf Hundert war diskontiert worden, wenn 2 Jahre 6 Monate früher $\frac{8}{9}$ der Schuldsumme als gegenwärtiger Wert bezahlt worden war?

Erkl. 363. In ähnlicher Weise sind die Aufgaben 1435 und 1436 zu lösen.

Auflösung. Der Diskont ist $\frac{1}{9}$ der Schuldsumme oder $\frac{1}{8}$ der Barzahlung für $2\frac{1}{2}$ Jahre, für 1 Jahr nur der $\frac{5}{2}$. Teil, d. i. $\frac{1}{20}$. Der Diskontfuss ist also der 20. Teil von Hundert oder $5\,\%$.

Aufgabe 1417. Ich habe zwei gleiche Summen zu bezahlen, die eine nach 9, die andere nach 15 Monaten. Bezahle ich dieselben auf der Stelle mit einem für beide Summen gleichen Diskont, so muss ich für die erste 3 624 ℳ, für die zweite 3 480 ℳ bezahlen. Wie gross ist jede der beiden Summen, und zu wieviel Prozent wird der Diskont berechnet?

Erkl. 364. Der Diskontfuss ist nach Formel 77) des Verzeichnisses:

$$p = \frac{D \cdot 1200}{S \cdot t}$$

er ist also:

$$\frac{216 \cdot 1200}{3840 \cdot 9}\,\% \text{ oder } \frac{360 \cdot 1200}{3840 \cdot 15}\,\%$$

Dies giebt jedesmal $7\frac{1}{2}\,\%$.

Auflösung. Da die Schuldsummen gleich sind, so muss die Differenz beider Barzahlungen den Diskont für die Differenz der Zeiten ergeben. Es ist also (3 624 — 3 480) ℳ = 144 ℳ der Diskont für (15 — 9) Monate = 6 Monate. Also ist der Diskont für 3 Monate 72 ℳ, für 9 Monate 216 ℳ und für 15 Monate 360 ℳ. Daraus ergiebt sich für jede der Schuldsummen:

$$(3\,624 + 216) \text{ ℳ} = 3\,840 \text{ ℳ}$$
$$(3\,480 + 360) \text{ ℳ} = 3\,840 \text{ ℳ}$$

Zur Berechnung des Diskontfusses siehe Erkl. 364.

Aufgabe 1418. Ein Kaufmann hat zwei Zahlungen im Betrag von 510 und 780 fs, die erste nach einer gewissen Zeit, die zweite $2\frac{1}{2}$ Monate später zu leisten. Da ihm 8 % Abzug gestattet wird, so entrichtet er beide Summen bar mit 1 246,90 fs. Nach wieviel Monaten waren die Posten zu zahlen?

Erkl. 365. Die Aufgaben 1417 und 1418 sind aus Kleyers Gleichungen des 1. Grades entnommen (Seite 276 und 277), aber anders gelöst. Man erkennt aus den beiden Lösungsarten, dass die hier gewählten, durch blosse Schlussfolgerungen ausgeführten, bei weitem rascher und durchsichtiger zum Ziele führen, als die Lösungen durch Gleichungen.

Auflösung. Die Gesamtschuld beträgt (510 + 780) fs = 1 290 fs, also der gesamte Diskont:

$$(1\,290 - 1\,246{,}9) \text{ fs} = 43{,}1 \text{ fs}$$

da die zweite Summe $2\frac{1}{2}$ Monate später fällig ist, so wird für diese mehr Diskont bewilligt sein, nämlich:

$$\frac{780 \cdot 8 \cdot 5}{2 \cdot 1200} \text{ fs} = 13 \text{ fs}$$

somit ist (43,1 — 13) fs = 30,10 fs der Diskont für die gesamte Schuldsumme von 1 290 fs zu 8 %, für die Zeit, welche beide gleichzeitig früher gezahlt wurden. Diese ist nach Formel 80) des Verzeichnisses:

$$t = \frac{30{,}1 \cdot 1200}{1290 \cdot 8} \text{ Monate} = 3\frac{1}{2} \text{ Monate}$$

510 fs sind nach $3\frac{1}{2}$ Monaten, 780 fs nach $\left(3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}\right)$ Monaten = 6 Monaten fällig (siehe Erkl. 365).

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1419. Es sei S = 384 ℳ; D = 2,80 ℳ; B = 381,20 ℳ; p = 3,5 % vom Hundert und t = 75 Tage (Jahr 360 Tage). Stelle nach Frage 87 alle möglichen Aufgaben auf und berechne sie.

Aufgabe 1420. Es sei S = 6403,20 ℳ; D = 52,20 ℳ; B = 6351 ℳ; p = 4 % auf Hundert; t = 75 Tage (Jahr 365 Tage). Stelle nach Frage 87 die 12 möglichen Aufgaben auf und berechne sie.

Aufgabe 1421. Für 4000 ℳ, fällig nach 8 Monaten, zahlt man heute 3840 ℳ Welcher Diskontfuss liegt zu Grunde a) auf, b) vom Hundert?

Aufgabe 1422. Zu wieviel Prozent a) vom, b) auf Hundert war diskontiert worden, wenn für 2500 ℳ, fällig nach 2 Jahren, nach 9 Monaten 2400 ℳ bezahlt wurden?

Aufgabe 1423. Für eine am 25. November 1894 fällige Forderung von 5000 ℳ zahlte man am 15. März 1892 nur 4513,54 ℳ Wieviel Prozent Diskont wurde gerechnet a) auf, b) vom Hundert? (Zeit in Monaten.)

Aufgabe 1424. M. diskontiert zu 4 % am 8. Januar folgende Wechsel: 4785 ℳ, ausgestellt am 12. November, 3 Monate dato; 3260 ℳ, vom 30. November, 2 Monate dato; 538,50 ℳ, vom 1. Januar, 1 Monat dato. a) Wieviel Diskont zieht M. ab? b) Wie gross ist die bare Zahlung? (Tage genau, Jahr 360 Tage.)

Aufgabe 1425. Ein Bankier diskontiert am 17. März mit 5 % und unter Berechnung von $\frac{1}{2}$ % Provision und 1 ‰ Kurtage folgende Wechsel: 3842,60 ℳ, fällig am 23. März; 873,70 ℳ pr. 2. April; 1540,20 ℳ pr. 18. April; 4700 ℳ pr. 5. Mai. Wieviel beträgt a) der gesamte Diskont? b) der Spesenabzug? c) die Barzahlung? (Tage genau, Jahr 360 Tage.)

Aufgabe 1426. Paris diskontiert den 9. Mai 2450 fs pr. 30. Juni, 3000 fs pr. 12. Juli, 3600 fs pr. 12. August mit $4\frac{1}{2}$ %. Provision und Kurtage $\frac{3}{8}$ %. Wie gross ist die Barzahlung? (Tage genau, Jahr 360 Tage.)

Aufgabe 1427. London diskontiert am 15. März £ 278·12·— pr. 25. April, £ 312·10·— pr. 12. Mai, £ 250·—·— pr. 31. Mai mit $2\frac{1}{2}$ % (Monate genau, 3 Respekttage, d. h. jeder Wechsel braucht erst 3 Tage später bezahlt zu werden, daher sind beim Diskont jedesmal 3 Tage mehr zu rechnen, Jahr 365 Tage). Wie gross ist die Barzahlung?

Aufgabe 1428. A. bietet am 16. April dem B. für eine Schuld bar 953,50 ℳ oder einen sicheren Wechsel von 958,77 ℳ pr. 22. Mai. Welches Angebot ist das höhere, wenn 5 % Diskont gerechnet werden?

Aufgabe 1429. Zu wieviel Prozent auf Hundert muss ein Kapital bei einjähriger Vorauszahlung diskontiert werden, um denselben Diskont zu geben, den man davon bei 5 % vom Hundert erhält?

Aufgabe 1430. Zu wieviel Prozent vom Hundert muss eine Schuldsumme diskontiert werden, um denselben Diskont zu geben, den man bei 5 % auf Hundert erhalten würde?

Aufgabe 1431. Wieviel Prozent auf Hundert geben bei einjähriger Vorauszahlung ebensoviel Diskont wie 4 % vom Hundert?

Aufgabe 1432. Wieviel Prozent vom Hundert geben bei einjähriger Vorauszahlung ebensoviel Diskont wie $11\frac{1}{9}$ % auf Hundert?

Aufgabe 1433. A. pachtet von B. einen Garten auf 5 Jahre, jährlich für 50 ℳ. B. wünscht die Pachtgelder alle vorausbezahlt (auch die erste Rate) und bietet 5 % Diskont auf Hundert. Wie gross ist die bare Zahlung?

Aufgabe 1434. R. mietet eine Wohnung für 720 ℳ jährlich, welche Summe vierteljährlich mit 180 ℳ bezahlt werden soll. Der Hausbesitzer bietet $\frac{1}{2}$ % monatlichen Diskont auf Hundert, wenn R. die ganze Summe gleich bar erlegt. Wieviel beträgt bei Vorausbezahlung die jährliche Miete? (Erste Rate wird nicht diskontiert.)

Aufgabe 1435. Welcher Teil des zukünftigen Wertes ist der gegenwärtige Wert, wenn auf 4 Jahre ein Diskont auf Hundert von 5 % abgerechnet wurde?

Aufgabe 1436. Auf wieviel Jahre war zu 5 % auf Hundert diskontiert worden, wenn $\frac{10}{11}$ der zukünftigen Summe dem gegenwärtigen Werte gleich sind?

K. Ueber die Terminrechnung.

Anmerkung 17. Die Terminrechnung löst die Aufgabe, für mehrere nach verschiedenen Zeiten fällige Kapitalien einen gemeinsamen oder mittleren Zahlungstermin zu finden, an welchem die Summe aller Kapitalien als fällig angenommen werden kann. Dabei wird stets vorausgesetzt, dass weder Schuldner noch Gläubiger einen Nachteil habe. Da die Kapitalien nun unverzinsliche sein können, wie in der Diskontrechnung, oder verzinsliche, wie in der Zinsrechnung, so zerfällt dieser Abschnitt in die Berechnung des mittleren Zahlungstermines 1) unverzinslicher Kapitalien, 2) verzinslicher Kapitalien. Daran schliesst sich 3) noch die Beantwortung einiger anderen Fragen, die damit im Zusammenhange stehen.

Anmerkung 18. Die Terminrechnung findet sich schon in den ältesten gedruckten Rechenbüchern, z. B. bei Lucas Pacioli oder Lucas de Burgo, welcher in seiner 1494 veröffentlichten Summa de Arithmetica geometrica darüber handelt, und bei Widmann von Eger 1489 und Tartaglia 1556, welche bereits die heute im kaufmännischen Leben gebräuchliche Art, das Aufsuchen des mittleren Termines vermittelst Zinszahlen lehren.

1) Ueber die Terminrechnung bei unverzinslichen Kapitalien.

Frage 104. Welche Fälle hat man zu unterscheiden?

Erkl. 366. Der erste Fall kann als besonderer des zweiten betrachtet werden.

Antwort. Man unterscheidet zwei Fälle:

1) Die Kapitalien sind gleich (siehe Erkl. 366).

2) Die Kapitalien sind ungleich.

Frage 105. Welche Arten der Berechnung giebt es?

Antwort. Es giebt zwei Arten der Berechnung, je nachdem man Diskont vom oder auf Hundert zu Grunde legt. Die erste Art ist die kürzere und wird daher vom Kaufmann ausschliesslich angewendet (s. Erkl. 367).

Erkl. 367. Wie sich aus den Begriffen des Diskonts vom und auf Hundert ergiebt, wird die auf ersterer Art fussende Terminrechnung weniger genau sein.

Frage 106. Wie bestimmt man den mittleren Zahlungstermin gleicher unverzinslicher Kapitalien a) nach der ersten, b) nach der zweiten Art?

Antwort. a) Es seien n gleiche Kapitalien K nach $t_1, t_2, t_3 \cdots$ Tagen fällig. Dann giebt (s. Erkl. 368) Kapital

K nach t_1 Tgn. sov. Zins. wie Kt_1 nach 1 Tag
K „ t_2 „ „ „ „ Kt_2 „ 1 „
K „ t_3 „ „ „ „ Kt_3 „ 1 „
u. s. w. u. s. w.

Also geben die einzelnen Kapitalien in den betreffenden Zeiten geradesoviel Zinsen wie:

$$Kt_1 + Kt_2 + Kt_3 + \cdots = K(t_1 + t_2 + t_3 + \cdots)$$

an 1 Tage. Die Frage ist: In welcher Zeit giebt nK dieselbe Zinsenmenge? Daher der Ansatz:

$K(t_1 + t_2 + t_3 + \cdots)$ nach 1 Tag } umgek.
nK „ x Tagen } Verh.

also ist x, da sich K weghebt:

$$1) \ldots x = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots}{n}$$

Bei gleichen Kapitalien wird der mittlere Zahlungstermin gefunden, indem man die verschiedenen Zeiten addiert und diese Summe durch die Anzahl der Kapitalien dividiert.

Sind nun die Verfallstermine gegeben, nicht die Zeiten, so ermittelt man diese am bequemsten, wenn man vom frühesten Verfallstermin ausgeht. Man kann aber ebenso gut jeden beliebigen anderen Termin als Ausgangspunkt wählen (siehe Erkl. 369 und Aufgabe 1438).

b) Betrachtet man jedes zu einer bestimmten Zeit zahlbare unverzinsliche Kapital als einen Wert, der die Zinsen für diese Zeit einschliesst (Diskont auf Hundert), so ergiebt sich zur Berechnung des mittleren Zahlungstermines folgende Regel, welche keines Beweises

Erkl. 368. Da das Kapital K erst nach t_1 Tagen fällig ist, so ist es nach den Grundsätzen der Diskontrechnung vorher weniger wert. Es ist also — streng genommen — aufzufassen als eine Summe, welche mit ihren Zinsen in t_1 Tagen auf K anwächst. Diese Summe wird aber durch die Diskontrechnung auf Hundert (Abschnitt J, No. 3b) in richtiger Weise ermittelt.

In nebenstehender Betrachtung dagegen ist angenommen worden, dass K gleich fällig ist und dem Schuldner in den t_1 Tagen Zinsen bringt, um welche er zu kurz kommen würde, falls er das Kapital gleich bezahlte. Es ist also dieselbe Auffassung, welche der Diskontrechnung vom Hundert zu Grunde liegt, bei welcher ja der Diskont — die Zinsen — von der Schuldsumme berechnet werden. Demgemäss wird auch der ermittelte Zahlungstermin nicht genau, sondern etwas zu gross sein. Denn da der Diskont vom Hundert grösser ist, als der auf Hundert, so ist auch mehr Zeit erforderlich, um denselben zu verdienen. Uebrigens ist die Zeitdifferenz zwischen diesen und der anderen Art, wie die Beispiele 1440 und 1445 lehren, in den meisten Fällen unbedeutend, besonders da es sich im kaufmännischen Verkehr, wenn auch oft um ansehnliche Summen, so doch selten um grosse Zeiträume handelt.

Dieselbe Erörterung gilt auch für verschiedene Kapitalien.

Erkl. 369. Wählt man einen Zeitpunkt als Ausgangspunkt, welcher a Tage von dem Fälligkeitstage des ersten Kapitals liegt, so wäre dasselbe nach $a + t_1$ Tagen, das zweite nach $a + t_2$ Tagen, das dritte nach $a + t_3$ Tagen u. s. w. fällig. Die Formel würde dann:

$$\frac{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots an}{n} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots}{n} + a$$

d. h. der mittlere Zahlungstermin ist auch um a Tage länger. Da er aber von einem um a Tage früher gelegenen Zeitpunkte aus zu rechnen ist, so ergiebt sich selbstverständlich derselbe Tag, wie aus folgender Figur in anschaulicher Weise hervorgeht. Würde man von einem Tage ausgehen, der nach gewissen Fällig-

keitsterminen liegt, so müsste man von diesem rückwärts zählen und diese Tage mit negativem Zeichen in Rechnung bringen (in der Figur punktiert t_1', t_2', t_3', x').

a | t_1 | $-t_1'$
a | t_2 | $-t_2'$
a | t_3 | $+t_3'$
a | x | $-x'$

der Richtigkeit bedarf, da sie logisch aufgebaut ist:

1) **Schuldner und Gläubiger einigen sich über einen Diskontfuss** oder nehmen den zur Zeit üblichen.

2) **Man berechnet nach demselben für jede Schuldsumme den Barwert** (Abschnitt J, No. 3 b) **und addiert diese, ebenso auch die Schuldsummen.**

3) **Man sucht die Differenz** und erhält so die Zinsen, welche in den einzelnen Terminzahlungen enthalten sind.

4) **Man berechnet die Zeit, nach welcher die Summe der Barwerte diese Zinsenmenge zu dem angenommenen Zinsfusse bringt. Diese ergiebt den gesuchten mittleren Zahlungstermin.**

Frage 107. Wie bestimmt man den mittleren Zahlungstermin für **ungleiche unverzinsliche Kapitalien** a) nach der ersten, b) nach der zweiten Art?

Antwort. a) Die Kapitalien K_1, K_2, $K_3 \cdots$ seien nach t_1, t_2, $t_3 \cdots$ Tagen fällig. Dann bringt Kapital

K_1 nach t_1 Tgn. sov. Zins. wie $K_1 t_1$ nach 1 Tag
K_2 „ t_2 „ „ „ „ $K_2 t_2$ „ 1 „
u. s. w. u. s. w.

Also bringen:

$$K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 + \cdots$$

nach 1 Tag geradesoviel Zinsen wie die einzelnen Kapitalien in ihren Zeiten. Nun ist zu ermitteln, in welcher Zeit $K_1 + K_2 + K_3 \cdots$ dieselbe Zinsenmenge bringt. Daher der Ansatz:

$K_1 t_1 + K_2 t_2 + \cdots$ nach 1 Tag ⎫ umgek.
$K_1 + K_2 + \cdots$ „ x Tagen ⎭ Verh.

$$2) \ldots x = \frac{K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 + \cdots}{K_1 + K_2 + K_3 + \cdots}$$

Der mittlere Zahlungstermin bei verschiedenen Kapitalien wird ermittelt, indem man die Summe der Zinszahlen durch die Summe der Kapitalien dividiert.

b) Geht man vermittelst des Diskontes auf Hundert auf die Barwerte zurück, so ergiebt sich hier dieselbe Regel wie bei gleichen Kapitalien (siehe

Erkl. 870. Der Diskontfuss sei p, dann ist Kapital

K_1 fällig nach t_1 Monaten, bar $\dfrac{K_1 \cdot 1200}{1200 + p t_1}$

K_2 „ „ t_2 „ „ $\dfrac{K_2 \cdot 1200}{1200 + p t_2}$ etc.

Folglich ist zu ermitteln, in welcher Zeit das Kapital

$$K = \frac{K_1 1200}{1200 + p t_1} + \frac{K_2 1200}{1200 + p t_2} + \cdots$$

an Zinsen:

$$Z = (K_1 + K_2 + \cdots) - \left(\frac{K_1 1200}{1200 + p t_1} + \frac{K_2 1200}{1200 + p t_2} + \cdots\right)$$

giebt. Dies wird berechnet nach Formel 50 b) des Verzeichnisses, welche lautet:

$$t = \frac{Z \cdot 1200}{K \cdot p}$$

Man findet:

$$t = \frac{K_1 + K_2 + \cdots}{p} : \left(\frac{K_1}{1200 + p t_1} + \frac{K_2}{1200 + p t_2} + \cdots\right) - \frac{1200}{p}$$

Sind die Kapitalien gleich, so erhält man:

$$t = \frac{n}{p} : \left(\frac{1}{1200 + p t_1} + \frac{1}{1200 + p t_2} + \cdots\right) - \frac{1200}{p}$$

Dass hier die Kapitalien selbst nicht vorkommen, war vorauszusehen; denn offenbar muss sich bei gleichen Fälligkeitstagen und gleicher Anzahl von Kapitalien für die doppelte, dreifache etc. Menge, derselbe mittlere Termin ergeben.

die vorhergehende Antwort). Die Formel, welche man erhält, ist wenig durchsichtig und bietet für die Rechnung keinerlei Abkürzung. Der Vollständigkeit halber mag sie in Erkl. 370 aufgestellt werden.

---

a) Gelöste Aufgaben.

α) Die Kapitalien sind gleich.

Aufgabe 1437. P. schuldet 6000 ℳ, welche er in gleichen Raten nach 3, 4, 7 und 10 Monaten tilgen soll. Wann kann er ohne Schaden für beide Teile die ganze Summe auf einmal tilgen?

Auflösung nach erster Art. Nach der Formel 1) findet man:

$$x = \frac{3 + 4 + 7 + 10}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

Der mittlere Zahlungstermin ist nach 6 Monaten. In diesem Falle hat er für die beiden ersten Posten, welche er später bezahlt, einen Zinsgewinn von 3 und 2 Monaten = 5 Monaten und für die beiden letzten Posten, die er früher bezahlt, einen Zinsverlust von 1 und 4 Monaten = 5 Monaten. Gewinn und Verlust heben sich, also ist weder Vorteil noch Nachteil vorhanden (siehe Erkl. 371).

Erkl. 371. Probe a) bei 4 % Zinsen:

1500 ℳ	zu	4 %	nach	3	Monaten =	180 ℳ
1500 ℳ	„	4 %	„	4	„ =	240 ℳ
1500 ℳ	„	4 %	„	7	„ =	420 ℳ
1500 ℳ	„	4 %	„	10	„ =	600 ℳ
6000 ℳ	zu	4 %	nach	6	Monaten =	1440 ℳ

Probe b) mit Zinszahlen abgekürzt:

1500 ℳ	3 Monate	Zinszahl 45
1500 ℳ	4 „	„ 60
1500 ℳ	7 „	„ 105
1500 ℳ	10 „	„ 150
6000 ℳ	6 Monate	Zinszahl 360

Aufgabe 1438. Von drei Schuldsummen, jede zu 820 ℳ, ist die erste am 10. Februar, die zweite am 13. Juni und die dritte am 25. September fällig. An welchem Tage kann die Schuld bezahlt werden, ohne dass Gläubiger und Schuldner benachteiligt werden (Monat 30 Tage)?

Auflösung nach erster Art. Um die Anzahl der Tage zu finden, welche jede einzelne Summe noch zu laufen hat, kann man von einem beliebigen Tage ausgehen. Wir wählen als solchen 1) den 1. Februar, 2) den 10. Februar, 3) den 13. Juni, 4) den 30. September.

1) Vom 1. Febr.

bis zum 10. Febr.	sind	9 Tage
„ „ 13. Juni	„	132 „
„ „ 25. Sept.	„	234 „
		375 : 3

giebt 125 Tage nach dem 1. Februar, oder den 6. Juni als Zahlungstermin.

Erkl. 372.

3) Vom 13. Juni

bis zum 10. Febr.	sind	− 123	Tage (früher)
„ „ 13. Juni	„	0	„
„ „ 25. Sept.	„	+ 102	„ (später)
		− 21 : 3	

giebt 7 Tage vor dem 13. Juni, d. i. den 6. Juni als mittleren Zahlungstermin.

4) Vom 30. September

bis zum 10. Febr. sind	— 230	Tage	(früher)
„ „ 13. Juni „	— 107	„	„
„ „ 25. Sept. „	— 5	„	„
	— 342 : 3		

giebt 114 Tage vor dem 30. September als gemeinsamen Verfallstag. Das ist ebenfalls der 6. Juni.

2) Vom 10. Febr.

bis zum 10. Febr. sind	0	Tage
„ „ 13. Juni „	123	„
„ „ 25. Sept. „	225	„
	348 : 3	

giebt 116 Tage nach dem 10. Februar, oder den 6. Juni.

3) und 4) siehe Erkl. 372.

Man erkennt hieraus, dass der Ausgangstag ohne Einfluss auf das Ergebnis ist, und dass No. 2), nämlich die Wahl des frühesten Verfallstages der Posten als Ausgangspunkt, die bequemste Rechnung ergiebt, wie schon in Erkl. 369 gezeigt wurde.

Aufgabe 1439. R. ist 2 250 ℳ schuldig und verpflichtet, sie in gleichen Raten am 1. Mai, 15. Juni und 20. August zu tilgen. Wann kann er ohne Nachteil für sich und den Gläubiger die gesamte Schuldsumme abtragen, falls 4% Diskont angenommen werden?

Erkl. 373. Da die Division selten eine ganze Zahl ergiebt, so verfährt man beim Abrunden hier in folgender Weise: Hat der Rechner zu zahlen oder den Betrag gutzuschreiben, so rechnet er den Bruch stets für voll, hat er dagegen zu fordern oder zu belasten, so bleibt der Bruch immer unberücksichtigt. Der Bruch wird somit in jedem Falle zum Vorteile des Rechners verwendet.

Im nebenstehenden Beispiele ist t genau 50,805··· Tage.

Auflösung nach der zweiten Art. Als Ausgangspunkt ist der 1. Mai zu nehmen, dann läuft der zweite Posten noch 44 Tage und der dritte noch 109 Tage.

750 ℳ	nach	0 Tagen	sind bar	750,00 ℳ
750 ℳ	„	44 „	„ „	746,35 ℳ
750 ℳ	„	109 „	„ „	741,02 ℳ
2 250 ℳ			sind bar	2 237,37 ℳ

Die Ermittelung der Barwerte geschieht nach Abschnitt J, No. 3b.

Es ist nun zu beantworten: In welcher Zeit wachsen 2 237,37 ℳ zu 4% auf 2 250 ℳ an, oder in welcher Zeit bringen sie

(2 250 — 2 237,37) ℳ = 12,63 ℳ Zinsen?

$$t = \frac{12{,}63 \cdot 36\,000}{2\,237{,}37 \cdot 4} = \frac{1\,263 \cdot 9\,000}{223\,737}$$

Dies giebt rund 51 Tage nach dem 1. Mai oder den 22. Juni als gemeinschaftlichen Verfallstag (siehe Erkl. 373).

Aufgabe 1440. Jemand kauft ein Grundstück für 20 000 ℳ mit der Bedingung, die Summe in vier gleichen Raten und zwar die erste nach 2 Monaten, die zweite nach 7 Monaten, die dritte nach 10 Monaten, die vierte nach 18 Monaten abzutragen. Welches ist der gemeinschaftliche Verfallstag (Diskontfuss 5%)?

Erkl. 374. Auflösung nach der ersten Art:

$$x = \frac{2 + 7 + 10 + 18}{4} \text{ Monate}$$

$$= 9\frac{1}{4} \text{ Monate oder 9 Monate 8 Tage}$$

nach oben abgerundet.

Auflösung nach der zweiten Art. Als Ausgangspunkt wird der Verfallstag des ersten Postens genommen.

5 000 ℳ	nach	0 Mon.	sind bar	5 000,00 ℳ
5 000 ℳ	„	5 „	„ „	4 897,96 ℳ
5 000 ℳ	„	8 „	„ „	4 838,71 ℳ
5 000 ℳ	„	16 „	„ „	4 687,50 ℳ
20 000 ℳ			sind bar	19 424,17 ℳ

Man erkennt aus dem geringen Unterschiede der beiden Rechnungen den Grund, warum man der bei weitem bequemeren Rechnung nach erster Art im kaufmännischen Verkehr immer den Vorzug vor der schwierigen Rechnung zweiter Art giebt.

In welcher Zeit bringen 19 424,17 ℳ (20 000 — 19 424,17) ℳ = 575,83 ℳ Zinsen?

$$t = \frac{575{,}83 \cdot 1\,200}{19\,424{,}17 \cdot 5} \text{ Monate}$$

Das sind nach oben abgerundet 7 Monate und 4 Tage vom ersten Verfallstage an. Vom Tage des Kaufes aber an gerechnet ergeben sich 9 Monate 4 Tage. Der Unterschied gegen die Auflösung erster Art beträgt also nur 4 Tage (siehe Erkl. 374).

β) Die Kapitalien sind ungleich.

Aufgabe 1441. A. hat 3 600 ℳ nach $4\frac{1}{2}$ Monaten und 6 400 ℳ nach 7 Monaten zu zahlen. Er will beide Summen auf einmal abtragen. Wann kann dies ohne Nachteil für beide Teile geschehen?

Erkl. 375. Kurze Darstellung:

3 600 ℳ in $4\frac{1}{2}$ Mon. sov. Zins. wie 100 ℳ in $36 \cdot 4\frac{1}{2}$ Mon. = 162 Mon.

6 400 ℳ in 7 Mon. sov. Zins. wie 100 ℳ in $64 \cdot 7$ Mon. = 448 Mon.

10 000 ℳ in x Mon. sov. Zins. wie 100 ℳ in (162 + 448) Mon. = 610 Mon.

oder: 10 000 ℳ in x Mon. } umgek.
100 ℳ in 610 Mon. } Verh.

$$x = \frac{610 \cdot 100}{10\,000} \text{ Mon.} = 6{,}1 \text{ Mon.}$$

Wenden wir für „soviel Zinsen wie" das Gleichheitszeichen an, so ergiebt sich folgende Darstellung:

3 600 ℳ nach $4\frac{1}{2}$ Mt. = 100 ℳ nach 162 Mt.
6 400 ℳ „ 7 „ = 100 ℳ „ 448 „
10 000 ℳ nach x Mt. = 100 ℳ nach 610 Mt.
10 000 ℳ „ x „

Dies giebt ebenfalls:

$$x = \frac{610 \cdot 100}{10\,000} = 6{,}1$$

oder 6 Monate 3 Tage.

Auflösung ausführlich, erste Art.

A. soll 3 600 ℳ nach $4\frac{1}{2}$ Monaten zahlen. Es stehen ihm also noch die Zinsen zu, welche diese 3 600 ℳ in $4\frac{1}{2}$ Monaten bringen. Diese sind gleich den Zinsen, welche 100 ℳ in $36 \cdot 4\frac{1}{2}$ Monaten = 162 Monaten geben.

Die 6 400 ℳ sind nach 7 Monaten fällig, von ihnen hat A. noch einen Zinsgenuss für 7 Monate. Dieser ist gleich den Zinsen, welche 100 ℳ in $64 \cdot 7$ Monaten = 448 Monaten liefern.

Im ganzen stehen ihm also noch die Zinsen zu, welche 100 ℳ in (162 + 448) Monaten = 610 Monaten bringen. — Um diesen Zinsgenuss zu erhalten, behält er beide Kapitalien, also 3 600 ℳ + 6 400 ℳ = 10 000 ℳ, in Händen und geniesst so monatlich die Zinsen von 10 000 ℳ, welche gleich sind den Zinsen von 100 ℳ in 100 Monaten. Er hat aber die Zinsen von 100 ℳ für 610 Monate zu beanspruchen, also kann er die 10 000 ℳ so lange behalten, wie 100 in 610 Monaten enthalten ist, d. s. 6,1 Monate = 6 Monate 3 Tage (siehe Erkl. 375).

Aufgabe 1442. Ein Frankfurter Bankier erhält am 3. Mai folgende Platzwechsel (siehe Erkl. 376) zum Einziehen: 250 ℳ, fällig am 8. Mai, 720 ℳ pr. 12. Mai, 331 ℳ pr. 15. Mai, 2 000 ℳ pr. 3. Juni, 448,50 ℳ pr. 12. Juni und 370 ℳ pr. 10. Juli. Da sämtliche Wechsel in Ordnung gehen, will er sie seinem Korrespondenten (s. Erkl. 377)

Auflösung nach erster Art. Als Ausgangspunkt wird der 8. Mai gewählt. Das

unter einem Tage gutschreiben. Welcher Tag ist das? (Tage genau.)

Erkl. 376. Platzwechsel sind solche Wechsel, die an dem betreffenden Platze, hier also in Frankfurt, zahlbar sind.

Erkl. 377. Korrespondent ist ein Geschäftsfreund. Es ist hier anzunehmen, dass der Frankfurter Bankier an bestimmten Tagen alle Platzwechsel auf Frankfurt vom Korrespondenten erhält und diesem alle Platzwechsel auf dessen Wohnort zusendet.

Gleichheitszeichen bedeutet „bringen soviel Zinsen wie“.

250,00 ℳ	nach	0	Tgn. =	0 ℳ	nach	1	Tg.
720,00 ℳ	„	4	„ =	2 880 ℳ	„	1	„
331,00 ℳ	„	7	„ =	2 318 ℳ	„	1	„
2 000,00 ℳ	„	26	„ =	52 000 ℳ	„	1	„
448,50 ℳ	„	35	„ =	15 698 ℳ	„	1	„
370,00 ℳ	„	63	„ =	23 310 ℳ	„	1	„
4 119,50 ℳ	nach	x	Tgn. =	96 205 ℳ	nach	1	Tg.

96 205 : 4 119,5 = 23,3 · · ·

Der Bruch ist für voll zu rechnen, da der Bankier den Betrag zu zahlen hat oder gutschreibt (siehe Erkl. 373). Somit ist der 24. Tag nach dem 8. Mai oder der 1. Juni der gemeinschaftliche Verfallstermin aller Wechsel.

Aufgabe 1443. Ein Kommissionär verkauft:

am 5. Febr. 48 m à 5,80 ℳ, Ziel 3 Monate
„ 12. Febr. 38 m à 8,45 ℳ, „ 2 „
„ 21. Febr. 64 m à 3,50 ℳ, „ 3 „
„ 14. März 75 m à 4,62 ℳ, pr. comptant.

Wieviel und an welchem Tage hat er nach Abzug von $1\frac{1}{2}$ % Delcredere und $2\frac{1}{2}$ % Kommission seinem Kommittenten gutzuschreiben? (Monat 30 Tage)?

Auflösung. Da der mittlere Zahlungstermin gefunden wird, indem man die Summe der Zinszahlen durch die Summe der Kapitalien dividiert (siehe die Antwort zu Frage 107), so sind hier der Reihe nach zu berechnen die einzelnen Posten, die Anzahl der Tage von einem beliebigen Termin ab (hier der 14. März) und die Zinszahlen:

Monat	Tag	Posten	Verfallstermin		Tage	Kapitalien	Zinszahlen
Febr.	5.	48 m à 5,80 ℳ	Mai	5.	51	278,40 ℳ	14 198 (abgerundet)
„	12.	38 m à 8,45 ℳ	April	12.	28	321,10 ℳ	8 991
„	21.	64 m à 3,50 ℳ	Mai	21.	67	244,00 ℳ	15 008
März	14.	75 m à 4,62 ℳ	März	14.	0	346,50 ℳ	0
						1 170,00 ℳ	38 197 : 1 170 = 32,6 · · ·

Erkl. 378. Da die $2\frac{1}{2}$ % Kommission und die $1\frac{1}{2}$ % Delcredere beide von derselben Summe zu berechnen sind, so kann man diese Prozentfüsse addieren und insgesamt 4 % in Rechnung stellen.

Der Bruch ist für voll zu rechnen; somit hat man vom 14. März 33 Tage weiter zu zählen und findet so den 17. April als mittleren Termin, an welchem die Summe der Kapitalien . . . . = 1 170,00 ℳ
(s. Erkl. 378) — 4 % Unkosten = 46,80 ℳ
1 123,20 ℳ

gutzuschreiben sind.

Aufgabe 1444. A. hat an B. folgende drei Kapitalien ohne Zinsen zu zahlen 1660 ℳ nach 9 Monaten, 4 150 ℳ nach 18 Monaten und 2240 ℳ nach 2 Jahren

1 Monat. A. wünscht alle drei Kapitalien zu gleicher Zeit zu bezahlen. Wann kann dies geschehen, wenn als Zinsfuss 5 % vereinbart wurden?

Erkl. 379. Die Formel lautet:

$$\frac{S \cdot 1200}{1200 + pt}$$

also ist der Barwert des zweiten Postens:

$$\frac{4150 \cdot 1200}{1200 + 9 \cdot 5} = \frac{4150 \cdot 1200}{1245} = 4000$$

und der des dritten Postens:

$$\frac{2240 \cdot 1200}{1200 + 16 \cdot 5} = \frac{2240 \cdot 1200}{1280} = 2100$$

Auflösung durch Zurückgehen auf die Barwerte. Der Verfallstag des ersten Postens wird als Ausgangspunkt genommen, dann ist der zweite nach 9, der dritte nach 16 Monaten fällig. (Die Berechnung der Barwerte siehe Erkl. 379.)

1 660 ℳ nach 0 Monaten sind bar 1 660 ℳ
4 150 ℳ „ 9 „ „ „ 4 000 ℳ
2 240 ℳ „ 16 „ „ „ 2 100 ℳ
8 050 ℳ nach t Monaten sind bar 7 760 ℳ

In welcher Zeit bringen 7 760 ℳ zu 5 % (8 050 — 7 760) ℳ = 290 ℳ Zinsen?

$$t = \frac{290 \cdot 36000}{7760 \cdot 5} \text{ Tage} = 269 \text{ Tage}$$

Die Summe von 8 050 ℳ ist 269 Tage oder 8 Monate 29 Tage nach dem Verfallstage der ersten Summe oder 1 Jahr 5 Monate 29 Tage nach der Vereinbarung zu zahlen.

Aufgabe 1445. Am 6. April 1893 wurde ein Haus für 6 600 ℳ verkauft mit der Bedingung, dass 2 000 ℳ sogleich, 2 480 ℳ nach 1 Jahre und der Rest nach 20 Monaten zahlbar seien. 2 Monate nach der ersten Barzahlung wünscht der Ankäufer die beiden noch rückständigen Posten auf einmal abzutragen. An welchem Tage kann dies bei 4 % Diskont auf Hundert (Jahr 360 Tage, Monat 30 Tage) geschehen?

Erkl. 380. Nach der ersten Art findet man:

2480 ℳ nach 10 Monat. = 24 800
2120 ℳ „ 18 „ = 38 160
4600 ℳ 62 960 : 4600
629,6 : 46 = 13,69

Das sind 13 Monate 21 Tage vom 6. Juni 1893 ab. Auf diese Weise erhält man den 27. Juli 1894, also nur einen Unterschied von 2 Tagen (siehe Erkl. 368).

Auflösung nach zweiter Art.

2 480 ℳ sind nach 10 Monaten fällig, der Rest von 2 120 ℳ nach 18 Monaten.

2 480 ℳ nach 10 Monaten sind bar 2 400 ℳ
2 120 ℳ „ 18 „ „ „ 2 000 ℳ
4 600 ℳ nach t Monaten sind bar 4 400 ℳ

In welcher Zeit bringen 2 400 ℳ zu 4 % (4 600 — 4 400) ℳ = 200 ℳ Zinsen?

$$t = \frac{200 \cdot 36000}{4400 \cdot 4} \text{ Tage} = 409 \text{ Tage}$$

Die 4 600 ℳ sind 1 Jahr 1 Monat und 19 Tage und ausserdem noch 2 Monate (siehe die Aufgabe) nach dem 6. April 1893 fällig. Dies giebt den 25. Juli 1894 (s. Erkl. 380).

---

b) Ungelöste Aufgaben, darunter Kommissionsverkäufe.

Anmerkung 19. Die Aufgaben, bei denen ein Diskontfuss angegeben ist, sind nach der zweiten Art, also mit Berechnung der Barwerte zu lösen, die anderen mit Hilfe von Zinszahlen. Der starke Strich trennt die Aufgaben mit gleichen Kapitalien von denen mit verschiedenen Schuldsummen.

Aufgabe 1446. Der Kaufpreis für ein Haus von 40 000 ℳ sollte in 5 Raten von gleicher Höhe nach 4, 6, 8, 9 und 13 Monaten getilgt werden. Wann wäre die ganze Summe auf einmal fällig?

Aufgabe 1447. Vom 16. Januar an gerechnet sind 6 gleiche Kapitalien, jedes von 735 ℳ einzeln nach 27, 36, 72, 90, 99 und 270 Tagen abzutragen. Der Schuldner will

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

☛ Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart

1232. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1231. — Seite 225—240.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminchnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

ch System Kleyer bearbeitet von Dr. R. Olbricht.

'ortsetzung von Heft 1231. — Seite 225—240.

Inhalt:

Ue nrechnung. — Ungelöste Aufgaben, darunter Kommissionsverkäufe. — Ueber die Terminrec bei verzinslichen Kapitalien. — Gelöste und ungelöste Aufgaben. — Ueber einige sich an die Te -- anschliessende Aufgaben. — Gelöste Aufgaben. — Ungelöste Aufgaben über die Anwendung er Terminrechnung bei Abänderung von Kaufverträgen und bei Falliments.

Stuttgart 1893.

'erlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens etc. etc. und zwar in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen nebst Angabe und Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen und alsdann auch alle Teile der reinen und angewandten Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierendes überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die Lösungen hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen, etc.

Die Schüler, Studierenden und Kandidaten der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, Schritt für Schritt gelöste, Aufgabensammlung immerwährend an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum unfehlbaren Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren Prüfungen zu lösen haben, zugleich aber auch die überaus grosse Fruchtbarkeit der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem Lehrer soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des praktischen Teiles der mathematischen Disziplinen — zum Auflösen von Aufgaben — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, hiermit aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende Aufgaben zu lösen, die gehabten Regeln, Formeln, Sätze etc. anzuwenden und praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis für den Schul-Unterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den Ingenieuren, Architekten, Technikern und Fachgenossen alle[illegible] etc. etc. soll diese Sammlung zur Auffrischung der erworbenen und viell[illegible] mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre praktischen in alle[illegible] zweigen vorkommenden Anwendungen einem toten Kapitale lebendige Kraft ver[illegible] somit den Antrieb zu weiteren praktischen Verwertungen und weiteren Forschun[illegible]

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und pra[illegible] gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit [illegible] verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, ni[illegible] Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und [illegible] [illegible]nlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verl[illegible]**

mit Uebereinstimmung des Gläubigers die Gesamtsumme auf einmal abtragen. Wann muss das ohne Nachteil für beide Teile geschehen? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 1448. Es soll der gemeinschaftliche Verfallstag von vier gleichen Wechseln, jeder von 400 *M*, gesucht werden. Tag der Ausstellung 18. April. Verfallszeit 14 Tage, 4 Wochen, 2 Monate und 3 Monate dato.

Aufgabe 1449. Welches ist der gemeinschaftliche Verfallstag von vier gleichen Posten zu 138 *M*, welche am 19. August, den 25. August, den 4. September und den 16. September fällig sind?

Aufgabe 1450. N. ist verpflichtet, 30000 *M* in fünf gleichen Posten vom 1. Juni ab in zweimonatlichen Zwischenräumen zu zahlen. a) Wann kann er die 30000 *M* auf einmal bezahlen? b) Welchen Termin erhält man bei 5 % Diskont auf Hundert?

Aufgabe 1451. Drei gleiche Posten von 848 *M* sind zahlbar nach 3, 18 und 21 Monaten. Welches ist ihr mittlerer Zahlungstermin bei 4 % Diskont auf Hundert?

Aufgabe 1452. A. schuldet 500 *M* nach 3 Monaten, 600 *M* nach 3 Monaten 20 Tagen, 700 *M* nach 5 Monaten. Wann kann er ohne Nachteil oder Vorteil die Gesamtsumme auf einmal abtragen?

Aufgabe 1453. N. hat zu entrichten 7000 *M* nach 2 Monaten, 3000 *M* nach 4 Monaten, 6000 *M* nach 9 Monaten und 9000 *M* nach 1 Jahr 3 Monaten. Wann kann die Zahlung aller Beträge auf einmal geschehen?

Aufgabe 1454. Am 25. Juni erhält ein Kommissionär folgende Wechsel zum Einkassieren zugesendet: 500 Cor, ausgestellt am 12. Mai, $1\frac{1}{2}$ Monat dato; 600 Cor, ausgestellt am 17. Mai, 2 Monate dato; 300 Cor, fällig am 20. Juli; 400 Cor vom 2. Juni, 6 Wochen dato zahlbar. An welchem Tage wird er seinem Korrespondenten die Summe derselben gutschreiben?

Aufgabe 1455. N. kauft am 1. September ein Grundstück für 7500 *M* und zahlt sogleich 2500 *M* 1500 *M* sollte er am 1. Oktober, 2500 *M* am 1. Februar und 1000 *M* am 16. März des folgenden Jahres zahlen. Dem Verkäufer ist es lieber, die Restsummen an einem Termin zu erhalten. Welcher Tag ist das?

Aufgabe 1456. Ein Bankier erhält am 28. Mai folgende Platzwechsel, die er seinem Geschäftsfreunde unter einem Tage gutschreiben will: 378 *M* pr. 2. Juni, 427 *M* pr. 14. Juli, 584 *M* pr. 30. Juli, 227 *M* pr. 8. August, 675 *M* pr. 15. August. Welcher Tag ist das? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 1457. Ein Berliner Bankier erhält am 26. September folgende Platzwechsel zum Einziehen: 150 *M* auf Sicht; 48,50 *M* pr. 10. Oktober; 308,40 *M* vom 12. September, fällig 1 Monat dato; 200 *M* pr. 25. Oktober; 88,90 *M* pr. 16. November; 106,70 *M* vom 1. September, fällig 3 Monate dato; 540 *M* pr. 10. Dezember und 100 *M* pr. 18. Dezember. Da sämtliche Wechsel in Ordnung gehen, will er sie unter einem Tage gutschreiben. Welcher ist das?

Aufgabe 1458. Ein Kommissionär stellt folgende Verkaufsrechnung aus: Den 27. Febr. 418,20 *M*, Ziel 3 Monate; den 18. März 341,40 *M*, Ziel 2 Monate; den 29. März 820,35 *M*

pr. Kasse; den 6. April 1 412,59 ℳ, Ziel 2 Monate; den 18. April 648,80 ℳ, Ziel 2 Monate. Auf welchen Tag kann der Schuldner für die Gesamtsumme auf sich trassieren lassen, d. h. einen Wechsel auf sich ausstellen lassen, dessen Summe zu bezahlen er sich verpflichtet? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 1459. Ein Kommissionär hat nachstehende Verkäufe gemacht: Den 8. Mai 750 ℳ, Ziel 3 Monate, den 29. Mai 405 ℳ, Ziel 3 Monate; den 23. Juni 660 ℳ, Ziel 2 Monate; den 10. Juli 588 ℳ, Ziel 2 Monate und den 21. Juli 312 ℳ, Ziel 8 Tage. Am 24. Juli übersendet er seinem Abnehmer Verkaufsrechnung mit gemeinschaftlicher Verfallszeit. Wann tritt diese ein?

Aufgabe 1460. Ein Kommissionär verkauft am 7. Juni 512 kg à 2,80 ℳ, Ziel 3 Monate; am 12. Juni 918 kg à 1,70 ℳ, Ziel 2 Monate; am 10. Juli 825 kg à 2 ℳ pr. comptant; am 25. Juli 756 kg à 2,50 ℳ, Ziel 2 Monate. Unter welchem Tage kann er diese Posten zusammen seinem Auftraggeber gutschreiben? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 1461. N. verkauft kommissionsweise mit 2 monatlichem Ziel am 8. August 12,35 hl à 73,60 ℳ; am 24. August 17,05 hl à 75 ℳ; am 5. September 14,70 hl à 79,90 ℳ; am 16. September 9,95 hl à 70 ℳ und gegen Barzahlung am 12. Oktober 18,40 hl à 72,25 ℳ Welches ist der mittlere Zahlungstermin dieser Posten? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 1462. Ein Kommissionär verkauft am 1. Juni 730 kg à 1,25 ℳ, Ziel 3 Monate; am 16. Juni 565 kg à 1,40 ℳ, Ziel 3 Monate; am 24. Juni 800 kg à 1,30 ℳ, Ziel 2 Monate; am 10. Juli 680 kg à 1,75 ℳ, Ziel 3 Monate. a) Wie gross ist der Ertrag der Verkäufe? b) Welches ist der gemeinschaftliche Verfallstag? c) Welcher Reinertrag ergiebt sich, wenn der Kommissionär $1\frac{1}{2}$ % Delcredere und 3 % Kommission rechnet, (beides vom Bruttoertrage)? (Tage genau.)

Aufgabe 1463. Von einer Ware werden verkauft am 27. Mai 318 kg à 12,80 ℳ, Ziel 3 Monate; am 10. Juni 5 612 kg à 3,35 ℳ, Ziel 2 Monate; am 17. Juni 6 314 kg à 2,75 ℳ, Ziel 3 Monate; am 25. Juli 843 kg à 10,85 ℳ pr. comptant; am 3. August 2 780 kg à 6,45 ℳ, Ziel 3 Monate. a) Wie gross ist der Gesamtertrag? b) An welchem Tage kann derselbe gutgeschrieben werden? c) Wieviel wird gutgeschrieben bei 1 % Delcredere und $2\frac{1}{2}$ % Kommission? (Monat 30 Tage.)

Aufgabe 1464. A. schuldet 505 ℳ nach 3 Monaten, 824 ℳ nach 9 Monaten und 300 ℳ nach 11 Monaten. Welches ist der gemeinschaftliche Verfallstag bei 4 % Diskont auf Hundert?

Aufgabe 1465. Es sind fällig 360 ℳ am 2. März; 565,60 ℳ am 13. Mai und 488 ℳ am 30. Juni. Diese Posten sollen bei Berechnung von 5 % Diskont auf Hundert an einem Tage abgetragen werden. Welcher Tag ist das? (Tage genau, Jahr 360 Tage.)

Aufgabe 1466. Man kauft ein Landgrundstück für 9 000 ℳ, so dass man 3 000 ℳ bar, 1 500 ℳ nach 4 Monaten, 1 800 ℳ nach 8 Monaten, 2 100 ℳ nach 12 Monaten, den Rest in 15 Monaten zahlen will. Wann kann man die Kaufsumme auf einmal bezahlen, wenn man sich mit dem Verkäufer über 4 % Diskont auf Hundert verständigt?

Aufgabe 1467. Ein Gut wird zu 31 560 ℳ gekauft, wovon bar 9 560 ℳ, nach 1 Jahre 4 000 ℳ, nach 2 Jahren 5 000 ℳ, nach 3 Jahren 6 000 ℳ und nach 4 Jahren 7 000 ℳ zu bezahlen sind. a) Wie gross ist die Summe der Barwerte bei 5 % Diskont auf Hundert? b) Welches ist der mittlere Zahlungstermin?

---

2) Ueber die Terminrechnung bei verzinslichen Kapitalien.

Anmerkung 20. Das Aufsuchen eines mittleren Zahlungstermines bei verzinslichen Kapitalien ist eigentlich vollständig überflüssig. Denn, wie schon in Erkl. 343 erwähnt wurde, hört für ein verzinsliches Kapital die Zinszahlung auf, sobald die Rückzahlung erfolgt. Ist man also ein Kapital z. B. nach 9 Monaten schuldig und zahlt es bereits nach 5 Monaten zurück, so vergütet man die Zinsen für diese 5 Monate, wenn sich der Gläubiger die Zurückzahlung überhaupt gefallen lässt. Was von einem Kapitale gilt, gilt natürlich auch von mehreren. Einen Sinn hat hier das Aufsuchen eines mittleren Termines nur dann, wenn verlangt wird, dass der Gläubiger beim Zurückzahlen auch dieselbe Zinsenmenge erhalten soll, die er bekommen haben würde, falls die einzelnen Summen an ihren Fälligkeitstagen berichtigt werden. Diese Bedingung soll bei den folgenden Rechnungen erfüllt werden. Sind die Zinsfüsse ungleich, so ist ausserdem ein mittlerer Zinsfuss aufzusuchen. Fälle dieser Art kommen im Handelsverkehr so gut wie nicht vor.

Frage 108. Wie findet man den mittleren Zahlungstermin bei gleichen Kapitalien, die zu demselben Zinsfusse ausstehen?

Antwort. Die Ableitung und das Ergebnis ist dasselbe wie in der Antwort a) zu Frage 106.

Man erhält also:

$$3) \ldots t = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots}{n} \quad \text{(s. Erkl. 381.)}$$

Erkl. 381. Bei verzinslichen Kapitalien ist dieses Ergebnis vollständig richtig, da der Wert des Kapitals, von den aufgelaufenen Zinsen abgesehen, zu jeder Zeit derselbe ist.

Frage 109. Wie findet man den mittleren Zahlungstermin bei ungleichen Kapitalien, die zu demselben Zinsfusse ausstehen?

Antwort. Es ergiebt sich dasselbe wie auf die Frage 107a), nämlich:

$$4) \ldots t = \frac{K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 + \cdots}{K_1 + K_2 + K_3 + \cdots}$$

Frage 110. Wie findet man den mittleren Zahlungstermin bei ungleichen Kapitalien, die zu verschiedenen Zinsfüssen ausgeliehen sind?

Antwort. Sind K_1, K_2, $K_3 \cdots$ die Kapitalien, t_1, t_2, $t_3 \cdots$ die Zeiten und p_1, p_2, $p_3 \cdots$ die Zinsfüsse, so bringt:

K_1 nach t_1 Tagen zu p_1% dieselben Zinsen wie K_1t_1 nach 1 Tag zu p_1% oder wie $K_1t_1p_1$ nach 1 Tag zu 1%
K_2 „ t_2 „ „ p_2% „ „ „ K_2t_2 „ 1 „ „ p_2% „ „ $K_2t_2p_2$ „ 1 „ „ 1%
K_3 „ t_3 „ „ p_3% „ „ „ K_3t_3 „ 1 „ „ p_3% „ „ $K_3t_3p_1$ „ 1 „ „ 1%
u. s. w. u. s. w. u. s. w.

$K_1+K_2+K_3$ · nach x Tg. zu y% dieselb. Zins. wie $K_1t_1+K_2t_2+K_3t_3+$ · 1 Tg. zu y% od. wie $K_1t_1p_2+K_2t_2p_2$ · 1 Tg. zu 1%

Daraus ergiebt sich

für den mittleren Zahlungstermin:

$K_1t_1 + K_2t_2 + K_3t_3 + \cdots$ nach 1 Tag zu y%
$K_1 + K_2 + K_3 + \cdots$ „ x „ „ y%

$$5) \ldots x = \frac{K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 + \cdots}{K_1 + K_2 + K_3 + \cdots} \text{ Tage}$$

für den mittleren Zinsfuss:

$K_1t_1p_1 + K_2t_2p_2 + K_3t_3p_3 + \cdots$ zu 1% nach 1 Tg.
$K_1t_1 + K_2t_2 + K_3t_3 + \cdots$ „ y% „ 1 „

$$5\text{b}) \ldots y = \frac{K_1 t_1 p_1 + K_2 t_2 p_2 + K_3 t_3 p_3 + \cdots}{K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 + \cdots} \ \%$$

Erkl. 382. Da der mittlere Zinsfuss, Formel 5b), abhängig ist von den Zeiten, so wird in diesem Falle die Wahl eines anderen Ausgangspunktes auch einen anderen mittleren Zinsfuss ergeben (siehe Aufgabe 1470, No. 1).

das heisst: Die Summe der Kapitalien $K_1 + K_2 + K_3 + \cdots$ ergeben nach x Tagen zu y% dieselbe Zinsenmenge wie die Summe der einzelnen Kapitalien zu ihren

Zinsfüssen und Zeiten ist (s. Erkl. 382). Die Probe bestätigt dies (s. Aufg. 1471).

Man kann aber auch in folgender Weise verfahren:

K_1 zu p_1% nach t_1 Tagen soviel Zinsen wie K_1p_1 zu 1% nach t_1 Tagen wie $K_1p_1t_1$ zu 1% nach 1 Tag
K_2 „ p_2% „ t_2 „ „ „ „ K_2p_2 „ 1% „ t_2 „ „ $K_2p_2t_2$ „ 1% „ 1 „
K_3 „ p_3% „ t_3 „ „ „ „ K_3p_3 „ 1% „ t_3 „ „ $K_3p_3t_3$ „ 1% „ 1 „
u. s. w. u. s. w. u. s. w.

$K_1+K_2+K_3+\cdot$ zu y% n. x Tg. sov. Zins. wie $K_1p_1+K_2p_2+K_3p_3+\cdot$ zu 1% n. x Tg. wie $K_1p_1t_1+K_2p_2t_2+\cdot$ zu 1% n. 1 Tg

Daraus ergiebt sich

für den mittleren Zahlungstermin:

$K_1p_1t_1+K_2p_2t_2+K_3p_3t_3+\cdots$ 1 Tg. zu 1%
$K_1p_1+K_2p_2+K_3p_3+\cdots$ x „ „ 1%

$$6)\ \ldots\ x=\frac{K_1p_1t_1+K_2p_2t_2+K_3p_3t_3+\cdots}{K_1p_1+K_2p_2+K_3p_3+\cdots}\ \text{Tg.}$$

für den mittleren Zinsfuss:

$K_1p_1+K_2p_2+K_3p_3+\cdots$ 1% nach x Tagen
$K_1+K_2+K_3+\cdots$ y% „ x „

$$6b)\ \ldots\ y=\frac{K_1p_1+K_2p_2+K_3p_3+\cdots}{K_1+K_2+K_3+\cdots}\ \%$$

Hier ist der mittlere Zinsfuss unabhängig von den Zeiten, also welchen Ausgangspunkt man auch wählen mag, immer derselbe (s. Aufgabe 1470, No. 2).

Frage 111. Worin liegt die Berechtigung dieser ganz verschiedenen Ergebnisse?

Antwort. Da in der Formel für die Zinsen:

$$\frac{Kpt}{36000}$$

nur das Produkt aus Zinsfuss und Zeit auftritt, so sind alle diejenigen mittleren Zinsfüsse und Zahlungstermine richtig, welche dasselbe Produkt wie x und y ergeben (siehe Erkl. 383).

Folglich können sich auch Schuldner und Gläubiger über einen beliebigen gemeinsamen Zinsfuss, etwa p′, einigen. Den dazu gehörigen mittleren Zahlungstermin t findet man, indem:

$$p't=\frac{K_1p_1t_1+K_2p_2t_2+K_3p_3t_3+\cdots}{K_1+K_2+K_3+\cdots}$$

beiderseits durch p′ dividiert wird. Dies ergiebt:

$$7)\ \ldots\ t=\frac{K_1p_1t_1+K_2p_2t_2+K_3p_3t_3+\cdots}{(K_1+K_2+K_3+\cdots)p'}$$

(siehe Erkl. 384).

Erkl. 383. Das Produkt von x und y (siehe die vorhergehende Antwort) ist in beiden Fällen:

$$\frac{K_1p_1t_1+K_2p_2t_2+K_3p_3t_3+\cdots}{K_1+K_2+K_3+\cdots}$$

da sich das erste Mal

$$K_1t_1+K_2t_2+K_3t_3+\cdots$$

das zweite Mal

$$K_1p_1+K_2p_2+K_3p_3+\cdots$$

weghebt.

Erkl. 384. Mit derselben Berechtigung können sich auch Schuldner und Gläubiger über einen Zahlungstermin t′ einigen. Soll bis dahin dieselbe Zinsensumme fällig werden, so muss:

$$8)\ \ldots\ p=\frac{K_1p_1t_1+K_2p_2t_2+\cdots}{(K_1+K_2+\cdots)t'}$$

als mittlerer Zinsfuss genommen werden.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1468. 5 gleiche Kapitalien zu 400 *M.* sind zu 4 % ausgeliehen und sollen vom 2. Mai ab in vierteljährlichen Zwischenräumen zurückgezahlt werden. Welcher gemeinschaftliche Zahlungstermin ergiebt sich?

Auflösung. Kapitalien und Zinsfuss gleich. Der zweite Posten ist nach 3, der dritte nach 6, der vierte nach 9, der fünfte nach 12 Monaten fällig, der erste am

Erkl. 385. Zu 4 % geben:

400 ℳ in	0 Monaten	0 ℳ	Zinsen
400 ℳ „	3 „	4 ℳ	„
400 ℳ „	6 „	8 ℳ	„
400 ℳ „	9 „	12 ℳ	„
400 ℳ „	12 „	16 ℳ	„
	zusammen	40 ℳ	Zinsen

2. Mai selbst, d. i. nach 0 Monaten, also ergiebt die Formel 3):

$$t = \frac{0+3+6+9+12}{5} \text{ Monate} = 6 \text{ Mon.}$$

nach dem 2. Mai, d. i. der 2. November.

Probe: $400\ ℳ \cdot 5 = 2000\ ℳ$, geben zu 4 % in 6 Monaten 40 ℳ Zinsen. Dieselbe Zinsenmenge geben auch die einzelnen Posten zusammen (siehe Erkl. 385).

Aufgabe 1469. A. hat zu bezahlen 500 ℳ am 1. Juni, 800 ℳ am 1. August, 900 ℳ am 1. November und 1 200 ℳ am 1. Dezbr. und für diese Zeiten 5 % Zinsen zu entrichten. Wann kann er die Kapitalien und dieselbe Zinsensumme auf einmal bezahlen?

Erkl. 386. Probe:

500 ℳ zu 5 % in	0 Mt.	geben	0 ℳ	Zinsen
800 ℳ „ „ „	2 „	„	$6\frac{2}{3}$ ℳ	„
900 ℳ „ „ „	5 „	„	$18\frac{3}{4}$ ℳ	„
1200 ℳ „ „ „	6 „	„	30 ℳ	„
3400 ℳ geben im ganzen			$55\frac{5}{12}$ ℳ	Zinsen

Dieselben Zinsen erhält man von 3400 ℳ zu 5 % in 3 Monaten $27\frac{6}{17}$ Tagen oder in $\frac{133}{34}$ Monaten, nämlich:

$$\frac{3400 \cdot 5 \cdot 133}{34 \cdot 1200}\ ℳ = 55\frac{5}{12}\ ℳ$$

Auflösung. Ungleiche Kapitalien, gleicher Zinsfuss. Als Ausgangspunkt wird der 1. Juni genommen. Dann bringen:

500 ℳ in	0 Mon.	sov. Zinsen wie	0 ℳ
800 ℳ „	2 „	„ „ „	1 600 ℳ
900 ℳ „	5 „	„ „ „	4 500 ℳ
1 200 ℳ „	6 „	„ „ „	7 200 ℳ
			in 1 Monat
3 400 ℳ in	x Mon.	wie	13 300 ℳ in 1 Mt.

$$x = \frac{13300}{3400} \text{ Mt.} = 3 \text{ Mt. } 27\frac{6}{17} \text{ Tage}$$

Die Formel 4) ergiebt dasselbe, nämlich:

$$x = \frac{500 \cdot 0 + 800 \cdot 2 + 900 \cdot 5 + 1200 \cdot 6}{500 + 800 + 900 + 1200} = \frac{133}{34}$$

Probe siehe Erkl. 386.

Aufgabe 1470. Es sind fällig 700 ℳ in 4 Monaten zu 3 %, 800 ℳ in 6 Monaten zu 4 %, 1 000 ℳ in 7 Monaten zu 5 % und 1 500 ℳ in 13 Monaten zu 6 %. Wann und zu welchem mittleren Zinsfusse können diese Kapitalien auf einmal abgetragen werden?

Auflösung. Kapitalien und Zinsfüsse sind ungleich.

1. Ableitung der Formeln 5) und 5 b) für diesen Fall.

a) Ausgangspunkt jetzt:

Gleichheitszeichen in der Entwickelung bedeutet „soviel Zinsen wie“.

700 ℳ	in 4 Mt.	zu 3 % =	2 800 ℳ	in 1 Mt.	zu 3 % =	8 400 ℳ	in 1 Mt.	zu 1 %
800 ℳ	„ 6 „	„ 4 % =	4 800 ℳ	„ 1 „	„ 4 % =	19 200 ℳ	„ 1 „	„ 1 %
1 000 ℳ	„ 7 „	„ 5 % =	7 000 ℳ	„ 1 „	„ 5 % =	35 000 ℳ	„ 1 „	„ 1 %
1 500 ℳ	„ 13 „	„ 6 % =	19 500 ℳ	„ 1 „	„ 6 % =	117 000 ℳ	„ 1 „	„ 1 %
4 000 ℳ	in x Mt.	zu y % =	34 100 ℳ	in 1 Mt.	zu y % =	179 600 ℳ	in 1 Mt.	zu 1 %

Daraus folgt für den

mittleren Zahlungstermin:

34 100 ℳ in 1 Monat

4 000 ℳ „ x „

$$x = \frac{34100}{4000} \text{ Monate} = 8\frac{21}{40} \text{ Monate}$$

mittleren Zinsfuss:

179 600 ℳ zu 1 %

34 100 ℳ „ y %

$$y = \frac{179600}{34100}\ \% = 5\frac{91}{341}\ \%$$

b) Ausgangspunkt Fälligkeitstermin des ersten Postens:

700 ℳ	0 Mt.	3 % = 0 ℳ	1 Mt.	3 % = 0 ℳ	1 Mt. 1 %
800 ℳ	2 „	4 % = 1 600 ℳ	1 „	4 % = 6 400 ℳ	1 „ 1 %
1 000 ℳ	3 „	5 % = 3 000 ℳ	1 „	5 % = 15 000 ℳ	1 „ 1 %
1 500 ℳ	9 „	6 % = 13 500 ℳ	1 „	6 % = 81 000 ℳ	1 „ 1 %
4 000 ℳ	x Mt.	y % = 18 100 ℳ	1 Mt.	y % = 102 400 ℳ	1 Mt. 1 %

Daraus folgt für den

mittleren Zahlungstermin:

18 100 ℳ nach 1 Monat
4 000 ℳ „ x „

$$x = \frac{18100}{4000} \text{ Monate} = 4\frac{21}{40} \text{ Monate}$$

dazu 4 Monate, giebt $8\frac{21}{40}$ Monate wie bei a).

mittleren Zinsfuss:

102 400 ℳ zu 1 %
18 100 ℳ „ y %

$$y = \frac{102400}{18100} \% = 5\frac{119}{181} \%$$

Dieser Zinsfuss stimmt mit dem bei a) gefundenen nicht überein (siehe Erkl. 382).

2. Ableitung der Formeln 6) und 6b) für diesen Fall:

a) Ausgangspunkt jetzt:

700 ℳ	3 %	4 Mt. = 2 100 ℳ	1 %	4 Mt. = 8 400 ℳ	1 % 1 Mt.
800 ℳ	4 %	6 „ = 3 200 ℳ	1 %	6 „ = 19 200 ℳ	1 % 1 „
1 000 ℳ	5 %	7 „ = 5 000 ℳ	1 %	7 „ = 35 000 ℳ	1 % 1 „
1 500 ℳ	6 %	13 „ = 9 000 ℳ	1 %	13 „ = 117 000 ℳ	1 % 1 „
4 000 ℳ	y %	x Mt. = 19 300 ℳ	1 %	x Mt. = 179 600 ℳ	1 % 1 Mt.

Daraus ergiebt sich für den

mittleren Zahlungstermin:

179 600 ℳ nach 1 Monat
19 300 ℳ „ x „

$$x = \frac{179600}{19300} \text{ Monate} = 9\frac{59}{193} \text{ Monate}$$

mittleren Zinsfuss:

19 300 ℳ zu 1 %
4 000 ℳ „ y %

$$y = \frac{19300}{4000} \% = 4\frac{33}{40} \%$$

b) Ausgangspunkt Fälligkeitstermin des ersten Postens.

700 ℳ	3 %	0 Mt. = 2 100 ℳ	1 %	0 Mt. = 0 ℳ	1 % 1 Mt.
800 ℳ	4 %	2 „ = 3 200 ℳ	1 %	2 „ = 6 400 ℳ	1 % 1 „
1 000 ℳ	5 %	3 „ = 5 000 ℳ	1 %	3 „ = 15 000 ℳ	1 % 1 „
1 500 ℳ	6 %	9 „ = 9 000 ℳ	1 %	9 „ = 81 000 ℳ	1 % 1 „
4 000 ℳ	y %	x Mt. = 19 300 ℳ	1 %	x Mt. = 102 400 ℳ	1 % 1 Mt.

Hieraus folgt für den

mittleren Zahlungstermin:

102 400 ℳ nach 1 Monat
19 300 ℳ „ x „

$$x = \frac{102400}{19300} \text{ Monate} = 5\frac{59}{193} \text{ Monate}$$

Dazu 4 Monate, giebt wie vorhin nach $9\frac{59}{193}$ Monaten.

mittleren Zinsfuss:

19 300 ℳ zu 1 %
4 000 ℳ „ y %

$$y = \frac{19300}{4000} \% = 4\frac{33}{40} \%$$

Dieser mittlere Zinsfuss stimmt mit dem vorhin gefundenen überein (siehe die Antwort zur Frage 110 am Ende).

3. Anwendung der Formel 7). Schuldner und Gläubiger einigen sich über einen gemeinsamen Zinsfuss zu 4 %. Wie lange darf der Schuldner die 4 000 ℳ behalten, wenn dieselbe Zinsensumme be-

4. Anwendung der Formel 8). Schuldner und Gläubiger einigen sich darüber, dass die 4 000 ℳ zusammen nach 12 Monaten zurückzuzahlen sind, dass jedoch dieselbe Zinsenmenge wie bei der ersten Ab-

machung zu zahlen sei. Welcher Zinsfuss ergiebt sich dann?

Die Formel 8) wird in diesem Falle:

$$p = \frac{179600}{4000 \cdot 12}\,\% = 3\frac{89}{120}\,\%$$

d. h. 4000 ℳ bringen zu $3\frac{89}{120}\,\%$ in 12 Monaten dieselbe Zinsenmenge, wie die einzelnen Posten zu ihren Zinsfüssen und Zeiten.

zahlt werden soll, wie bei der ersten Abmachung?

$$K_1 p_1 t_1 + K_2 p_2 t_2 + \cdots = 179600$$

Also ist:

$$t = \frac{179600}{4000 \cdot 4}\text{ Monate} = 11\frac{9}{40}\text{ Monate}$$

Die 4000 ℳ bringen zu 4 % in $11\frac{9}{40}$ Monaten geradesoviel Zinsen, wie die Summe der einzelnen Posten zu ihren Zinsfüssen und Zeiten ist. Mache die Probe!

Aufgabe 1471. Am 23. August 1892 wurden folgende Gelder an einen Kaufmann ausgeliehen: 800 ℳ bis zum 23. Dezember zu 5 %, 400 ℳ bis zum 23. Februar 1893 zu 4 %, 800 ℳ bis zum 23. April zu $3\frac{1}{2}$ % und 1 600 ℳ bis zum 23. Mai zu 6 %. Der Gläubiger wünscht das ausgeliehene Geld nebst den Zinsen an einem Tage zurückzuerhalten. Welcher Tag ist das, und zu welchem mittleren Zinsfusse muss die Kapitalsumme verzinst werden?

Auflösung nach den Formeln 5), 5b), 6), 6b):

K	p	t	Kp	Kt	Kpt
800	5	4 Mt.	40	32	160
400	4	6 „	16	24	96
800	$3\frac{1}{2}$	8 „	28	64	224
1 600	6	9 „	96	144	864
36			180	264	1 344

Die Kapitalien sind durch 100 gekürzt worden, was erlaubt ist, da sonst alle die gefundenen Zahlen den Faktor 100 haben würden.

Die Formeln 5) und 5b) ergeben nun:

$$t = \frac{K_1 t_1 + \cdots}{K_1 + \cdots}\text{ Mt.} = \frac{264}{36}\text{ Mt.} = 7\frac{1}{3}\text{ Mt.}$$

$$p = \frac{K_1 p_1 t_1 + \cdots}{K_1 t_1 + \cdots}\,\% = \frac{1344}{264}\,\% = 5\frac{1}{11}\,\%$$

d. h. 3600 ℳ sind $7\frac{1}{3}$ Monate nach dem 23. August, das ist am 3. April 1893, mit den Zinsen zu $5\frac{1}{11}$ % zu bezahlen.

Aus den Formeln 6) und 6b) erhält man:

$$t = \frac{K_1 p_1 t_1 + \cdots}{K_1 p_1 + \cdots}\text{ Mt.} = \frac{1344}{180}\text{ Mt.} = 7\frac{7}{15}\text{ Mt.}$$

$$p = \frac{K_1 p_1 + \cdots}{K_1 + \cdots}\,\% = \frac{180}{36}\,\% = 5\,\%$$

d. h. die 3600 ℳ können auch bei 5 % Verzinsung 7 Monate 14 Tage nach dem 23. August, also am 7. April 1893, abgetragen werden.

Probe siehe Erkl. 387.

Erkl. 387. Probe:

800 ℳ zu 5 % in 4 Mt. geben $13\frac{1}{3}$ ℳ Zins.
400 ℳ „ 4 % „ 6 „ „ 8 ℳ „
800 ℳ „ $3\frac{1}{2}$ % „ 8 „ „ $18\frac{2}{3}$ ℳ „
1600 ℳ „ 6 % „ 9 „ „ 72 ℳ „
Zusammen erhält man 112 ℳ Zins.

3600 ℳ zu $5\frac{1}{11}$ % in $7\frac{1}{3}$ Monaten geben ebenfalls:

$$\frac{3600 \cdot 56 \cdot 22}{1200 \cdot 11 \cdot 3}\text{ ℳ} = 112\text{ ℳ Zinsen}$$

und zu 5 % in $7\frac{7}{15}$ Monaten liefern sie auch:

$$\frac{3600 \cdot 5 \cdot 112}{1200 \cdot 15}\text{ ℳ} = 112\text{ ℳ Zinsen.}$$

Die Zurückzahlung kann also bei $5\frac{1}{11}$ % am 3. April oder bei 5 % am 7. April mit 3712 ℳ erfolgen.

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1472. Welches ist der gemeinschaftliche Verfallstag für 6 gleiche Kapitalien von je 900 ℳ, die nach 4, 5, 7, 9, 10 und 14 Monaten mit 4 % Zinsen zahlbar sind?

Aufgabe 1473. Das Kapital 8350 ℳ ist mit 5 % Zinsen in fünf gleichen Raten und zwar am 1. Mai, 17. Juni, 25. August, 1. Oktober und 11. Dezember zahlbar. Welcher gemeinschaftliche Zahlungstermin ergiebt sich?

Aufgabe 1474. N. hat zu fordern 1200 ℳ, zahlbar nach 37 Tagen; 1600 ℳ, zahlbar nach 52 Tagen; 900 ℳ, zahlbar nach 74 Tagen; 2160 ℳ nach 106 Tagen und 1060 ℳ nach 110 Tagen, nebst den Zinsen zu 6 %. a) Welches ist der mittlere Zahlungstermin, und b) wie gross ist die Zinsensumme?

Aufgabe 1475. 1200 ℳ sind nach 2 Monaten 15 Tagen, 1400 ℳ nach 3 Monaten, 800 ℳ nach 4 Monaten, 750 ℳ nach 6 Monaten und 900 ℳ nach 8 Monaten zahlbar, nebst den Zinsen zu 3 %. a) Welcher gemeinsame Zahlungstermin ergiebt sich? b) Wie gross ist die Zinsensumme?

Aufgabe 1476. Es sind zu bezahlen nebst 5 % Zinsen 220 £ am 23. Juni, 250 £ am 9. August, 135 £ am 30. August, 196 £ am 10. Oktober und 104 £ am 29. Oktober. a) An welchem Tage ist das ganze Kapital nebst den Zinsen rückzahlbar? b) Wieviel Zinsen ergeben sich? (Tage und Jahr genau.)

Aufgabe 1477. Es sollen 600 ℳ zu 4 % nach 5 Jahren und 800 ℳ zu 5 % nach 6 Jahren fällig gleichzeitig bezahlt und zu demselben Zinsfusse verzinst werden. Was ergiebt sich?

Aufgabe 1478. Welches ist der gemeinschaftliche Zahlungstermin und der mittlere Zinsfuss für folgende Kapitalien: 400 ℳ nach 49 Tagen zu 5 %, 800 ℳ nach 60 Tagen zu $3\frac{1}{2}$ %, 200 ℳ nach 85 Tagen zu 4 % und 600 ℳ nach 95 Tagen zu 3 %?

Aufgabe 1479. Vom 21. März an gerechnet sind 1100 ℳ zu 3 % bis zum 3. Juni zu verzinsen, $366\frac{2}{3}$ ℳ zu 4 % bis zum 3. September, 300 ℳ zu 4 % bis zum 9. Oktbr. und 900 ℳ zu 1 % bis zum 15. Dezember. Man will den mittleren Verfallstag und den mittleren Zinsfuss wissen. a) Wie heissen sie? b) Wieviel betragen die Zinsen?

---

3) Ueber einige sich an die Terminrechnung anschliessende Aufgaben.

Frage 112. Wann ist bei Veränderung der Raten oder der Zahlungstermine oder beider Grössen der Rest fällig?

Erkl. 388. Diese Frage ist wichtig bei Abänderung von Kaufkontrakten, kommt also im praktischen Leben ziemlich häufig vor.

Antwort. Man berechnet den Zinsgenuss, den der Schuldner von den einzelnen Kapitalien bis zu ihren Verfallstagen noch haben würde in Zinszahlen. Sodann denjenigen, den er bei Veränderung wirklich hat. Daraus findet man die Zinszahl und aus dieser die Zeit für den Rest. (Siehe Erkl. 388 und die Aufgaben 1480 und 1481.)

Frage 113. Wie gross ist bei gewissen Terminen und Zahlungen der Rest einer Schuld oder die ganze Schuld?

Erkl. 389. Diese Art von Aufgaben ist eine Umkehrung der Terminrechnung, da der mittlere Zahlungstermin gegeben ist und die Summe gesucht wird. Sie schliesst sich unmittelbar an die vorhergehende Frage an.

Antwort. Hier ist aus dem mittleren Zahlungstermine und mehreren Einzelzahlungen nebst ihren Fälligkeitstagen und dem Fälligkeitstage des Restes der Schuld dieser zu bestimmen. Man berechnet von den Teilzahlungen, die früher bezahlt werden, den Zinszahlverlust, und aus den später zu bezahlenden, den Zinszahlgewinn. Da beide gleich sein müssen, so ergiebt sich die Zinszahl des Restes, vermittelst welcher dieser selbst bestimmt wird (s. Erkl. 389 und Aufgabe 1483).

Frage 114. Wann sind zwei Raten von bestimmter Höhe zu zahlen? (Bestimmung mehrerer Termine.)

Erkl. 390. Die Aufgaben dieser Art sind unbestimmte (diophantische), lassen also unendlich viele Lösungen zu, da nur das Verhältnis der beiden Termine, vom mittleren Zahlungstermine aus gerechnet, gegeben ist. Die Natur der Aufgabe oder freie Vereinbarung wird in den Einzelfällen eine Lösung als die gesuchte bestimmen.

Antwort. Da die Kapitalien im umgekehrten Verhältnisse zur Zeit stehen, so stehen auch die Zahlungstermine im umgekehrten Verhältnisse zu den Ratenzahlungen. Man wird also den mittleren Zahlungstermin aufsuchen und die Termine der Raten vor und nach demselben im umgekehrten Verhältnis zur Höhe der Raten bestimmen (s. Erkl. 390 und Aufgabe 1485).

Frage 115. Wie gross müssen bei vorherbestimmten Terminen zwei einzelne Raten sein?

Erkl. 391. Diese Aufgaben sind nicht unbestimmte, sobald die Schuldsumme, also auch die Summe der beiden Raten, gegeben ist. Anders ist es bei drei oder mehr Raten.

Antwort. Während bei voriger Frage nach dem umgekehrten Verhältnis der Raten die Termine bestimmt wurden, ist hier in ähnlicher Weise nach dem umgekehrten Verhältnis der Termine die Ratenhöhe zu berechnen (siehe Erkl. 391 und Aufgabe 1487).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1480. Jemand kauft ein Grundstück für 75000 ℳ mit der Bedingung, 25000 ℳ bar, 25000 nach 6 Monaten, 15000 nach 9 Monaten und 10000 nach 1 Jahre zu zahlen. Statt dessen kommt er mit dem Gläubiger überein, 20000 ℳ bar, 35000 ℳ nach 7 Monaten und den Rest nach einer noch zu bestimmenden Zeit zu bezahlen. Wann hat diese Restzahlung zu erfolgen, damit auf keiner Seite ein Zinsverlust entsteht?

Auflösung. a) Nach dem ersten Vertrage geniesst der Käufer die Zinsen von:

Erkl. 392. Nach der Formel:

$$87)\quad B = \frac{S \cdot 1200}{1200 + p\,t}$$

des Formelnverzeichnisses sind bei 4 %:

25000 ℳ nach 0 Monaten 25000,00 ℳ bar
25000 ℳ „ 6 „ 24509,80 ℳ „
15000 ℳ „ 9 „ 14563,11 ℳ „
10000 ℳ „ 12 „ 9615,40 ℳ „
75000 ℳ sind 73688,31 ℳ bar

Ferner sind:

20000 ℳ nach 0 Monaten 20000,00 ℳ bar
35000 ℳ „ 7 „ 34201,95 ℳ „
55000 ℳ sind 54201,95 ℳ bar

Erkl. 393.

75000 ℳ sind bar 73688,31 ℳ
55000 ℳ „ „ 54201,95 ℳ
20000 ℳ sind bar 19486,36 ℳ

Es ist zu beantworten: In welcher Zeit wachsen 19486,36 ℳ mit den Zinsen zu 4 % an auf 20000 ℳ, oder in welcher Zeit bringen sie:

(20000 — 19486,36) ℳ = 513,64 ℳ

Zinsen?

Diese Zeit ist:

$$\frac{513{,}64 \cdot 1200}{19486{,}36 \cdot 4} \text{ Monate}$$

Die Ausrechnung ergiebt:

7 Monate 27 Tage

gegen die andere Berechnung also nur einen Unterschied von 3 Tagen. Man wird deshalb in den meisten Fällen die bequemere Rechnung a) vorziehen.

25000 ℳ für 0 Mt. = d. Zins. von 0 ℳ
25000 ℳ „ 6 „ = „ „ „ 150000 ℳ
15000 ℳ „ 9 „ = „ „ „ 135000 ℳ
10000 ℳ „ 12 „ = „ „ „ 120000 ℳ
je für 1 Mt., im ganz. d. Zins. von 405000 ℳ für 1 Monat.

Nach dem zweiten Vertrage geniesst er die Zinsen von:

20000 ℳ für 0 Mt. = d. Zins. von 0 ℳ
35000 ℳ „ 7 „ = „ „ „ 245000 ℳ
für 1 Monat.

Er hat zu geniessen die Zinsen von:

405000 ℳ für 1 Monat
Er geniesst: 245000 ℳ „ 1 „
Es fehlen noch: 160000 ℳ für 1 Monat

Die fehlenden Zinsen müssen ihm die noch rückständigen 20000 ℳ aufbringen. Es ist demnach noch folgender Schluss zu machen:

Wieviel Zeit brauchen 20000 ℳ, um dieselben Zinsen wie 160000 ℳ in 1 Monat zu bringen?

$$x = 160000 : 20000 = 8$$

Der Rest ist nach 8 Monaten fällig.

b) Soll die Aufgabe nach den richtigeren Grundsätzen des Diskonts auf Hundert berechnet werden, und ist 4 % der vereinbarte Diskontfuss, so sucht man zunächst die Summe der Barwerte nach dem ersten Vertrage. Diese ist nach Erkl. 392 73688,31 ℳ; sodann die nach dem zweiten Vertrage, soweit sie sich berechnen lässt. Es ergiebt sich hier 54201,95 ℳ. Die Differenz beider ist der Barwert des Restes von 20000 ℳ, da doch die Summen der Barwerte in beiden Fällen gleich sein müssen. Und daraus findet man nach Erkl. 393 den Fälligkeitstermin dieses Restes, nämlich 7 Monate 27 Tage.

Aufgabe 1481. M. soll $\frac{3}{8}$ einer Kaufsumme am 1. April und den Rest am 16. Mai zahlen. Statt dessen zahlt er $\frac{5}{6}$ derselben am 16. April. Wann ist der Rest fällig?

Auflösung. Wenn vom 1. April ausgegangen wird, geniesst M. nach dem ersten Vertrage die Zinsen:

von $\frac{3}{8}$ für 0 Tg. = den Zins. von 0 für 1 Tg.
„ $\frac{5}{8}$ „ 45 „ = „ „ „ $\frac{225}{8}$ „ 1 „
zusammen den Zins. von $\frac{225}{8}$ für 1 Tg.

Erkl. 394. Das Kapital sei 2400 ℳ. Dann hat M. die Zinsen von:

900 ℳ für 0 Tage oder 0 ℳ
1500 ℳ „ 45 „ „ 7,50 ℳ
im ganzen 7,50 ℳ

Im zweiten Falle hat er die Zinsen von:

2000 ℳ für 15 Tage oder $3\frac{1}{3}$ ℳ

400 ℳ „ $\frac{375}{4}$ „ „ $4\frac{1}{6}$ ℳ

im ganzen $7{,}50$ ℳ

wie vorhin.

Nach dem zweiten Vertrage:

$$\text{von } \frac{5}{6} \text{ für 15 Tg.} = \text{d. Zins. von } \frac{25}{2} \text{ in 1 Tg.}$$

$$\text{also } \frac{1}{6} \text{ in x Tg.} = \text{d. Zins. von } \frac{225}{8} - \frac{25}{2} \text{ in 1 Tg.}$$

$$x = \frac{125}{8} : \frac{1}{6} = \frac{375}{4} = 93{,}75$$

Der Rest ist 94 Tage nach dem 1. April, also am 5. Juli fällig.

Probe bei 4 % siehe Erkl. 394.

Aufgabe 1482. Ein fallit erklärter Kaufmann kommt mit seinen Gläubigern überein 70 % in folgender Weise zu zahlen: 20 % nach 6 Monaten, 20 % nach 12 Monaten, 20 % nach 15 Monaten und 10 % nach 18 Monaten. a) Welches ist der mittlere Zahlungstermin? b) Wieviel Prozent büsst jeder Gläubiger ein, wenn er 5 % Zinsverlust rechnet? c) Wieviel verliert A., der 3000 ℳ zu fordern hat?

Auflösung. a)

20 % in 6 Monaten = 120 % in 1 Monat
20 % „ 12 „ = 240 % „ 1 „
20 % „ 15 „ = 300 % „ 1 „
10 % „ 18 „ = 180 % „ 1 „

70 % in x Monaten = 840 % in 1 Monat

x = (840 : 70) Monate = 12 Monate

ist der mittlere Zahlungstermin.

b) Da die Gläubiger die 70 % sofort zu fordern haben, aber erst nach 12 Monaten erhalten, so haben sie einen Zinsverlust von:

$$\frac{70 \cdot 5}{100} \,\% = 3\frac{1}{2} \,\%$$

im ganzen verlieren sie also:

$$30\,\% + 3\frac{1}{2}\,\% = 33\frac{1}{2}\,\%$$

c) A. verliert $33\frac{1}{2}$ % von 3000 ℳ, d. s.:

$33\frac{1}{3}$ % = 1000 ℳ

$+\frac{1}{6}$ % = 5 ℳ

1005 ℳ

(siehe Erkl. 395.)

Erkl. 395. A. bekommt von den 3000 ℳ nur 70 %, verliert also 30 %, d. s. 900 ℳ. Ausserdem büsst er noch die Zinsen von den erhaltenen 2100 ℳ, die er ein Jahr zu spät erhält, für diese Zeit zu 5 % ein, das sind 105 ℳ, im ganzen also 1005 ℳ.

Hieraus kann man auch die Frage b) beantworten:

Auf 3000 ℳ verliert man 1005 ℳ
„ 100 ℳ „ „ x ℳ

$$x = 33\frac{1}{2}\,\%$$

Aufgabe 1483. Eine gewisse Summe war fällig am 21. Mai; darauf wurden gezahlt 600 ℳ am 3. Februar und 1100 ℳ am 9. Mai, der Rest am 13. Juli. Wie gross war dieser und die ganze Schuld?

Auflösung. Die 600 ℳ werden 108 Tage, die 1100 ℳ 12 Tage früher bezahlt, der Rest aber 52 Tage später. Somit entsteht ein Zinsgewinn, den

Erkl. 396. Der Zinsfuss sei 6 %. Dann geben vom 3. Februar an gerechnet:

600 ℳ in 0 Tagen an Zinsen 0 ℳ
1100 ℳ „ 96 „ „ „ 17,60 ℳ
1500 ℳ „ 160 „ „ „ 40,00 ℳ
im ganzen 57,60 ℳ

3200 ℳ in 108 Tagen geben auch 57,60 ℳ Zinsen.

Man hätte ebensogut wie in der Auflösung in der Probe vom 21. Mai ausgehen können. Dann würden 3200 ℳ an Zinsen 0 ℳ ergeben, und der Zinsgewinn von 600 ℳ + 1100 ℳ würde sich gegen den Zinsverlust von 1500 ℳ heben.

600 ℳ in 108 Tg. oder 64800 ℳ in 1 Tg.
1100 ℳ „ 12 „ „ 13200 ℳ „ 1 „
im ganzen 78000 ℳ in 1 Tg.

bringen. Der Zinsverlust, der durch den Rest verursacht wird, muss gleich gross sein. Daher der Ansatz:

x ℳ bringen in 52 Tg. soviel Zinsen wie 78000 ℳ „ 1 Tag

$$x = 78000 : 52 = 1500$$

Der Rest beträgt 1500 ℳ, die ganze Schuld somit 3200 ℳ.

Probe siehe Erkl. 396.

Aufgabe 1484. B. soll x ℳ am 1. Okt. zahlen. Er zahlt aber schon 300 ℳ am 1. Juli, 200 ℳ am 15. Juli, 400 ℳ am 1. Aug. und 300 ℳ am 1. September. Der Rest ist am 6. Februar des nächsten Jahres fällig. Wie gross ist dieser?

Erkl. 397. Wäre ein Posten ausser dem Reste nach dem 1. Oktober fällig, so würde der durch den Rest verursachte Zinsverlust vermindert werden, dieser wäre alsdann früher fällig.

Auflösung. An Zinsgewinn entstehen:

300 ℳ in 3 Mon. oder 900 ℳ in 1 Mon.
200 ℳ „ $2\frac{1}{2}$ „ „ 500 ℳ „ 1 „
400 ℳ „ 2 „ „ 800 ℳ „ 1 „
300 ℳ „ 1 „ „ 300 ℳ „ 1 „
2500 ℳ in 1 Mon.

Zinsverlust von

x ℳ in $4\frac{1}{6}$ Mon. oder 2500 ℳ in 1 Mon.

$$x = 2500 : \frac{25}{6} = 600$$

Der Rest ist 600 ℳ (siehe Erkl. 397).

Aufgabe 1485. D. hat am 4. Juli 6000 ℳ zu zahlen, möchte aber dafür schon am 1. Mai 2500 ℳ erlegen und den Rest in zwei Terminen mit 2500 ℳ und 1000 ℳ tilgen. Wann müssen letztere bezahlt werden (siehe Erkl. 398)?

Erkl. 398. Der Gang der Rechnung ist folgender: Zunächst ist mit Rücksicht auf die Früherzahlung der gemeinschaftliche Verfallstag der beiden Restzahlungen zu ermitteln. Vor und nach diesem sind diese im umgekehrten Verhältnis ihrer Grösse fällig.

Erkl. 399. Macht man die Probe unter Annahme von 4% Zinsen und ausgehend vom 4. Juli, so ergiebt sich folgendes:

2500 ℳ 63 Tg. früher geben 17,5 ℳ Zinsverl.
2500 ℳ 39 „ später „ $10\frac{5}{6}$ ℳ Zinsgew.
1000 ℳ 60 „ „ „ $6\frac{2}{3}$ ℳ „

Auflösung. Vom 1. Mai bis 4. Juli sind 63 Tage, also entsteht für D. ein Zinsverlust von $2500 \cdot 63 = 157500$. Dieser muss aufgehoben werden durch die Späterzahlung der beiden Restsummen, der 3500 ℳ. Diese sind zusammen vom 4. Juli ab nach

(157500 : 3500) Tagen = 45 Tagen

also am 19. August fällig. Es sind:

die Raten	das Ratenverh.	das Terminverh.
2500	5	2
1000	2	5

Somit sind zu bezahlen die 2500 ℳ
2 oder 4 oder 6 oder 8 etc. Tage vor dem 19. August,
und die 1000 ℳ
5 oder 10 oder 15 oder 20 etc. Tage nach dem 19. August.

Probe. Es werde das dritte Paar gewählt, d. h. 2500 ℳ sollen 6 Tage vor dem

Im ganzen Zinsverlust . . $17\frac{1}{2}$

Zinsgewinn $10\frac{5}{6} + 6\frac{2}{3} = 17\frac{1}{2}$

Beides ist gleich, also bestätigt auch diese Probe die Richtigkeit der Rechnung. Genau dasselbe würde man erhalten, wenn man ein anderes der gefundenen Terminpaare als das gewählte betrachtet. Welches gewählt werden soll, hängt hier ganz von freier Vereinbarung des Schuldners und Gläubigers ab.

19. August, also am 13. August, fällig sein, während 1000 ℳ dann 15 Tage danach, also am 4. September zu bezahlen sind.

Ist nun die Rechnung richtig, so muss der mittlere Zahlungstermin von 2500 ℳ fällig am 1. Mai, 2500 ℳ am 13. August und 1000 ℳ am 4. September der 4. Juli sein: Ausgangspunkt 1. Mai.

2500 ℳ nach 0 Tg. = 0 ℳ nach 1 Tg.
2500 ℳ „ 102 „ = 255000 ℳ „ 1 „
1000 ℳ „ 123 „ = 123000 ℳ „ 1 „
6000 ℳ nach x Tg. = 378000 ℳ nach 1 Tg.

$x = 378\,000 : 6\,000 = 63$

63 Tage nach dem 1. Mai ist aber der 4. Juli. Die Rechnung stimmt (s. Erkl. 399).

Aufgabe 1486. Jemand erhandelt eine Menge Ware für 4500 ℳ, welche er aber erst nach einem Jahre zu bezahlen braucht. Er wird mit dem Verkäufer eins, ihm 1500 ℳ bar zu bezahlen und die übrigen 3000 ℳ in vier gleichen Terminen, jedesmal mit 750 ℳ abzutragen. Welche Termine müssen angesetzt werden, wenn keiner der beiden Teile Schaden leiden soll?

Auflösung. Der Käufer kann noch geniessen die Zinsen von 4500 ℳ für 12 Monate oder $4500 \cdot 12$ Zinsteile = 54000 Teile. Er geniesst, wenn wir, von der Barzahlung an gerechnet, den ersten Posten von 750 nach x Monaten als fällig betrachten:

3000 ℳ nach x Monaten d. s. 3000 x Teile
(3000 — 750) ℳ = 2250 ℳ „ x „ „ 2250 x „
(2250 — 750) ℳ = 1500 ℳ „ x „ „ 1500 x „
(1500 — 750) ℳ = 750 ℳ „ x „ „ 750 x „
(750 — 750) ℳ = 0 ℳ „ x „ „ 0 „
Im ganzen geniesst er 7500 x Teile

Damit kein Vorteil entsteht, müssen 54000 Zinsteile den $7500 \cdot x$ Zinsteilen gleich sein, d. h. $x = 54000 : 7500 = 7{,}2$. Er muss 750 ℳ jedesmal nach 7,2 Monaten oder 7 Monaten 6 Tagen abtragen (s. Erkl. 400).

Erkl. 400. Nennen wir 1 Zinsteil den Nutzen, welchen 1 ℳ in der Zeit eines Termines bringt, so geniesst der Käufer von:

3000 ℳ 1 Termin also 3000 Teile
2250 ℳ 1 „ „ 2250 „
1500 ℳ 1 „ „ 1500 „
750 ℳ 1 „ „ 750 „
7500 Teile

Diese Zinsteile muss er auch von 4500 ℳ in 12 Monaten erhalten. In 1 Termin geben 4500 ℳ an Zinsteilen 4500, sie sollen geben 7500, also müssen sie (7500 : 4500) Termine = $\frac{5}{3}$ Termine benutzt werden. $\frac{5}{3}$ Termine sind 12 Monate, $\frac{1}{3}$ Termin also $\frac{12}{5}$ Monat und 1 Termin $7\frac{1}{5}$ Monat.

Aufgabe 1487. D. soll 3600 ℳ nach 6 Monaten und 2400 ℳ nach 14 Monaten zahlen. Er möchte aber nach 4 Monaten schon soviel erlegen, dass er den Rest erst nach 18 Monaten zu zahlen braucht. Wieviel müsste dies sein?

Auflösung. Gang der Rechnung siehe Erkl. 401.

3600 ℳ nach 6 Mt. = 21600 ℳ nach 1 Mt.
2400 ℳ „ 14 „ = 33600 ℳ „ 1 „

6000 ℳ nach x Mt. = 55200 ℳ nach 1 Mt.

x = (55200 : 6000) Mt. = 9,2 Mt.

1. Rate	4 Monate	9,2	5,2 Mon. früher
2. „	18 „		8,8 „ später

Kommen auf die 1. Rate 8,8 ℳ od. 88 ℳ, so
„ „ „ 2. „ 5,2 ℳ „ 52 ℳ
auf beide kommen dann 140 ℳ.

Komm. auf beide 140 ℳ, so kommt auf d. 1. 88 ℳ
„ „ „ 6000 ℳ, „ „ „ „ 1. x ℳ

$$x = \frac{6000 \cdot 88}{140} ℳ = 3771{,}43 ℳ$$

Die 2. Rate ist dann 2228,57 ℳ.

Probe siehe Erkl. 402.

Erkl. 401. Zunächst ist der mittlere Zahlungstermin der 3600 ℳ und der 2400 ℳ zu ermitteln, sodann die Zeitdifferenz zwischen dem gefundenen Termin und dem aufzusuchen, an welchem wirklich bezahlt werden soll. Die Raten stehen in umgekehrtem Verhältnis zu diesen Zahlen.

Erkl. 402. Probe:

6000,00 ℳ in 9,2 Monaten	Zinszahl	55200,00
3771,43 ℳ „ 4 „	„	15085,72
2228,57 ℳ „ 18 „	„	40114,26
	Summe	55199,98

Unterschied nur 0,02. Er ist in der Abrundung der Division mit 140 begründet.

Aufgabe 1488. 2000 ℳ sind fällig am 16. Mai. Schuldner will dieselben in drei Raten tilgen und zwar 700 ℳ am 25. April, das übrige am 25. Mai und 1. Juni. Wieviel ist an jedem der beiden letzten Termine zu bezahlen?

Auflösung. 700 ℳ werden 21 Tage früher bezahlt, sie geben einen Zinsverlust von 14700 (Zinszahl). Dieser muss aufgehoben werden durch den Zinsgewinn am Reste 1300 ℳ. Also ist dieser fällig nach (14700 : 1300) Tagen = $11\frac{4}{13}$ Tage. $11\frac{4}{13}$ Tage nach dem 16. Mai ist der gemeinschaftliche Termin der beiden Restzahlungen..

2. Rate (25. April) $2\frac{4}{13}$ Tage früher
3. Rate (1. Juni) $3\frac{9}{13}$ „ später

Kommen auf die 2. Rate $3\frac{9}{13}$
so „ „ „ 3. „ $2\frac{4}{13}$

Oder was dasselbe ist (siehe Erkl. 403):
kommen auf die 2. Rate 8
so „ „ „ 3. „ 5

beide zusammen sind 1300 ℳ, also ist ein Teil 1300 ℳ : 13 = 100 ℳ.

Die 2. Rate beträgt 800 ℳ
„ 3. „ „ 500 ℳ

Erkl. 403. Die Verhältniszahlen, nach denen eine Summe, hier 1300 ℳ, zu teilen ist, können beliebig multipliziert und dividiert werden (siehe Olbrichts Lehrbuch der Gesellschafts- und Mischungsrechnung). Danach erhält man hier:

2. Rate	$3\frac{9}{13} = \frac{48}{13}$	$\times 13$	48	: 6	8
3. Rate	$2\frac{4}{13} = \frac{30}{13}$		30		5

d. h. 1300 ℳ sind im Verhältnis 8 zu 5 zu teilen.

13 Teile sind 1300 ℳ
1 Teil ist 100 ℳ
8 Teile sind 800 ℳ
5 „ „ 500 ℳ

b) Ungelöste Aufgaben.

b_1) Anwendung d. Terminrechnung bei Abänderung von Kaufverträgen.

Anmerkung 21. Diese Aufgaben sind in ähnlicher Weise zu lösen wie No. 1480 u. 1481.

Aufgabe 1489. A. kauft ein Grundstück von B. für 24000 ℳ unter der Bedingung, 15000 ℳ nach 2 Jahren, den Rest nach 5 Jahren zu zahlen. Er bezahlt aber die 15000 ℳ erst nach 3 Jahren. Wann ist der Rest fällig?

Aufgabe 1490. 8000 ℳ sind nach 1 Jahre zahlbar. Es werden statt dessen 1000 ℳ nach 1 Monat, 3000 ℳ nach 11 Monaten gezahlt. Wann ist der Rest fällig?

Aufgabe 1491. Ein Landwirt hat 17000 ℳ nach 8 Monaten zu bezahlen. Er zahlt jedoch 3000 ℳ nach 4 Monaten und 6000 ℳ nach 6 Monaten. Wann sind die übrigen 8000 ℳ zu bezahlen?

Aufgabe 1492. 1800 ℳ sind in 3 Terminen zu zahlen und zwar 500 ℳ nach 4 Monaten, 600 ℳ nach 6 Monaten, 700 ℳ nach 10 Monaten. Es werden aber bezahlt 400 ℳ nach 3 Monaten, 900 ℳ nach 6 Monaten. Wann ist der Rest fällig?

Aufgabe 1493. A. schuldet dem B. 18000 ℳ für ein Hausgrundstück nach 7 Monaten und 1 Tage. Er zahlt aber $\frac{1}{3}$ nach 4 Monaten, $\frac{1}{6}$ nach 6 Monaten, $\frac{1}{5}$ nach 8 Monaten. Wann ist der Rest zu bezahlen?

Aufgabe 1494. Jemand kauft ein Grundstück für 35000 ℳ mit der Bedingung, 10000 ℳ bar, 6000 ℳ nach 3 Monaten, 8000 ℳ nach 6 Monaten und den Rest nach 12 Monaten zu bezahlen. Er wird jedoch mit dem Gläubiger einig, 9000 ℳ bar, 15000 ℳ nach 5 Monaten und 7000 ℳ nach 6 Monaten zu entrichten. Wann ist der Rest fällig?

Aufgabe 1495. F. schuldet an G. 800 ℳ bar, 500 ℳ nach 2 Monaten, 600 ℳ nach 3 Monaten und 250 ℳ nach 4 Monaten. G. dagegen an F. 840 ℳ nach 15 Tagen, 400 ℳ nach 2 Monaten, 780 ℳ nach 3 Monaten. Beide rechnen Ende Juni mit einander ab. Wann ist der Saldo (Unterschied) zu entrichten?

Aufgabe 1496. Ein Kapitalist macht sich verbindlich, einem Kaufmann 16000 ℳ auf 15 Monate zu leihen. Da er aber diese Summe auf einmal nicht herbeizuschaffen vermag, so einigen sich beide Teile dahin, dass der Kapitalist vorerst 5000 ℳ hergeben solle, nach Verlauf von 6 Monaten noch 3000 ℳ und dann wieder nach Verlauf von 8 Monaten die letzten 8000 ℳ Wie lange kann nun der Kaufmann das ganze Kapital von 16000 ℳ noch ferner behalten, wenn keinem von beiden Teilen Unrecht geschehen soll?

Aufgabe 1497. Ein Gutsherr hatte mit seinem Nachbar einen Vertrag geschlossen, in welchem er sich verpflichtet, 400 Ochsen seines Nachbarn 16 Monate lang auf seine Weide gehen zu lassen. Der Nachbar schickte aber mit Bewilligung des Gutsherrn anfangs nur 200 Stück, nach 7 Monaten 250 mehr und 8 Monate darauf wieder 150 mehr. Wie lange muss der Gutsherr diese 600 Ochsen noch ferner füttern, wenn er seine eingegangene Verpflichtung erfüllen will?

---

b_2) Anwendung der Terminrechnung bei Falliments.

Anmerkung 22. Diese Aufgaben sind wie die gelöste Aufgabe 1482 zu rechnen.

Aufgabe 1498. A. falliert und kommt mit den Gläubigern überein, 50 % zu zahlen und zwar in folgender Weise: 15 % in 4 Monaten, 15 % in 8 Monaten und 20 % in

12 Monaten. a) Welches ist der mittlere Zahlungstermin? b) Wieviel Prozent verliert jeder Gläubiger, wenn 6 % Zinsverlust berechnet werden? c) Wieviel verliert B. an seiner Forderung von 4 900 ℳ?

Aufgabe 1499. Ein bankerotter Kaufmann bietet 65 % in folgender Weise: 25 % in 4 Monaten, 15 % in 6 Monaten, 10 % in 10 Monaten und 15 % in 15 Monaten. A. hat 3 600 ℳ zu fordern. Wieviel Mark verliert er bei Berechnung von $4\frac{1}{2}$ % Zinsen?

Aufgabe 1500. Ein Geschäftsmann falliert und akkordiert mit 75 %, welche er in folgender Weise zahlen will: 20 % nach 3 Monaten, 15 % nach 6 Monaten, 30 % nach 9 Monaten und den Rest nach 12 Monaten. a) Welches ist der mittlere Zahlungstermin? b) Wieviel Prozent verliert jeder Gläubiger, wenn 5 % Zinsverlust gerechnet werden? c) Wieviel verliert man auf eine Forderung von 6 000 ℳ?

Aufgabe 1501. Bei einem Fallimente verpflichtet sich der Schuldner, 50 % in folgender Weise zu zahlen: 10 % nach 6 Monaten, 15 % nach 9 Monaten, 15 % nach 12 Monaten und den Rest nach 15 Monaten. Wieviel verliert N. im ganzen, wenn er 10 000 ℳ zu fordern hat, und 6 % Zinsen in Anrechnung gebracht werden?

Aufgabe 1502. Ein fallit erklärter Kaufmann akkordiert mit 75 %, in folgender Weise zahlbar: 30 % zur Hälfte in 3, zur Hälfte in 5 Monaten, 10 % in 6, 10 % in 8, 10 % in 10 Monaten und 15 % zur Hälfte in 12, zur Hälfte in 15 Monaten. Wieviel Prozent verliert jeder Gläubiger bei Berechnung von 5 % Zinsenverlust?

b_8) Ungelöste Aufgaben zu den Fragen 113 bis 115.

Anmerkung 23. Die Aufgaben 1503 bis 1505 sind zu lösen wie No. 1483; 1506 und 1507 wie No. 1485 und 1508 bis 1510 wie Nr. 1487 und 1488.

Aufgabe 1503. Eine gewisse Summe ist fällig nach 9 Monaten. Es werden aber bezahlt 300 ℳ nach 3 Monaten, 600 ℳ nach 6 Monaten und der Rest nach 14 Monaten. Wie gross ist dieser?

Aufgabe 1504. Auf eine Schuldsumme, fällig am 12. Juli, wurden am 15. Mai 408 ℳ, am 25. Juli 360 ℳ und der Rest am 25. August bezahlt. Wie gross war letzterer?

Aufgabe 1505. Eine gewisse Summe ist wie folgt zu bezahlen: 1 376 ℳ nach 5 Monaten, 3 Monate später 2 560 ℳ und der Rest wieder 5 Monate später. Sollte die ganze Summe auf einmal entrichtet werden, so müsste es nach 10 Monaten geschehen. Wieviel war überhaupt zu bezahlen?

Aufgabe 1506. M. hat sogleich 4 000 fs und nach 6 Monaten, am 1. Juli, 6 000 fs zu zahlen. Er möchte aber die Schuld in Raten von 7 000 fs und 3 000 fs abtra[illegible]en. Wann müssen diese Posten bezahlt werden, wenn noch bestimmt wird, dass die le[illegible]te Rate spätestens in der ersten Hälfte des Juli zu bezahlen ist?

Aufgabe 1507. Jemand soll 7 000 ℳ bezahlen, nämlich 2 000 ℳ nach $3\frac{1}{2}$, 35[illegible] ℳ nach 4 und 1 500 ℳ nach 14 Monaten. Sein Gläubiger macht ihm den Vorschlag, [illegible]ie Summe in zwei Terminen, jedesmal die Hälfte zu bezahlen und zwar so, dass der zw[illegible]te Termin um einen Monat länger sei, als der erste. Wenn nun der Schuldner dami[illegible] [illegible]ufrieden ist, nach welcher Zeit muss der erste Termin angesetzt werden?

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer" kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

☛ Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart

1239. Heft.

Preis des Heftes **25 Pf.**

Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.
Forts. v. Heft 1232. — Seite 241—256.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der **Rechenkunst,** der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen** der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie**; des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar-** u. **Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren
Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach **System Kleyer** bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung von Heft 1232. — Seite 241—256.

Inhalt:

Stuttgart 1893.
...erlag von Julius Maier.

...haltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kan...

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form,** mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln** in **Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine **grössere** Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: **Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel** zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten** als z. B. **für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen,** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teiles** der mathematischen Disziplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten. Lust, Liebe** und **Verständnis** für den Schul-Unterricht wird dadurch **erhalten** und **belebt** werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und **Fachgenossen aller Art, Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht verges- mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen** in **allen Be**zweigen **vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapitale lebendige** Kraft verleihe somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen**

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktisch- gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe de verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der V- Dr. **Kleyer,** Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlag**

Aufgabe 1508. L. hat an Z. 40000 ℳ in 4 Terminen von 6 zu 6 Monaten in gleichen Raten zu zahlen, wünscht aber nach Ablauf a) von 8 oder b) von 12 Monaten soviel zu bezahlen, dass er den Rest nach 18 Monaten tilgen darf. Wieviel müsste er in jedem Falle als erste Rate erlegen?

Aufgabe 1509. Von zwei Forderungen im Betrage von 48000 ℳ und zwar 19500 ℳ, zahlbar nach 3 Monaten, und 28500 ℳ, zahlbar nach 7 Monaten, stellt der Schuldner, nachdem bereits 2 Monate vergangen sind, den Antrag, gleich soviel zu zahlen, dass er den Rest nach 9 Monaten entrichten darf. Wieviel ist an jedem Termin zu zahlen?

Aufgabe 1510. X. hat 24000 ℳ zu bezahlen und zwar 5000 ℳ bar, 5000 ℳ nach 2 Jahren, 6000 ℳ nach 3 Jahren und den Rest nach $5\frac{7}{8}$ Jahren. Er will aber die ganze Summe in zwei Raten, die nach 2 und 5 Jahren fällig sein sollen, abtragen. Wie gross sind diese Ratenzahlungen?

L. Ueber die Kontokorrente.

Anmerkung 24. Das rechtliche Kontokorrent-Verhältnis ist eine Schöpfung neuerer Zeit und wurde durch die französische Revolution veranlasst. Name und Sache sind jedoch älter. Der Hamburger Buchhalter Rademann lehrte schon 1714 die Führung eines „Copeybuches" und darin die Aufstellung der „Conto-Couranti", wobei sich jedoch noch keine Zinsberechnung findet. Der Gebrauch der Zinszahlen nach progressiver Methode lässt sich bis Clausberg 1732 zurückverfolgen, während die retrograde Methode erst im Anfange dieses Jahrhunderts und zwar in Frankreich aufkam. Selbständige Schriften über das Kontokorrent stammen erst aus den letzten Jahrzehnten dieses Jahrhunderts.

Frage 116. Was versteht man unter Kontokorrent (siehe Erkl. 404)?

Erkl. 404. Kontokorrent stammt aus dem Italienischen, conto-corrente, französisch conto courant, und bedeutet eine laufende Rechnung oder einen Auszug aus derselben.

Erkl. 405. Der Name Bank rührt daher, dass früher die Wechsler wie andere Verkäufer ihr Geschäft auf öffentlichem Markte und auf einer Bank oder einem Tisch betrieben. Man versteht darunter eine grosse öffentliche Anstalt zur Betreibung von Geldgeschäften verschiedener Art, zunächst mit dem Zweck, die Zirkulation des Geldes auf einem Handelsplatze oder auch in einem ganzen Lande zu erleichtern und zu vereinfachen und dem Handel auch noch auf manche andere Art nützlich zu werden.

Antwort. Unter Kontokorrent versteht man die offene Rechnung, welche ein Geschäftsmann denjenigen Personen eröffnet, mit welchen er in fortgesetzten Verkehr tritt. Es hat also zur notwendigen Voraussetzung, dass wechselseitiges Geben und Empfangen stattfindet, wobei die sofortige Ausgleichung zu umständlich und kostspielig sein würde. Das Kontokorrent findet in der Hauptsache seine Anwendung beim Verkehr eines Kaufmanns mit einem Kommissionär oder einer Bank oder endlich von Banken untereinander (siehe Erkl. 405).

Frage 117. Welche beiden Hauptarten des Kontokorrentes unterscheidet man?

Antwort. Ein Kontokorrent ist entweder einfach oder zusammengesetzt.

Frage 118. Wie ist ein einfaches Kontokorrent beschaffen?

Erkl. 406. Gleichzeitig wird auch der Geschäftsfreund uns ein Konto eröffnen, mit unserm Namen und Wohnort überschrieben. In diesem erscheinen unsere Forderungen auf der rechten Seite als Schulden des Geschäftsfreundes, während unsere Schulden auf die linke Seite als seine Forderungen zu stehen kommen. — Treten z. B. Buchmann in Köln und Walter in Bremen in ein Kontokorrentverhältnis, so werden im Hauptbuche des Buchmann folgende Seiten erscheinen:

Herrn **Walter in Bremen.**

Debet	Kredit
Schulden Walters Forderungen Buchmanns	Forderungen Walters Schulden Buchmanns

und im Hauptbuche des Walter wird man finden:

Herrn **Buchmann in Köln.**

Soll	Haben
Schulden Buchmanns Forderungen Walters	Forderungen Buchmanns Schulden Walters

Von alters her ist es üblich, auf der Debetseite sich des Wörtchens „An" (merke er schuldet an), auf der Kreditseite des Wörtchens „Per" (merke er ist Gläubiger durch = per) zu bedienen.

Beim Schreiben ist die grösste Sauberkeit anzuwenden; Durchstreichungen und Rasuren müssen sorgfältig vermieden werden. Die Zahlen der Beträge sind zur Erleichterung der Addition sorgfältig untereinander zu setzen. Dabei empfiehlt sich die Anwendung des Tausenderstriches, d. h. die Kolonne, welche für die Markbeträge bestimmt ist, wird durch einen senkrechten Strich geteilt, zur Rechten desselben kommen die Hunderter, Zehner und Einer, zur Linken die Tausender. Dass jeder Posten das ihm zukommende Datum haben muss, und dass die in Betracht kommende Geldsorte angegeben wird, ist wohl selbstverständlich.

Erkl. 407. Es ist kaufmännischer Brauch, unter einen Kontokorrentauszug, d. i. eine Abschrift des Kontokorrentes, welcher dem Geschäftsfreunde zum Vergleiche mit seinem Buche übersandt wird, die Bemerkung zu setzen: „Irrtum vorbehalten" oder die Buchstaben S. E. & O. d. h. salvo errore et ommissione (lat.) oder sauf erreur et ommission (franz.), d. h. vorbehaltlich von Irrtümern und Auslassungen, obwohl dies nicht nötig ist, da nach § 294 des allgemeinen deutschen Handelsgesetzbuches Irrtümer auf alle Fälle später noch berichtigt werden können.

Antwort. Das Konto, welches wir einem Geschäftsfreunde eröffnen, wird mit dessen Namen und Wohnort überschrieben und zweiseitig geführt. Die linke Seite heisst die Debet- (Soll-, Unser-, Mein-) Seite und dient dazu, alles das aufzunehmen, was der Inhaber des Kontos von uns empfängt, wofür er also unser Debitor (Schuldner) wird, oder was er uns bezahlen soll, oder was uns gehört. Die rechte Seite heisst Kredit- (Haben-, Euer-, Dein-) Seite und nimmt alles dasjenige auf, was wir vom Inhaber des Kontos erhalten haben, wofür er also unser Kreditor (Gläubiger) wird, oder was wir erhalten haben, oder was ihm gehört. Die linke Seite enthält somit unsere Forderungen, die rechte unsere Schulden an den Geschäftsfreund, oder die linke Seite enthält seine Schulden, die rechte seine Forderungen (siehe Erkl. 406).

Rechnet man die Beträge auf jeder Seite zusammen, so ergiebt der Vergleich beider Summen den Stand des Kontos. Sind sie gleich, so heben sich Schulden und Forderungen, das Konto ist saldiert oder balanciert. Ist auf der Debetseite ein Ueberschuss, so haben wir denselben vom Geschäftsfreunde zu fordern, ist dagegen die Kreditsumme grösser, so sind wir ihm den Mehrbetrag schuldig. Dieser Unterschied der beiden Seitensummen heisst Rest oder Saldo.

Der Abschluss eines Kontokorrents geschieht in folgender Weise: Das Saldo wird unter dem Datum des Abschlusstages mit der Bemerkung Saldovortrag auf neue Rechnung auf die Seite eingestellt, welche die kleinere Summe ergiebt. Sodann zieht man auf beiden Seiten in gleicher Höhe einen Additionsstrich und schreibt die nun gleichhohen Summen darunter. Befindet sich auf einer Seite ein freier Raum oberhalb der Additionslinie, so wird derselbe durch einen sogenannten Riegel, eine von links nach rechts aufsteigende schräge Linie, ungültig gemacht. Hierauf

wird die wagrechte Abschlusslinie gezogen und unter dieselbe auf derjenigen Seite, welche vor dem Abschlusse die grössere Summe ergab, der Saldovortrag unter dem 1. Tage, welcher auf den Abschlusstag folgt, geschrieben. Ort, Datum nebst Namensunterschrift oder Firma vollenden den Abschluss (siehe Erkl. 407). Als Beispiel siehe Schema I.

Frage 119. Was versteht man unter einem zusammengesetzten Kontokorrent?

Erkl. 408. Da im Geschäftsverkehr jeder Posten an einem bestimmten Tage fällig ist, so muss er diskontiert werden, wenn er unter einem früheren Termin verrechnet wird, dagegen verzinst werden, falls die Abrechnung nach seinem Verfallstage geschieht.

Antwort. Zusammengesetzt ist ein Kontokorrent, wenn es die Berechnung der durch den Geschäftsgang entstehenden gegenseitigen Zinsforderungen (siehe Erkl. 408) und die Anrechnung der auf die Geschäftsfälle sich beziehenden Unkosten enthält.

Frage 120. Nach welchen Methoden werden die Zinsen beim zusammengesetzten Kontokorrent berechnet?

Erkl. 409. Die deutsche und französische Methode werden angewendet bei gleichem Zinsfusse im Soll und Haben [siehe nächste Antwort 1) und 2)], die Staffelrechnung in allen Fällen, besonders bei verschiedenen Zinsfüssen [nächste Antwort 3) und 4)].

Antwort. Es giebt beim Kontokorrent drei Methoden der Zinsberechnung, nämlich:

1) Die progressive oder deutsche Methode.

2) Die retrograde oder französische Methode.

3) Die Staffelrechnung (siehe Erkl. 409).

Frage 121. Wodurch unterscheiden sich diese verschiedenen Methoden?

Erkl. 410. Es kann aber ein solches Kontokorrent auch auf einen anderen Tag, als den zum voraus angenommenen, abgeschlossen werden, siehe Schema VI.

Erkl. 411. Es kommt ausserordentlich selten vor, dass ein Posten auftritt, der vor dem Anfangstage des Kontokorrents fällig ist. Dieser wäre bis zu diesem Tage zu verzinsen.

Erkl. 412. Bei der Staffelrechnung wird das Kontokorrent für sich ohne die Zinsen aufgestellt, während diese in einer beigefügten Zinsnota berechnet werden.

Antwort. Beim deutschen Kontokorrent berechnet man den Wert aller Posten für den zum voraus angenommenen Abschlusstag, verzinst also alle Posten, die vor diesem Termine, und diskontiert alle, die nach ihm fällig sind (siehe Erkl. 410).

Beim französischen Kontokorrent berechnet man den Wert aller Posten für den ersten Tag der Kontokorrentperiode, hat also nur zu diskontieren (siehe Erkl. 411).

Die Staffelrechnung ordnet die Posten nach ihren Verfallstagen und berechnet die Zinsen von einer Geschäftsveränderung zur anderen. Sie ist am leichtesten und in allen Fällen anwendbar (siehe Erkl. 412).

Frage 122. Welcher Zinsfuss wird bei der Berechnung zu Grunde gelegt?

Antwort. Man hat vier Fälle zu unterscheiden.

1) Der Zinsfuss im Soll und Haben ist gleich hoch und zwar für die ganze Kontokorrentperiode.

2) Der Zinsfuss im Soll und Haben ist gleich gross, wechselt jedoch während der Laufzeit des Kontokorrentes. Z. B. vom 1. Januar bis 15. Mai 4 %, vom 16. Mai bis 1. Juli 3,5 % etc.

3) Der Zinsfuss ist ein doppelter, für die ganze Zeit aber gleich hoch. Dabei werden für das Debet höhere Zinsen berechnet als für das Kredit.

4) Der Zinsfuss für das Soll ist grösser als für das Haben und wechselt während der Kontokorrentperiode (siehe Erkl. 413).

Erkl. 413. Bei der Kontokorrent-Zinsenberechnung wird das Jahr gewöhnlich zu 360 Tagen und bei Aufsuchung der Zinstage jeder Monat zu 30 oder auch nach seinen Kalendertagen gerechnet. Wenn die dem Kapitale beigefügten Pfennige weniger als 0,50 ℳ betragen, so werden sie bei der Zinsenberechnung nicht berücksichtigt, übersteigt jedoch die Pfennigzahl 0,50 ℳ, so rechnet man die Zinsen von einer ganzen Mark. Dieselbe Regel gilt auch bei anderen Münzsorten.

Frage 123. Welcher Art sind die im Kontokorrent auftretenden Unkosten?

Antwort. Unkosten im Kontokorrent sind:

1) Provision oder Kommission. Man rechnet sie gewöhnlich von jener Seite des Kontokorrentes, welche die grössere Kapitalsumme aufweist, nachdem zuvor von beiden Seiten diejenigen Posten abgerechnet worden sind, in denen sie schon inbegriffen ist (z. B. Saldo).

2) Kurtage. Sie wird von allen Posten beider Seiten berechnet bei Geschäften, zu deren Ausführung man einen Makler nötig gehabt hat oder nötig haben konnte, wie Ein- und Verkauf von Wechseln, Effekten, Geldsorten.

3) Auslagen für Stempel und Porto (siehe Erkl. 414).

Erkl. 414. In neuerer Zeit eröffnen die Banken häufig Kontokorrente, ohne eine Kommission zu berechnen; sie müssen sich dafür am Zinsfuss erholen, der bei Kreditoren 1 % unter dem jeweiligen Diskontfuss, bei Debitoren dagegen 1—2 % über demselben angesetzt wird. Die Girobanken vergüten ihren Kreditoren gar keinen Zins, besorgen aber den Giroverkehr, den Uebertrag von Konto zu Konto, kommissionsfrei. Im wechselseitigen Verkehr zwischen zwei Bankinstituten wird öfters weder eine Kommission berechnet noch ein Unterschied im Zinsfuss gemacht, wofern die wechselseitigen Dienste ungefähr gleich sind.

---

1) Ueber das progressive oder das deutsche Kontokorrent.

Frage 124. Wie stellt man ein progressives Kontokorrent auf mit gleichem und gleich bleibendem Zinsfuss für Soll und Haben, wenn alle Posten innerhalb der Kontokorrentperiode verfallen?

Antwort. Man sucht für jeden Posten seinen Verfallstag, berechnet von diesem bis zum angenommenen Abschlusstermin die Anzahl Tage, wobei

der erstere nicht mitgerechnet wird, und multipliziert den Posten mit dieser Anzahl, wodurch man die Zinszahl findet. Ist dies auf beiden Seiten geschehen, so addiert man die Zinszahlen jeder Seite, sucht die Differenz dieser Zinszahlensumme, stellt sie als Zinszahlensaldo auf die Seite mit der kleineren Zinszahlensumme (siehe Erkl. 415) und findet daraus in bekannter Weise (siehe Erkl. 416) das Zinsensaldo, welches auf die Seite mit der grösseren Zinszahlensumme einzustellen ist. Der weitere Abschluss ist dann wie bei Schema I. (Siehe Schema II.)

Erkl. 415. Dadurch, dass das Zinszahlensaldo auf die Seite gestellt wird, wo sich die kleinere Zinszahlensumme befindet, wird erreicht, dass beim Zusammenzählen beiderseits dieselbe Summe entsteht, was das Nachrechnen wesentlich erleichtert.

Erkl. 416. Man vergleiche hierzu den Abschnitt H., No. 2d über die Berechnung der Zinsensumme mehrerer Kapitalien.

Zum Berechnen der Tage, genau nach dem Kalender, benutze man die Fristentabelle am Schlusse des Buches.

Frage 125. Wie stellt man ein deutsches Kontokorrent auf mit gleichem und gleich bleibendem Zinsfusse, wenn auch Posten vorkommen, die nach dem Abschlusstermin verfallen?

Antwort. Da der Wert des Kontokorrentes für den Abschlusstermin zu berechnen ist, so sind Posten, die nach ihm verfallen, weniger wert. Sie müssen also diskontiert werden. Die ihnen zugehörigen Zahlen (Kapital und Tage) sind daher Diskontzahlen und auf der Seite, auf welcher sie stehen, abzuziehen. Dies unterlässt man jedoch, sondern trägt die diesen Posten zugehörigen Tage und Zinszahlen mit roter Tinte ein, im Schema III fettgedruckt. Daher heisst ein solches Kontokorrent eins mit roten Zinszahlen.

Da es nun für den Abschluss gleich ist, ob ich auf der einen Seite etwas subtrahiere oder auf der anderen Seite dasselbe addiere, so betrachtet man die roten Zinszahlen des Soll als schwarze des Habens und umgekehrt.

Demgemäss schliesst man ab, indem man zuerst das Saldo der roten Zinszahlen aufsucht und es auf der Seite mit schwarzer Tinte einträgt, welche die kleinere Summe der roten Zahlen ergiebt. Nunmehr rechnet man nur noch die schwarzen Zinszahlen und verfährt im übrigen wie bei voriger Art. (Siehe Erkl. 417 u. 418 und Schema III.)

Erkl. 417. In der Buchführung wird die Subtraktion immer dadurch bewirkt, dass man die abzuziehenden Posten auf der anderen Seite hinzuzählt. Es verhält sich hier wie bei einer Wage, deren Gleichgewicht gestört ist. Anstatt Gewichte aus der schwereren Wagschale zu entfernen, lassen wir dieselben und legen dafür in die andere Wagschale soviel, bis das Gleichgewicht wieder hergestellt ist. Bei roten Zinszahlen hat man folgende Fälle:

1) Sind nur im Soll rote Zahlen, so stellt man sie als schwarze ins Haben.

2) Sind nur im Haben rote Zahlen, so stellt man sie als schwarze ins Soll.

3) Sind im Haben und Soll rote Zahlen, so stellt man ihr Saldo, d. i. ihre Differenz, als schwarze Zahl auf die schwächere Seite ein.

Erkl. 418. Posten, die nach dem Abschlusstermin verfallen, müssten eigentlich auf neue Rechnung vorgetragen werden. Dieser Uebelstand wird durch die roten Zinszahlen vermieden. Will man das aber nicht thun, so erhält man ein Kontokorrent mit Vortragsposten und nur schwarzen Zahlen. Man rechnet dann einfach die nach dem Abschlusstage verfallenden Posten beim Abschluss nicht mit, sondern trägt sie, nebst dem Saldo, auf neue Rechnung vor.

Frage 126. Wie stellt man ein deutsches Kontokorrent auf mit einem Zinsfusse, der im Soll und Haben gleichgross ist, aber innerhalb der Kontokorrentperiode wechselt?

Antwort. 1) Man behandelt alle Posten des Zeitraumes, für welchen der Zinsfuss gleich hoch ist, wie die eines eigenen, für sich abzuschliessenden Kontokorrents. Demgemäss berechnet man die Tage bis zu dem Zeitpunkte, an welchem sich der Zinsfuss ändert, stellt die Zinszahlen, schwarze und rote, auf und berechnet von deren Saldo die Zinsen, welche in die Kapitalkolonne aufgenommen werden. Das Kapitalsaldo wird auf der Seite, welche die grössere Kapitalsumme enthält, zur Berechnung der weiteren Zinsen daraus vorgemerkt, aber weder zum Ausgleiche in die Kolonne der kleineren Geldsumme noch als Saldovortrag in die Geldkolonne eingesetzt, da doch ein vollständiger Abschluss noch nicht stattfindet (siehe Erkl. 419). In dieser Weise verfährt man bei jedem Wechsel des Zinsfusses. Soll das Konto endgültig abgeschlossen werden, so verfährt man in bekannter Weise, wobei nur noch zu beachten ist, dass auch jedesmal die Zinsen von dem vorgemerkten Kapitalsaldo einzustellen sind. (Siehe Schema IV.)

2) Siehe Erkl. 420. Man berechnet die Zinszahlen für die ganze Kontokorrentperiode, gleich als wenn der Zinsfuss immer derselbe bliebe. Hat sich aber dieser in der Zwischenzeit geändert, so stellt man das Zinszahlen- und Kapitalsaldo bis zu diesem Termine fest, muss aber von dem ersteren diejenige Zinszahl noch abziehen, welche das gefundene Kapitalsaldo bis zum Schlusse der Periode ergiebt, weil dieselbe zuviel gerechnet wurde. Aus der so gefundenen Zinszahl werden die Zinsen zum ersten Zinsfusse, aus der Differenz des gesamten Zinszahlensaldos und der eben genannten Zinszahl die Zinsen zum zweiten Zinsfusse berechnet. Der weitere Abschluss ist der gewöhnliche. (Siehe Schema V und die Erkl. 421, 434 u. 435).

Erkl. 419. Der Bankier nimmt im allgemeinen die aufgelaufenen Zinsen beim Wechsel des Zinsfusses als verfallen an, merkt also als Kapitalsaldo die Differenz der Kapitalien einschliesslich der Zinsen vor und berechnet demnach vom Zinsensaldo in der nächsten Periode wieder Zinsen, also Zinseszinsen. Soll dies nicht geschehen, so darf nur das Kapitalsaldo ohne die Zinsen vorgemerkt werden. Die letzteren sind aber dann beim endgültigen Abschluss ins Kapitalsaldo aufzunehmen.

Erkl. 420. In Bankgeschäften berechnet man die Zinszahlen im voraus, um an den gewöhnlichen Abschlusstagen (30. Juni und 31. Dez.) nicht mit Arbeiten überhäuft zu werden. Aendert sich nun der Diskontfuss, so braucht man die Zinszahlen nicht zu ändern, auch nicht zwischen den Zeilen einen Abschluss vorzunehmen, wie man nach der ersten Art gezwungen ist, sondern man verfährt dann am besten nach der unter 2) angegebenen Art.

Erkl. 421. Das gesamte Zinszahlensaldo für 180 Tage sei 900000, davon seien die Posten der ersten 80 Tage zu 4%, die übrigen zu 6% zu verzinsen. Ist nun das Zinszahlensaldo der ersten 80 Tage 300000, das Kapitalsaldo aber 900 ℳ, so würde man bei Berechnung zu 4% von 300000 die Zinsen von 900 ℳ auf 100 Tage zu 4% zuviel nehmen, also ist die erstere Zinszahl um:

$$900 \cdot 100 = 90000$$

zu vermindern.

Man hat also zu berechnen:

$$300000 - 90000 = 210000 \text{ zu } 4\% = 23\frac{1}{3} \text{ ℳ}$$

und

$$900000 - 210000 = 690000 \text{ zu } 6\% = 115 \text{ ℳ}$$

Frage 127. Wie schliesst man ein deutsches Kontokorrent mit gleichbleibendem Zinsfusse an einem anderen Termine ab, als an dem, der von vornherein angenommen wurde?

Erkl. 422. Sind alle Zinszahlen für den 30. Juni berechnet, so hat man den Wert jedes einzelnen Postens für diesen Tag, nach ausgeführtem Abschlusse also den Wert des ganzen Kontokorrentes, für den 30. Juni. Vorher ist aber das gefundene Saldo weniger, nachher jedoch mehr wert. Also muss es im ersten Falle kleiner, im zweiten grösser werden. Darum müssen im ersten Falle die in Betracht kommenden Zinsen abgezogen werden, oder, was dasselbe ist, auf die kleinere Kapitalseite eingestellt werden, im zweiten aber addiert werden, also zur grösseren Kapitalseite hinzukommen.

Erkl. 423. In Büchern und in Handelsbureaus ist vielfach die falsche Meinung verbreitet, es müsse das deutsche Kontokorrent am angenommenen Abschlusstage auch wirklich abgeschlossen werden, weshalb das französische Kontokorrent den Vorzug verdiene. Diese Meinung ist durch das Beistehende widerlegt.

Antwort. Wenngleich sämtliche Zinszahlen im voraus etwa für den 30. Juni berechnet worden sind, so kann doch ohne Schwierigkeit der Abschluss für einen anderen Termin stattfinden.

Liegt der Abschlusstag vor dem angenommenen Termin, z. B. auf dem 20. Mai, so sind die Zinsen von dem Kapital- oder Bruttosaldo für die Zeit vom Abschlusstage bis zum angenommenen Termine, hier 40 Tage, zu vergüten; also ist die entsprechende Zinszahl (Bruttosaldo mal 40) auf die Seite einzusetzen, wo weniger Kapital ist. Fällt der Abschlusstag aber später, z. B. auf den 20. Juli, so muss das Bruttosaldo für die Zeit vom angenommenen Termin bis zum Abschlusstage, hier 20 Tage, noch verzinst werden. Die Zinszahl (Bruttosaldo mal 20) ist also dort einzusetzen, wo die grössere Kapitalsumme ist. Der übrige Abschluss bleibt wie bisher.

(Siehe Schema VI und die Erkl. 422, 423, 436 bis 438.)

---

2) Ueber das retrograde oder französische Kontokorrent.

Frage 128. Wie stellt man ein retrogrades (s. Erkl. 424) oder französisches Kontokorrent auf?

Erkl. 424. Retrograd stammt aus dem Französischen und bedeutet rückwärts. Ein retrogrades Kontokorrent ist also ein nach rückwärts gerechnetes.

Erkl. 425. Sollten Posten vorkommen, welche vor dem Anfangstage des Kontokorrents verfallen, deren Zinszahlen also mit roter Tinte zu schreiben wären, so würde das Saldo dieser Zinszahlen zum Ausgleiche der roten Zahlen auf die schwächere Seite zu stellen sein, die Zinsen daraus aber auf die stärkere Seite. Daraus ergiebt sich die Regel: Das Saldo der roten Zinszahlen wird lediglich zum Ausgleiche mit roter Tinte auf die schwächere Seite der roten Zahlen eingestellt, aber zur Zinsenberechnung mit schwarzer Tinte auch auf die stärkere Seite.

Antwort. Das französische Kontokorrent nimmt als festen Verfallstag, für welchen der Wert aller Posten zu berechnen ist, nicht den letzten, sondern den ersten Tag der Kontokorrentperiode. Infolge dessen sind die Tage rückwärts vom Verfallstage bis zum ersten Tag des Kontokorrents zu rechnen. Alle Posten, die danach verfallen, liefern Diskontzahlen, sie wären also mit roter Tinte zu schreiben. Da aber Posten, die vor dem ersten Tage verfallen und schwarze Zinszahlen liefern würden, nur sehr selten vorkommen, so schreibt man hier die Diskontzahlen mit schwarzer Tinte, die Zinszahlen aber mit roter, und hat zu merken, dass die Diskontzahlensumme

des Soll auf die Habenseite, und umgekehrt die des Habens auf die Sollseite gehört. *Ihr Saldo, wie die daraus entstehenden Zinsen, sind somit auf die schwächere Seite einzustellen* (siehe Erkl. 425).

Wollte man nun den Abschluss vornehmen, so würde man den Wert des Kontokorrents für den ersten Tag finden. Man hat also noch zu berücksichtigen, dass dieser Wert auf den Abschlusstag, als welcher jeder beliebige angenommen werden kann, zurückzuführen ist. Dies geschieht aber, indem man ganz ähnlich wie bei dem deutschen Kontokorrent No. VI das Kapital- oder Bruttosaldo ohne Rücksicht auf die Zinsen ermittelt und die sich daraus für die ganze Kontokorrentperiode ergebende Zinszahl als Diskontzahl betrachtet und demzufolge auf die schwächere Kapitalseite einstellt (siehe Erkl. 426). Also ergiebt sich die *Regel*:

Am Abschlusstage des französischen Kontokorrents, als welcher jeder beliebige angenommen werden kann, wird zunächst das Kapitalsaldo ermittelt. Von demselben wird die Zinszahl über den Zeitraum vom Anfangs- bis zum Abschlusstage berechnet und als Diskontzahl auf die Seite eingestellt, wo die kleinere Kapitalsumme sich befindet. Nunmehr berechnet man das Diskontzahlensaldo und stellt dasselbe, sowie die sich daraus ergebenden Zinsen auf die Seite ein, wo die kleinere Diskontzahlensumme steht.

Der weitere Abschluss ist wie beim deutschen Kontokorrent. (Siehe die Erklärung 427 und die Schemata No. VII und VIII.)

Erkl. 426. Das Bruttosaldo ist für die ganze Kontokorrentperiode *zu verzinsen*, die zugehörige Zahl ist also eine *Zinszahl* und muss als solche addiert werden, also auf die Seite eingestellt werden, wo die grössere Kapitalsumme steht. Da nun aber bei dieser Art Kontokorrent alle übrigen Zahlen *Diskontzahlen* sind, die auf der Seite, wo sie stehen, zu subtrahieren wären, so betrachte ich obige zum Bruttosaldo gehörende Zahl auch als *Diskontzahl* und muss sie demgemäss auf die *andere*, also *schwächere* Seite der Kapitalsummen einstellen.

Erkl. 427. Im Kontokorrentverkehr kommen Posten, die vor dem Beginne der Kontokorrentperiode verfallen, sehr selten vor; daher hat das französische Kontokorrent nur ausnahmsweise rote Zahlen. Dagegen sind Posten, die nach dem Abschlusstermine verfallen, ziemlich häufig, weshalb man beim deutschen Kontokorrent die roten Zahlen öfters anzuwenden hat. Darin besteht aber auch der einzige Vorteil des französischen Kontokorrentes dem deutschen gegenüber. Das letztere verlangt keine Ausrechnung des Bruttosaldos und der Zinszahl desselben, ist überhaupt viel einfacher und verständlicher als das retrograde. Da sich nun das deutsche Kontokorrent, wie bei Frage 127 gezeigt wurde, ebenfalls an jedem beliebigen Tage abschliessen lässt, so ist anzunehmen, dass dieses in Zukunft mehr angewendet wird und das französische Kontokorrent verdrängt.

---

3) Ueber das Staffelkontokorrent.

Frage 129. Wie bildet man ein *Staffelkontokorrent* (s. Erkl. 428)?

Antwort. Man stellt die Posten nach der *Reihenfolge ihrer Verfallszeit* unter einander und unterscheidet die Debetposten von den Kredit-

Erkl. 428. Diese Art der Kontokorrentberechnung muss angewendet werden, sobald der Zinsfuss auf beiden Seiten, im Debet und Kredit, ein verschiedener ist, weil die anderen Methoden in diesem Falle kein genaues Ergebnis liefern. Sie kommt nach Erkl. 414 besonders in Bankgeschäften vor.

Erkl. 429. Nach den Grundsätzen der Buchführung wird der Diskont nicht abgezogen, sondern auf der anderen Seite addiert. Darum geben die Kreditposten zu dem niedrigeren Zinsfusse Zinsen, die in der Debet-Zinsenkolonne, und die Debetposten zu dem höheren Zinsfusse solche, die in die Kredit-Zinsenkolonne einzustellen sind.

In diesem Falle muss man jedesmal die Zinsen berechnen und kann nicht mit Zinszahlen arbeiten, da sonst in einer Kolonne verschiedenwertige Zinszahlen, d. h. solche, aus denen die Zinsen nach verschiedenen Zinsfüssen zu berechnen sind, zusammen kommen würden.

Erkl. 430.

Der letzte Posten	Das Zinsensaldo	Abschluss
ist ein Debetposten	ist im Debet	Debetposten + Zinsen
ist ein Debetposten	ist im Kredit	Debetposten — Zinsen
ist ein Kreditposten	ist im Debet	Kreditposten — Zinsen
ist ein Kreditposten	ist im Kredit	Kreditposten + Zinsen

Erkl. 431. Es ist selbstverständlich, dass das Zinsensaldo in der Zinsenkolonne, welche die kleinere Zinsensumme ergiebt, zum Ausgleiche eingetragen wird, und dass das Staffelkontokorrent ebenso wie die anderen mit Ort, Datum und Namensunterschrift zu versehen ist.

Das Staffelkontokorrent ist zwar sehr leicht verständlich und leicht anzuwenden, ist aber bei weitem umständlicher als das deutsche Kontokorrent; darum verdient das letztere den Vorzug, sobald nicht doppelter Zinsfuss vorhanden ist.

posten durch ein beigesetztes Kennzeichen. Dies besteht darin, dass man vor jeden Debetposten ein D (oder S, oder +; Debet, Soll oder plus) setzt und vor jeden Kreditposten ein K (oder H, oder —; Kredit, Haben oder minus).

Das Wesen der Staffelrechnung besteht nun darin, dass man bei jedem neuen Geschäftsvorfall das Saldo aufstellt und die aufgelaufenen Zinsen, sei es in Zinszahlen oder ausgerechnet, notiert. Daher sind Posten, die mit gleichen Zeichen versehen sind, zu addieren, solche mit verschiedenen Zeichen aber zu subtrahieren.

Für jeden Betrag werden die Zinsen oder Zinszahlen bis zu dem Zeitpunkte berechnet, an welchem eine Veränderung durch Vermehrung oder Verminderung eintritt, und zwar für die Debetposten zu dem höheren, für die Kreditposten zu dem niederen Zinsfusse. Diese Zinsen oder Zinszahlen werden je nach der Art in eine Debet- oder Kredit-Zinsenkolonne eingetragen.

Kommen Posten vor, welche nach dem Abschlusstage der Staffelrechnung verfallen, so werden sie entweder einzeln für den Zeitraum vom Abschlusstage bis zur Verfallszeit diskontiert (siehe Erkl. 429); oder man lässt den Abschlusstag unberücksichtigt und setzt die Rechnung bis zur Verfallszeit des zuletzt fälligen Postens fort, muss aber dann den zuletzt erhaltenen Kapitalbetrag auf den Abschlusstag des Kontokorrents diskontieren und zwar zum höheren Zinsfusse, wenn er ein Debetposten, zum niederen, wenn er ein Kreditposten ist.

Am Schlusse der Staffelrechnung wird das Zinsensaldo berechnet und mit dem letzten Kapitalposten vereinigt. Ist dieser ein Debetposten, so ist ein Debetzinsensaldo zu addieren, ein Kreditzinsensaldo aber zu subtrahieren. Steht der letzte Kapitalposten im Kredit, so ist ein Debetzinsensaldo zu subtrahieren, ein Kreditzinsensaldo zu addieren. Im Kontokorrentauszuge wird das Saldo auf der zugehörigen Seite eingetragen. (Siehe Erkl. 430 und 431 und die Schemata No. IX und X.)

Frage 130. Wie wird ein Staffelkontokorrent mit wechselndem Zinsfusse behandelt?

Antwort. Aendert sich der doppelte Zinsfuss während der Kontokorrentperiode, so schliesst man die Rechnung an dem Zeitpunkte, zu welchem die Aenderung eintritt, ab, indem man das Zinsensaldo aufsucht und es zum Kapitalsaldo addiert, falls sie beide derselben Art sind (d. h. falls beide Soll- oder beide Habenposten sind), oder vom Kapitalsaldo subtrahiert, falls sie verschiedener Art sind (der eine ein Soll-, der andere ein Habenposten). Der zweite Zeitabschnitt wird dann, ebenso wie jeder folgende, wie ein neues Kontokorrent berechnet.

Will man jedoch nicht Zinseszinsen berechnen (siehe Erkl. 432), so kann man sich auch die Zinsen nur vormerken, wie es bei Schema X. geschehen ist, und vom Tage der Aenderung an die Zinsen zu den neuen Zinsfüssen berechnen, was sich bei jeder Veränderung der Zinsfüsse wiederholt. Am Schlusse werden die vorgemerkten Zinsen in jeder Kolonne addiert, und dann findet der Abschluss in bekannter Weise statt. Rechnet man mit Zinszahlen und kommen Posten vor, die nach dem Abschlusstage verfallen, so muss das letzte Kapitalsaldo von seinem Fälligkeitstage an bis zum Abschlusstermine zurückdiskontiert werden und zwar zum höheren Zinsfusse, wenn es im Soll, zum niederen, wenn es im Haben steht. Dieser Diskont ist aber nicht zu subtrahieren, sondern gemäss den kaufmännischen Gebräuchen in der Buchführung in der andern Kolonne zu addieren. (Siehe Erkl. 432 und Schema X. Aus Rücksichten auf den Platz folgt gleich hier die zu X. gehörende ungelöste Aufgabe 1520.)

Erkl. 432. Im ersten Falle wird das Zinsensaldo mit in die Rechnung aufgenommen, es werden folglich von ihm im zweiten Teile wieder Zinsen berechnet, man hat also Zinseszinsen, während dies nach der zweiten Art nicht der Fall ist.

Die Artikel des allgemeinen deutschen Handelsgesetzbuches, welche auf das kaufmännische Kontokorrentverhältnis Bezug haben, lauten:

Nro. 291. Wenn ein Kaufmann mit einem andern Kaufmann in laufender Rechnung (Kontokorrent) steht, so ist derjenige, welchem beim Rechnungsabschlusse ein Ueberschuss gebührt, von dem ganzen Betrage desselben, wenngleich darunter Zinsen begriffen sind, seit dem Tage des Abschlusses Zinsen zu fordern berechtigt.

Der Rechnungsabschluss geschieht jährlich einmal, sofern nicht von den Parteien ein anderes bestimmt ist.

Nro. 292. Bei Handelsgeschäften können Zinsen zu sechs vom Hundert jährlich bedungen werden; höhere Zinsen zu bedingen, ist nur insofern zulässig, als die Landesgesetze solches gestatten.

Bei Darlehen, welche ein Kaufmann empfängt, und bei Schulden eines Kaufmannes aus seinen Handelsgeschäften können auch höhere Zinsen als sechs vom Hundert jährlich bedungen werden.

Nro. 293. Die Zinsen können bei Handelsgeschäften in ihrem Gesamtbetrage das Kapital übersteigen.

Nro. 294. Die Anerkennung einer Rechnung schliesst den Beweis eines Irrtums oder eines Betruges in der Rechnung nicht aus.

Aufgabe 1520. Staffelkontokorrent nach Schema X. Aussteller M. Haferkorn. Empfänger R. Schmiedel. Abschluss am 30. Juni. Sollzinsen 6 %; Habenzinsen 4,5 %.

Sollseite.		ℳ	Habenseite.		ℳ
Januar 1.	Saldovortrag	3218,70	Jan. 21.	Ihre Rimesse pr. 21. Jan.	4960,00
Febr. 19.	Ihre Tratte pr. 1. März .	1320,00	Febr. 14.	„ „ pr. 14. März	887,65
März 28.	„ „ pr. 16. April .	4000,00	Mai 2.	Unsere Tratte pr. 2. Aug.	1000,00
April 13.	Unsere Rimesse pr. 13. Juli	2438,15	Juni 10.	„ „ pr. 10. Aug.	502,70

Kontokorrente.

Schema I.

Herrn *Buchmann*

Debet

1893			M.	₰
Januar	1.	An Saldovortrag	2 712	80
Februar	7.	„ verschiedenen Waren	840	—
März	18.	„ desgleichen	273	60
April	23.	„ Kaffee	560	—
Mai	4.	„ Zigarren	420	—
Juni	12.	„ verschiedenen Waren	1 218	50
Juli	24.	„ „ „	923	40
August	11.	„ „ „	654	30
Oktober	21.	„ Ihre Tratte Ordre Georg Meier, Stettin	800	—
November	10.	„ unsere Zahlung an Max Pleil, hier	1 000	—
Dezember	8.	„ verschiedenen Waren	318	20
			9 720	80
1894				
Januar	1.	An Saldovortrag	166	20

Schema II.

Herrn *Marbach*

Soll (4 ½ %, Monat 30 Tage,

Monat	Tag	Geschäftserzählung	Verfalls-	Tag	Tage	Zinszahlen	M.	₰
Juli	5.	An Waren, Ziel 2 Monat	September	5.	115	85 388	742	50
Juli	17.	„ „ per comptant	Juli	17.	163	35 208	216	—
August	4.	„ „ Ziel 3 Monat	November	4.	56	29 042	518	60
September	22.	„ „ „ 2 „	November	22.	38	18 685	491	70
Oktober	14.	„ „ „ 1 „	November	14.	46	29 638	644	30
November	28.	„ „ per comptant	November	28.	32	6 808	212	75
Dezember	30.	Zinszahlensaldo . . .				57 664		
						262 433	2 825	85
Januar	1.	An Saldovortrag . . .	Dezember	30.			29	54

Erkl. 438. Die Verfallstage im Haben sind als gegeben zu betrachten. °/ bedeutet an die Ordre von . . .

Einfaches Kontokorrent. (Erklärung siehe Antwort zu Frage 118.)

in *Köln.*

Kredit

1893			M.	₰
Januar	6.	Per Ihre Rimesse auf Gebrüder Vogel hier	3 000	—
März	10.	„ Kasse	600	—
April	22.	„ „	250	—
Juni	28.	„ zurückgesandte Fastagen	54	60
Juli	18.	„ Ihre Rimesse auf Zehl und Comp., Hamburg . . .	2 350	—
August	25.	„ Ihre Zahlung an Hans Schulz, Köln	2 500	—
November	30.	„ unsere Tratte	800	—
Dezember	31.	„ Saldo	166	20
			9 720	80

S. E. & O.

Bremen, am 1. Januar 1894.

Franz Walter.

Deutsches Kontokorrent (alle Posten verfallen innerhalb der Kontokorrentperiode). (Erklärung siehe Antwort zu Frage 124.)

in *Stettin.*

Abschluss am 30. Dezember.)

Haben

Monat	Tag	Geschäftserzählung	Verfalls-	Tag	Tage	Zinszahlen	M.	₰
Juli	15.	Per Rimesse °/ Schröder, hier .	August	18.	132	114 840	870	—
August	25.	„ Max Schilde, hier . . .	August	25.	125	75 000	600	—
Sept.	3.	„ unsere Tratte	Oktober	3.	87	47 728	548	60
Sept.	18.	„ Ihre Rim. °/ Meissner Halle	Nov.	25.	35	12 250	350	—
Nov.	30.	„ Ihre Barzahlung	Nov.	30.	30	12 615	420	—
Dez.	30.	Zinsen aus 57 664 : 800 . . .					7	21
Dez.	30.	Saldo					29	54
						262 433	2 825	85

Irrtum vorbehalten.

Leipzig, den 30. Dezember 1893.

C. B. Friedrich.

Schema III.

Herren *Gebrüder Otto*

Sollen

1898	Dat.	Geschäftserzählung	Verfalls-	Tag	Tage	Zinszahlen	ℳ	₰
Januar	1.	An Saldovortrag	Januar	1.	180	75 330	418	50
„	12.	„ Tuchen, Ziel 4 Mt.	Mai	12.	48	34 356	715	75
Februar	14.	„ Leinwand, „ 3 Mt.	„	14.	46	28 906	628	40
März	20.	„ Kattun, „ 3 Mt.	Juni	20.	10	7 274	727	40
April	30.	„ Seidenzeug, „ 3 Mt.	Juli	30.	30	69 795	2 326	50
Mai	15.	„ Kleiderstoffen, „ 2 Mt.	„	15.	15	6 279	418	60
Juni	6.	„ desgl. „ 2 Mt.	August	6.	36	22 500	625	—
„	24.	„ Tüchern, „ 3 Mt.	September	24.	84	20 605	245	30
„	30.	Zinszahlensaldo				68 849		
						214 715	6 105	45
Juli	1.	Saldovortrag					2 969	18

Anmerkung 25. Da die Ueberschriften der Rubriken immer dieselben sind und in Wirklichkeit nicht geschrieben werden, so sind sie auch im folgenden fortgelassen worden.

Schema IV.

Herrn *Karl Bauer, Hamburg.* Zinsen vom 1. Juli

Soll

Juli	1.	An Saldo der vorig. Rechnung	Juni	30.	90	122 760	1 364	—
„	28.	„ Waren pr. comptant . .	Juli	28.	62	101 122	1 631	—
August	15.	„ „ Ziel 2 Mon. . .	Oktober	15.	15	19 035	1 269	—
Septbr.	18.	„ „ „ 2 „ . .	Novbr.	18.	48	28 800	600	—
„	30.	„ Zinsen aus 41 936 : 8000 .					5	24
Oktober	1.	„ Saldo der bish. Rechnung 2176,24 ℳ.	Septbr.	30.	90	195 840	0	0
„	15.	„ Waren pr. comptant . .	Oktober	15.	75	57 750	770	—
Novbr.	11.	„ „ „ „ . .	Novbr.	21.	49	56 350	1 150	—
Dezbr.	5.	„ „ Ziel 3 Mon. . .	März	5.	65	40 950	630	—
„	18.	„ „ pr. comptant . .	Dezbr.	18.	12	5 760	480	—
„	30.	„ Zinsen aus 161 290 : 9000					17	92
						539 582	7 917	16
Januar	1.	An Saldo d. vorig. Rechnung	Dezbr.	30.			440	16

Deutsches Kontokorrent mit roten Zinszahlen.

(Erklärung siehe Antwort zu Frage 125.)

in *Berlin.* (6 %, Monat 30 Tage, Abschluss am 30. Juni.)

Haben

1893	Dat.	Geschäftserzählung	Verfalls-	Tag	Tage	Zinszahlen	ℳ	₰
Januar	15.	Per Kasse	Januar	15.	165	82 500	500	—
Februar	20.	„ Ihre Rimesse auf Schobach, hier	Mai	1.	59	47 200	800	—
April	15.	„ Kasse	April	15.	75	28 500	380	—
Mai	1.	„ Rim. auf Schumann, hier	Juli	25.	**25**	**10 320**	412	80
Juni	13.	„ „ „ Hähle, Dresden	August	12.	**42**	**22 344**	532	—
„	25.	„ „ „ Kühl, hier . .	Septbr.	1.	**60**	**30 000**	500	—
„	30.	Saldo der roten Zinszahlen .				56 515		
„	30.	Zinsen aus 68849 : 6000 . .					11	47
„	30.	Saldovortrag					2 969	18
						214 715	6 105	45
		S. E. & O.						

Halle, am 1. Juli 1893. *Georgi und Comp.*

Deutsches Kontokorrent mit wechselndem Zinsfusse.

(Erklärung siehe Antwort zu Frage 126, No. 1.)

bis 30. September 4 ½ %, vom 1. Oktober bis 30. Dezember 4 %.

Haben

	Dat.	Geschäftserzählung	Verfalls-	Tag	Tage	Zinszahlen	ℳ	₰
Juli	28.	Per Barzahlung	Juli	28.	62	94 178	1 519	—
August	26.	„ „	August	26.	34	39 933	1 174	—
Septbr.	30.	Saldo der roten Zinszahlen .				47 835		
„	30.	„ „ Zinszahlen . . .				41 936		
Oktober	25.	Per Zahlung von Vogel, hier	Oktober	25.	65	148 460	2 284	—
Novbr.	10.	„ Ihre Rimesse auf Rothe, hier	Januar	14.	**14**	**35 000**	2 500	—
Dezbr.	30.	Saldo der roten Zinszahlen .				5 950		
„	30.	„ „ Zinszahlen . . .				161 290		
„	30.	Per Saldovortrag	Dezbr.	30.	0		440	16
						539 582	7 917	16
		Irrtum vorbehalten.						

Berlin, 30. Dezember 1893. *Arthur Wittig.*

Kapital	4 Monate	5 Monate	6 Monate	7 Monate	8 Monate	9 Monate	10 Mon.	11 Mon.
1 000	11,667	14,583	17,500	20,417	23,333	26,250	29,167	32,083
2 000	23,333	29,167	35,000	40,833	46,667	52,500	58,333	64,167
3 000	35,000	43,750	52,500	61,250	70,000	78,750	87,500	96,250
4 000	46,667	58,333	70,000	81,667	93,333	105,000	116,667	128,333
5 000	58,333	72,917	87,500	102,083	116,667	131,250	145,833	160,417
6 000	70,000	87,500	105,000	122,500	140,000	157,500	175,000	192,500
7 000	81,667	102,083	122,500	142,917	163,333	183,750	204,167	224,583
8 000	93,333	116,667	140,000	163,333	186,667	210,000	233,333	256,667
9 000	105,000	131,250	157,500	183,750	210,000	236,250	262,500	288,750

Kapital	1 Jahr	2 Jahre	3 Jahre	4 Jahre	5 Jahre	6 Jahre	7 Jahre	8 Jahre
1 000	35	70	105	140	175	210	245	280
2 000	70	140	210	280	350	420	490	560
3 000	105	210	315	420	525	630	735	840
4 000	140	280	420	560	700	840	980	1 120
5 000	175	350	525	700	875	1 050	1 225	1 400
6 000	210	420	630	840	1 050	1 260	1 470	1 680
7 000	245	490	735	980	1 225	1 470	1 715	1 960
8 000	280	560	840	1 120	1 400	1 680	1 960	2 240
9 000	315	630	945	1 260	1 575	1 890	2 205	2 520

Regel zum Benutzen der Zinstabelle.

Vorbemerkung: Eine Zahl wird durch 10, oder 100 oder 1000 dividiert, indem man das Komma 1 oder 2 oder 3 Stellen nach links rückt. Eine Zahl wird mit 10 multipliziert, indem man das Komma 1 Stelle nach rechts rückt.

Man zerlege das gegebene Kapital in Tausender, Hunderter, Zehner und Einer, schreibe die aus der Tabelle sich ergebenden Zinsen für die Tausender hin, dann 1 Stelle weiter nach rechts die für die Hunderter, 1 Stelle weiter nach rechts die für die Zehner und ebenso für die Einer, jede Zinsenzahl bis auf 3 Dezimalstellen, addiere und kürze das Ergebnis bis auf 2 Dezimalstellen ab.

Beispiel 1.

Zinsen zu 3½ % von 7777 ℳ in 28 Tagen:

7 000 19,056
700 1,905
70 0,190
7 0,019
21,170
21,17 ℳ

Beispiel 2.

Zinsen zu 3½ % von 4348 ℳ in 7 Monaten:

4 000 81,667
300 6,125
40 0,816
8 0,163
88,771
88,77 ℳ

Beispiel 3.

Zinsen zu 3½ % von 28659 fs in 24 Tagen:

20 000 46,67
8 000 18,667
600 1,400
50 0,116
9 0,021
66,874
66,87 fs

Beispiel 4.

Zinsen zu 3½ % von 745,70 £ in 5 Monaten.

Abgerundetes Kapital 746 £:
700 10,208
40 0,583
6 0,087
10,878
10,88 £

Beispiel 5. Zinsen zu 3½ % von 3427 ℳ in 269 Tagen = 8 Monaten 29 Tagen:

3 000 . . . . 70,000 8,458
400 . . . . 9,333 1,127
20 . . . . 0,466 0,056
7 . . . . 0,163 0,019
in 8 Monaten: 79,962 in 29 Tagen: 9,660
79,96 ℳ + 9,66 ℳ = 89,62 ℳ

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist **aufgeschnitten und gut brochiert**, um den **sofortigen und dauernden Gebrauch zu gestatten.**

2). **Jedes Kapitel enthält sein besonderes** Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen **und Erklärungen am** Schlusse **desselben.**

3). Auf jedes einzelne Kapitel **kann abonniert werden.**

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

☛ Das **vollständige**

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

1241. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Prozent- (Promille-) und di[e] Zinsrechnung etc. nebst ihren Anwendungen mit Einschluss de[r] Diskontrechnung, der Terminrechnung, de[r] Kalkulationen und Kontokorrente. Forts. v. Heft 1240. — Seite 273—28[8]

Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst**, der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Prozent-(Promille-) und die Zinsrechnung etc.

nebst ihren

Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente.

Nach **System Kleyer** bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung von Heft 1240. — Seite 273—288.

Inhalt:

...nis der Formeln, welche in diesem Buche entwickelt wurden. — Formeln der Prozentrechnung ...inn- und Verlustrechnung, der Zinsrechnung, der Diskontrechnung, der Terminrechnung. — Ergebnisse der nicht gelösten Aufgaben.

Stuttgart 1893.

Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3–4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie,** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues,** des **konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form,** mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln** in **Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine **grössere** Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: **Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen** und **erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel** zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten** als z. B **für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen,** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teiles** der mathematischen Disziplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen **häuslichen Arbeiten** eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die **gehabten Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten. Lust, Liebe** und **Verständnis** für den Schul-Unterricht wird dadurch **erhalten** und **belebt** werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und **Fachgenossen aller Art, Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen** in **allen zweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapitale lebendige** Kraft verl- somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschung**

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktis gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Ang- verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimm Dr. **Kleyer,** Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen und w thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verl**

O. Verzeichnis der Formeln, welche in diesem Buche entwickelt wurden.

I. Formeln der Prozentrechnung.

Bedeutung der angewandten Abkürzungen:

B der reine Betrag, d. i. diejenige Grösse, von welcher die Prozente zu berechnen sind.
W der Prozentwert, d. s. die zum Betrage B gehörenden Prozente.
p der Prozentfuss, d. s. die zum Betrage 100 gehörenden Prozente.
B_+ der um die Prozente W vermehrte Betrag B.
B_- der um die Prozente W verminderte Betrag B.

Anmerkung 26. Die Formeln der Promillerechnung erhält man aus denen der Prozentrechnung, wenn man in letztere 1000 für 100 einsetzt.

Ansatz.

	I. Reiner Betrag	II. Prozente	III. Vermehrter Betrag	IV. Verminderter Betrag
Erklärungssatz von p %:	100	p	$100 + p$	$100 - p$
Gegebene oder gesuchte Grösse:	B	W	B_+	B_-

Gesucht	Gegeben	Formeln	Gefunden aus den Kolonnen	Abgeleitet Seite
W	p, B	1) $W = \frac{p \cdot B}{100}$ Prozente vom Hundert	II, I	11
	p, B_+	2) $W = \frac{p \cdot B_+}{100 + p}$ Prozente auf Hundert	II, III	18
	p, B_-	3) $W = \frac{p \cdot B_-}{100 - p}$ Prozente im Hundert	II, IV	22
	B, B_+	4) $W = B_+ - B$	—	43
	B, B_-	5) $W = B - B_-$	—	43
B	p, W	6) $B = \frac{100 \cdot W}{p}$	I, II	25
	p, B_+	7) $B = \frac{100 \cdot B_+}{100 + p} = B_+ - \frac{p \cdot B_+}{100 + p}$	I, III	29
	p, B_-	8) $B = \frac{100 \cdot B_-}{100 - p} = B_- + \frac{p \cdot B_-}{100 - p}$	I, IV	29
	W, B_+	9) $B = B_+ - W$	—	43
	W, B_-	10) $B = B_- + W$	—	43
B_+	p, B	11) $B_+ = \frac{(100 + p) B}{100} = B + \frac{p \cdot B}{100}$	III, I	34
	p, W	12) $B_+ = \frac{(100 + p) W}{p} = \frac{100 \cdot W}{p} + W$	III, II	39
	W, B	13) $B_+ = B + W$	—	43

Gesucht	Gegeben	Formeln	Gefunden aus den Kolonnen	Abgeleitet Seite
B_-	p, B	14) $B_- = \frac{(100 - p) B}{100} = B - \frac{p \cdot B}{100}$	IV, I	35
	p, W	15) $B_- = \frac{(100 - p) W}{p} = \frac{100 \cdot W}{p} - W$	IV, II	39
	W, B	16) $B_- = B - W$	—	43
p %	B, W	17) $p = \frac{100 \cdot W}{B}$	I, II	43
	B, B_+	18) $p = \frac{100 (B_+ - B)}{B}$	aus Formel 17 u. 4	43
	B, B_-	19) $p = \frac{100 (B - B_-)}{B}$	17 u. 5	43
	W, B_+	20) $p = \frac{100 \cdot W}{B_+ - W}$	17 u. 9	43
	W, B_-	21) $p = \frac{100 \cdot W}{B_- + W}$	17 u. 10	43

Anmerkung 27. Eine Zusammenstellung der Formeln über die Verwandlung der Prozentfüsse vom, im und auf Hundert findet sich auf Seite 49 in Erkl. 100.

22) Wenn a um p % grösser ist als b, so ist b um $\frac{p \cdot 100}{100 + p}$ % kleiner als a (Seite 70).

23) Wenn b um p % kleiner ist als a, so ist a um $\frac{p \cdot 100}{100 - p}$ % grösser als b (Seite 70).

II. Formeln der Gewinn- und Verlustrechnung.

Bedeutung der angewandten Abkürzungen:

E Einkaufspreis oder Auslage — V Verkaufspreis oder Einnahme

G Gewinn — D Verlust (Deficit)

p Prozentfuss (Gewinn oder Verlust für 100 Auslage).

a) Ansatz bei Gewinn.

	I Einkaufspreis	II Verkaufspreis	III Gewinn
Erklärungssatz von p %:	100	100 + p	p
Gegeben oder gesucht:	E	V	G

Gesucht	Gegeben	Formeln	Gefunden aus den Kolonnen
G	E, p	24) $G = \frac{E \cdot p}{100}$	I, III
	V, p	25) $G = \frac{V \cdot p}{100 + p}$	II, III
	E, V	26) $G = V - E$	—

Gesucht	Gegeben	Formeln	Gefunden aus den Kolonnen
E	G, p	27) $E = \frac{100 \cdot G}{p}$	I, III
	V, p	28) $E = \frac{100 \cdot V}{100 + p}$	I, II
	V, G	29) $E = V - G$	—
V	E, p	30) $V = \frac{E\,(100 + p)}{100} = E + \frac{E \cdot p}{100}$	I, II
	G, p	31) $V = \frac{G\,(100 + p)}{p} = \frac{G \cdot 100}{p} + G$	II, III
	G, E	32) $V = E + G$	—
p	E, G	33) $p = \frac{100 \cdot G}{E}$	I, III
	G, V	34) $p = \frac{100 \cdot G}{V - G}$	I, III
	V, E	35) $p = \frac{(V - E)\,100}{E} = \frac{V \cdot 100}{E} - 100$	I, III

b) Ansatz bei Verlust.

	I Einkaufspreis	II Verkaufspreis	III Verlust
Erklärungssatz von p %:	100	100 — p	p
Gegeben oder gesucht:	E	V	D

Gesucht	Gegeben	Formeln	Gefunden aus den Kolonnen
D	E, p	36) $D = \frac{E \cdot p}{100}$	I, III
	V, p	37) $D = \frac{V \cdot p}{100 - p}$	II, III
	E, V	38) $D = E - V$	—
E	D, p	39) $E = \frac{D \cdot 100}{p}$	I, III
	V, p	40) $E = \frac{V \cdot 100}{100 - p}$	I, II
	V, D	41) $E = V + D$	—
V	E, p	42) $V = \frac{E\,(100 - p)}{100} = E - \frac{E \cdot p}{100}$	I, II
	D, p	43) $V = \frac{D\,(100 - p)}{p} = \frac{D \cdot 100}{p} - D$	II, III
	E, D	44) $V = E - D$	—

Gesucht	Gegeben	Formeln	Gefunden aus den Kolonnen
p	E, D	45) $p = \frac{D \cdot 100}{E}$	I, III
	V, D	46) $p = \frac{D \cdot 100}{V + D}$	I, III
	V, E	47) $p = \frac{(E - V) \cdot 100}{E} = 100 - \frac{V \cdot 100}{E}$	I, III

III. Formeln der Zinsrechnung.

Bedeutung der angewandten Abkürzungen:

K ist das Kapital
Z sind die Zinsen
p ist der Zinsfuss
t ist die Anzahl der Jahre, Monate oder Tage
S ist das um die Zinsen vermehrte Kapital
D ist das um die Zinsen verminderte Kapital.

Ansatz zur Ableitung von 48 bis 51.

Kapital	Zinsen	Zeit
100	p	360
K	Z	t

Gesucht	Gegeben	Zeit in Jahren	Zeit in Monaten	Tage, Jahr 360 Tage	Tage, Jahr 365 Tage	Abgeleitet
Z	K, p, t	48a) $\frac{K p t}{100}$	48b) $\frac{K p t}{1\,200}$	48c) $\frac{K p t}{36\,000}$	48d) $\frac{2 \cdot K p t}{73\,000}$	Seite 124
K	Z, p, t	49a) $\frac{Z \cdot 100}{p t}$	49b) $\frac{Z \cdot 1\,200}{p t}$	49c) $\frac{Z \cdot 36\,000}{p t}$	49d) $\frac{Z \cdot 73\,000}{2 \cdot p t}$	151
t	K, Z, p	50a) $\frac{Z \cdot 100}{K p}$	50b) $\frac{Z \cdot 1\,200}{K p}$	50c) $\frac{Z \cdot 36\,000}{K p}$	50d) $\frac{Z \cdot 73\,000}{2 \cdot K p}$	158
p	K, Z, t	51a) $\frac{Z \cdot 100}{K t}$	51b) $\frac{Z \cdot 1\,200}{K t}$	51c) $\frac{Z \cdot 36\,000}{K t}$	51d) $\frac{Z \cdot 73\,000}{2 \cdot K t}$	162
Z	S, p, t	52) $\frac{S p t}{100 + p t}$	Ist die Zeit in Monaten gegeben, so tritt 1 200 an Stelle von 100. Ist die Zeit in Tagen gegeben und wird das Jahr zu 360 Tagen gerechnet, so ist 36 000, wenn aber das Jahr zu 365 Tagen gerechnet wird, $\frac{73\,000}{2}$ an Stelle von 100 zu setzen.			148
Z	D, p, t	53) $\frac{D p t}{100 - p t}$				148
K	S, p, t	54) $\frac{S \cdot 100}{100 + p t}$				156
K	D, p, t	55) $\frac{D \cdot 100}{100 - p t}$				156

Formeln über die Summe von Zinsen mehrerer Kapitalien.

Gleiche K	gleiche p	gleiche t	56)	$\frac{n \cdot K\,p\,t}{100}$ n ist die Anzahl der Kapitalien
Gleiche K	gleiche p	ungleiche t	57)	$\frac{K \cdot p}{100}(t_1 + t_2 + t_3 + \cdots)$
Gleiche K	ungleiche p	gleiche t	58)	$\frac{K \cdot t}{100}(p_1 + p_2 + p_3 + \cdots)$
Ungleiche K	gleiche p	gleiche t	59)	$\frac{p\,t}{100}(K_1 + K_2 + K_3 + \cdots)$
Gleiche K	ungleiche p	ungleiche t	60)	$\frac{K}{100}(p_1 t_1 + p_2 t_2 + p_3 t_3 + \cdots)$
Ungleiche K	gleiche p	ungleiche t	61)	$\frac{p}{100}(K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 + \cdots)$
Ungleiche K	ungleiche p	gleiche t	62)	$\frac{t}{100}(K_1 p_1 + K_2 p_2 + K_3 t_3 + \cdots)$
Ungleiche K	ungleiche p	ungleiche t	63)	$\frac{1}{100}(K_1 p_1 t_1 + K_2 p_2 t_2 + K_3 p_3 t_3 + \cdot)$

Bei Monaten tritt 1 200, bei Tagen 36 000 oder, wenn das Jahr zu 365 Tagen gerechnet wird, 36 500 od. $\frac{73\,000}{2}$ an Stelle von 100.

Formeln für den mittlern Zinsfuss.

				Abgeleitet Seite
Gleiche K	gleiche t	64)	$\frac{p_1 + p_2 + p_3 + \cdots}{n}$ n ist die Anzahl der Kapitalien	169
Ungleiche K	gleiche t	65)	$\frac{K_1 p_1 + K_2 p_2 + K_3 p_3 + \cdots}{K_1 + K_2 + K_3 + \cdots}$	170
Gleiche K	ungleiche t	66)	$\frac{p_1 t_1 + p_2 t_2 + p_3 t_3 + \cdots}{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots}$	170
Ungleiche K	ungleiche t	67)	$\frac{K_1 p_1 t_1 + K_2 p_2 t_2 + K_3 p_3 t_3 + \cdots}{K_1 t_1 + K_2 t_2 + K_3 t_3 + \cdots}$	170

IV. Formeln der Diskontrechnung.

Bedeutung der angewandten Abkürzungen:

S ist die Schuldsumme
B ist die Barzahlung
D ist der Diskont.
p ist der Diskontfuss
t ist die Zeit der Vorauszahlung in Jahren, Monaten oder Tagen.

Ansatz

1. zur Berechnung von S, B und D.

Diskont vom Hundert.

Schulds.	Barzahlung	Diskont	Tage
100	$100 - p$	p	360
100	$100 - \frac{p \cdot t}{360}$	$\frac{p \cdot t}{360}$	t
S	B	D	

Diskont auf Hundert.

Schulds.	Barzahlung	Diskont	Tage
$100 + p$	100	p	360
$100 + \frac{p \cdot t}{360}$	100	$\frac{p \cdot t}{360}$	t
S	B	D	

2. zur Berechnung von p und t.

Diskont vom Hundert.

Schulds.	Barzahlung	Diskont	Tage
100		p	360
100		$\frac{D \cdot 100}{S}$	t
S	B	D	

Diskont auf Hundert.

Schulds.	Barzahlung	Diskont	Tage
	100	p	360
	100	$\frac{D \cdot 100}{B}$	t
S	B	D	

Gesucht	Gegeben	vom Hundert	auf Hundert	Abgeleitet Seite
D	S, B	68) $S - B$	83) $S - B$	186
	S, p, t	69) $\frac{S\,p\,t}{36\,000}$	84) $\frac{S\,p\,t}{36\,000 - p\,t}$	186, 201
	B, p, t	70) $\frac{B\,p\,t}{36\,000 - p\,t}$	85) $\frac{B\,p\,t}{36\,000}$	187, 202
B	D, S	71) $S - D$	86) $S - D$	186
	S, p, t	72) $\frac{S(36000 - p\,t)}{36000} = S - \frac{S\,p\,t}{36000}$	87) $\frac{S \cdot 36\,000}{36\,000 + p\,t}$	190, 204
	D, p, t	73) $\frac{D\,(36\,000 - p\,t)}{p\,t}$	88) $\frac{D \cdot 36\,000}{p\,t}$	190, 205
S	B, D	74) $B + D$	89) $B + D$	186
	D, p, t	75) $\frac{D \cdot 36\,000}{p\,t}$	90) $\frac{D\,(36\,000 + p\,t)}{p\,t}$	194, 207
	B, p, t	76) $\frac{B \cdot 36\,000}{36\,00 - p\,t}$	91) $\frac{B\,(36000 + p\,t)}{36000} = B + \frac{B\,p\,t}{36000}$	194, 207
p	S, D, t	77) $\frac{D \cdot 36\,000}{S \cdot t}$	92) $\frac{D \cdot 36\,000}{(S - D) \cdot t}$	196 und 209
	B, D, t	78) $\frac{D \cdot 36\,000}{(B + D)\,t}$	93) $\frac{D \cdot 36\,000}{B \cdot t}$	
	S, B, t	79) $\frac{(S - B)\,36\,000}{S \cdot t}$	94) $\frac{(S - B)\,36\,000}{B \cdot t}$	
t	S, D, p	80) $\frac{D \cdot 36\,000}{S \cdot p}$	95) $\frac{D \cdot 36\,000}{(S - D) \cdot p}$	199 und 211
	B, D, p	81) $\frac{D \cdot 36\,000}{(B + D)\,p}$	96) $\frac{D \cdot 36\,000}{B \cdot p}$	
	S, B, p	82) $\frac{(S - B)\,36\,000}{S \cdot p}$	97) $\frac{(S - B)\,36\,000}{B \cdot p}$	

Ist die Zeit der Vorauszahlung in Jahren gegeben, so tritt 100, bei Monaten 1 200 und, wenn das Jahr zu 365 Tagen gerechnet werden soll, 36 500 an Stelle von 36 000.

V. Formeln der Terminrechnung.

Bedeutung der angewandten Abkürzungen:

K_1, K_2, K_3 sind die Kapitalien,
t_1, t_2, t_3 sind die zugehörigen Zeiträume,
p_1, p_2, p_3 sind die zugehörigen Zinsfüsse.

t mittlerer Zahlungstermin
p mittlerer Zinsfuss

I. Die Kapitalien sind unverzinslich:

1. Gleiche Kapitalien

a) Diskont vom Hundert (kaufmännische Berechnung)

98) $t = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots}{n}$ n ist die Anzahl der Kapitalien abgeleitet Seite 218.

b) Diskont auf Hundert (genaue Berechnung)

99) $t = \frac{n}{p} : \left(\frac{1}{1\,200 + p\,t_1} + \frac{1}{1\,200 + p\,t_2} + \frac{1}{1\,200 + p\,t_3} + \cdots\right) - \frac{1\,200}{p}$

abgeleitet Seite 219.

2. Ungleiche Kapitalien

a) Diskont vom Hundert

100) $t = \frac{K_1\,t_1 + K_2\,t_2 + K_3\,t_3 + \cdots}{K_1 + K_2 + K_3 + \cdots}$

abgeleitet Seite 219.

b) Diskont auf Hundert

101) $t = \frac{K_1 + K_2 + K_3 + \cdots}{p} : \left(\frac{K_1}{1\,200 + p\,t_1} + \frac{K_2}{1\,200 + p\,t_2} + \frac{K_3}{1\,200 + p\,t_3} + \cdots\right) - \frac{1\,200}{p}$

abgeleitet Seite 219.

II. Die Kapitalien sind verzinslich:

1. Gleiche Kapitalien, gleiche Zinsfüsse:

102) $t = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots}{n}$ n ist die Anzahl der Kapitalien

abgeleitet Seite 227.

2. Ungleiche Kapitalien, gleiche Zinsfüsse:

103) $t = \frac{K_1\,t_1 + K_2\,t_2 + K_3\,t_3 + \cdots}{K_1 + K_2 + K_3 + \cdots}$

abgeleitet Seite 227.

3. Ungleiche Kapitalien, ungleiche Zinsfüsse:

104) $t = \frac{K_1\,t_1 + K_2\,t_2 + K_3\,t_3 + \cdots}{K_1 + K_2 + K_3 + \cdots}; \quad p = \frac{K_1\,t_1\,p_1 + K_2\,t_2\,p_2 + \cdots}{K_1\,t_1 + K_2\,t_2 + \cdots}$

105) $t = \frac{K_1\,t_1\,p_1 + K_2\,t_2\,p_2 + K_3\,t_3\,p_3 + \cdots}{K_1\,p_1 + K_2\,p_2 + K_3\,p_3 + \cdots}; \quad p = \frac{K_1\,p_1 + K_2\,p_2 + K_3\,p_3 + \cdots}{K_1 + K_2 + K_3 + \cdots}$

106) $t = \frac{K_1\,t_1\,p_1 + K_2\,t_2\,p_2 + K_3\,t_3\,p_3 + \cdots}{K_1 + K_2 + K_3} \cdot \frac{1}{p'}; \quad p = p'$

107) $t = t'; \qquad p = \frac{K_1\,t_1\,p_1 + K_2\,t_2\,p_2 + K_3\,t_3\,p_3 + \cdots}{K_1 + K_2 + K_3} \cdot \frac{1}{t'}$

sämtlich abgeleitet Seite 227 und 228.

P. Ergebnisse der nicht gelösten Aufgaben.

I. Prozentrechnung.

11. a) 2; b) 50; c) 8,56; d) 7,485; e) $\frac{1}{9}$; f) $\frac{1}{6}$.
12. a) 27; b) 4,8; c) 3,49; d) 0,39 ℳ; e) 2,75 fs; f) 1,64 fl.
13. a) 38; b) 1,2; c) 0,1; d) 5,23; e) $\frac{1}{8}$; f) $22\frac{2}{3}$.
14. a) 100; b) 628; c) 3784; d) £ 53·8·6; e) $35\frac{1}{3}$; f) $625\frac{1}{5}$.
15. a) 1; b) 7; c) 4,2; d) 0,35 ℳ; e) 4,80 £; f) 2,22 \$.
16. a) 450; b) 10,24; c) $43\frac{1}{3}$; d) 28659; e) 698,68 ℳ; f) $108\frac{5}{6}$.
17. a) 122; b) 10,18; c) $11\frac{8}{9}$; d) 528; e) 97,44 fl; f) $790\frac{8}{11}$.
18. a) 9; b) 8,04; c) $10\frac{2}{5}$; d) 6871; e) 10289,66 fs; f) $74\frac{5}{6}$.
19. a) 2; b) 0,6; c) $4\frac{1}{3}$; d) 24; e) 47,67 ℳ; f) $32\frac{3}{5}$.
20. a) 4; b) 1,02; c) $1\frac{1}{5}$; d) 583; e) 37,72; f) $31\frac{51}{56}$.
21. a) 1400; b) 16,15 ℳ; c) $11\frac{3}{4}$; d) 278; e) 246,24 fs; f) $528\frac{5}{6}$.
22. a) 410; b) 23,11 ℳ; c) $2\frac{1}{3}$; d) 269,35; e) 27,38 ℳ; f) $19\frac{2}{3}$.
23. a) 20; b) 1,41 ℳ; c) $11\frac{1}{8}$; d) 517; e) 47,39 fl; f) $22\frac{11}{12}$.
24. a) 25; b) 1,01 ℳ; c) $1\frac{1}{12}$; d) 356,2; e) 8,79 £; f) $35\frac{4}{9}$.
25. a) 7; b) 0,11 ℳ; c) $3\frac{1}{3}$; d) 3,84; e) 12,67; f) $82\frac{1}{6}$.
26. a) 16; b) 18,09; c) $12\frac{1}{5}$; d) 24333,33 fs; e) 294404,84 fl; f) $547\frac{3}{5}$.
27. a) 0,5; b) 9,1; c) $3\frac{5}{8}$; d) 523; e) 124,79 \$; f) $123\frac{4}{5}$.
28. a) 12; b) 2,1; c) $5\frac{1}{4}$; d) 5283; e) 5421,37 ℳ; f) $457\frac{3}{5}$.
29. a) 3,02; b) 20 ₰; c) $5\frac{1}{2}$; d) 218; e) 49,22 fl; f) $180\frac{3}{7}$.
30. a) 3; b) 18,01 ℳ; c) $4\frac{1}{2}$; d) 95,36; e) 25,94 ℳ; f) $29\frac{1}{4}$.

31. 518,40 ℳ.
32. 103,92 ℳ.
33. 144,85 ℳ.
34. 681,30 fs.
35. 49 ℳ.
36. 2965,82 fs.
37. 44,68 ℳ.
38. 109,25 ℳ.
39. 16,67 ℳ.
40. 97,14 ℳ.
41. 261,16 fs.
42. 62,38 fs.
43. 37,73 Rb.
44. 8,95 fl ö.
45. 67,70 ℳ.
46. 74,44 \$.
47. 18,55 £.
48. 11,90 fl ö.
49. 394,56 ℳ.
50. 1656,40 fs.
51. 366,63 fs.
52. 5,35 fl h.
53. 158,76 Rb.
54. 6107,74 ℳ.
55. 1117,29 ℳ.
56. 1305,87 ℳ.
57. 199892 ℳ.
58. £ 232·4·—
59. £ 65·7·10
60. £ 70·6·—.
61. a) 474,9 kg; b) 685,2 kg.
62. a) 12,06 ℳ; b) 20,80 ℳ.
63. a) 3,10 ℳ; b) 5,02 ℳ.
64. a) 51,09 ℳ; b) 123,96 ℳ.
65. a) 428 ℳ; b) 778 ℳ.
66. a) 30,60 ℳ; b) 102,60 ℳ.
67. a) 54,21 ℳ; b) 45,57 ℳ.
68. a) 84 ℳ; b) 7,20 ℳ.

69. a) 2600 ℳ; b) 346 ℳ.
70. a) 104 kg; b) 216 kg.
71. a) und b) 12,71 fs.
72. a) und b) 53,06 ℳ.
73. a) und b) 39,51 ℳ.
74. a) und b) 4,95 ℳ.
75. a) und b) 579,15 ℳ.
76. a) und b) 756,79 ℳ.
77. a) und b) 21,94 ℳ.
78. a) und b) 1684,50 ℳ.
79. a) und b) £ 5·19·—.
80. a) und b) 4298,50 ℳ.

---

88. 8 ℳ.
89. 100 ℳ.
90. 5 ℳ.
91. 7,13 fs.
92. 4,05 fs.
93. 3,01 fs.
94. 12 fl.
95. 33 fl.
96. 6 fl.
97. 98,95 ℳ.
98. 75,90 ℳ.
99. 68,20 ℳ.
100. 94,68 Rb.
101. 92,50 £.
102. 104,33 fl.
103. 866,30 ℳ.
104. 14,45 ℳ.
105. 2087,81 fs.
106. 14 ℳ.
107. 2,35 ℳ,
108. 23,4 fs.
109. 203 fl.
110. 9 ℳ.
111. 16,7 hl.
112. 15,30 ℳ.
113. 2653,17 ℳ.
114. 159,33 £.
115. 74,17 fs.
116. 218,50 ℳ.
117. 16467,770 kg.
118. 125763 Köpfe.
119. 26,10 ℳ.
120. 7,14 ℳ.

---

128. 4,10 ℳ.
129. 3,05 ℳ.
130. 259 ℳ.
131. 472,80 fs.
132. 7,13 fs.
133. 302 fs.
134. 6 ℳ.
135. 36 ℳ.
136. 90 ℳ.
137. 2156,25 ℳ.
138. 579,14 ℳ.
139. 15,60 ℳ.
140. 229,50 fs.
141. 229,5 £.
142. 229,50 $.
143. 229,50 Pes.
144. 481,82 £.
145. 17808,38 fl,
146. 3 ℳ.
147. 4 ℳ.
148. 129 ℳ.
149. 143,10 ℳ.
150. 1,50 fs.
151. 3,05 ℳ.
152. 11 kg.
153. 98,62 $.
154. 83950 Doppelztr.
155. 9,8 l.
156. 3024 ℳ.
157. 33,49 ℳ.
158. 646,05 fl.
159. 2829,09 ℳ.
160. 9,49 ℳ.

---

169. 2550 ℳ.
170. 85600 ℳ.
171. 400 g.
172. 10000 ℳ.
173. 800 fs.
174. 5800 ℳ.
175. 385 kg.
176. 875 ℳ.
177. 4000 ℳ.
178. 1972,57 fl ö.
179. 6324,50 fs.
180. 126800 ℳ.
181. 4500 Schuss.
182. 4256,47 ℳ
183. 45000 Einw.
184. 161200 ℳ.
185. 10424 ℳ.
186. 4600 ℳ.
187. 1867,49 ℳ.
188. 62500 ℳ.

---

197. 300 ℳ.
198. 40 ℳ.
199. 3272 ℳ.
200. 300 ℳ.
201. 6690 ℳ.
202. 3,50 ℳ.
203. 91 kg.
204. 34800 fs.
205. 66000 fl h.
206. 2350 ℳ.
207. 34258 ℳ.
208. 5685,90 $.
209. 1246 ℳ.
210. a) 40,50 ℳ; b) 70,40 ℳ; c) 161,50 ℳ; d) 45,40 ℳ.
211. 3260 fs.
212. 18540 Rb.
213. 65235 Cor.
214. 24163 Seelen.
215. 1693 £.
216. 15625 kg.

---

225. 8778 kg.
226. 702 kg.
227. 780 ℳ.
228. 428,40 ℳ.
229. 1809 ℳ.
230. 123 ℳ.
231. 76 ℳ.
232. 172,40 ℳ.
233. 2494,80 fs.
234. 124500 Einw.
235. 406,03 ℳ.
236. 10059,80 £.
237. 7012,76 fl ö.
238. 20056 Mann.
239. 900,84 Rb.
240. 24866,730 kg.
241. 34387,50 ℳ.
242. 17193,75 ℳ + 16567,90 ℳ = 33761,65 ℳ.
243. 3245,80 $.
244. £ 254·9·9.

---

253. 42 ℳ.
254. 888 ℳ.
255. 3080 ℳ.
256. 784 fs.
257. 2120 ℳ.
258. 62400 ℳ.
259. 364 kg.
260. 899 ℳ.
261. 9670,18 ℳ.
262. 274269,500 kg.
263. 25423,74 fs.
264. 76397,94 ℳ.
265. 23611 kg.
266. 5839,092 kg.
267. 2937,12 $.
268. 6657,94 ℳ.
269. 543,48 Cor.
270. 33224 Köpfe.
271. 65287,55 Rb.
272. £ 312·3·9.

---

285. 10 %.
286. 25 %.
287. $1\frac{1}{2}$ %.
288. 3 ‰.
289. $12\frac{1}{2}$ %.
290. $6\frac{2}{3}$ %.
291. 4 %.
292. 2 %.
293. $1\frac{2}{3}$ %.
294. $87\frac{1}{2}$ %.
295. $\frac{1}{2}$ %.
296. $6\frac{1}{2}$ %.
297. $6\frac{2}{3}$ %.
298. $2\frac{1}{2}$ %.
299. $7\frac{3}{4}$ %.
300. 16 %.
301. 3 ‰.
302. 2,75 %.
303. 6 %.
304. $1\frac{2}{3}$ ‰.
305. $27\frac{7}{9}$ %.
306. 15 %.
307. $3\frac{1}{4}$ %.
308. $1\frac{7}{8}$ %.
309. $2\frac{2}{3}$ %.

---

316. a) $3\frac{1}{3}$; b) $7\frac{1}{2}$; c) 8; d) 10; e) $1\frac{1}{4}$ ‰.
317. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{5}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{7}{15}$; e) $\frac{3}{25}$ %.
318. a) 1471,14 ℳ; b) 1159,08 ℳ; c) 1682,90 ℳ.
319. a) $5\frac{35}{53}$ %; b) $2\frac{94}{103}$ %; c) $2\frac{2}{49}$ %; d) $8\frac{31}{46}$ %.
320. a) $1\frac{49}{51}$ %; b) $5\frac{35}{53}$ %; c) $9\frac{1}{11}$ %; d) 20 %.
321. a) $1\frac{1}{99}$ %; b) $3\frac{9}{97}$ %; c) $7\frac{49}{93}$ %; d) 25 %.

322 bis 345 am Ende nach Aufgabe 1520.

---

346. Rindfleisch 4,023 kg; Schweinefleisch 3,804 kg; Schöpsenfleisch 4,321 kg.
347. 315073,96 ℳ.
348. 3,36 ℳ.
349. a) 57,03 %; b) 18,56 %; c) 24,41 %.
350. 10690 Millionen Mark.
351. Um 630 ℳ.
352. 685 %.
353. 1044 ℳ.
354. 440802 ℳ.
355. a) 22200 ℳ; b) Krankhaus 5550 ℳ, Kirche 1776 ℳ, Schule 3552 ℳ, Bibliothek 2220 ℳ, Verschönerung 1332 ℳ.
356. 83,85 ℳ.
357. a) 62250 ℳ; b) 9000 ℳ; c) 378750 ℳ.
358. a) 16,60; 26,20; 33 ℳ; b) 13280; 20960; 26400 ℳ; c) $\frac{5}{16}$ ‰.
359. a) 1288 ℳ; b) Erdgeschoss 483 ℳ, I. Stock 644 ℳ, II. Stock 161 ℳ.
360. 66,60 ℳ.
361. 68,67 ℳ Provision; 50,42 ℳ Verdienst.
362. Gewinn am Hause 1300,65 ℳ; Gewinn am Gelde 1240,17 ℳ; Gewinn am Hause mehr 60,48 ℳ.
363. a) 375 ℳ; b) 9,32 %.
364. Rindfleisch 86,4 ₰; Hammelfleisch 85,5 ₰.
365. 309,68 ℳ.
366. Gerichtskosten 620,30 ℳ; 71,18 %.
367. a) 250,05 ℳ; b) 80997,35 ℳ.
368. Stalldünger Gewinn 21,83 ℳ = 116,4 %; Guano 25,25 ℳ = 210,4 %; Chilisalpeter 23,08 ℳ = 173,1 %.
369. a) 7267500 ℳ 1. Anteil des Reiches; 3 Mill. Mark Dividende der Aktionäre; 3200625 ℳ 2. Anteil des Reiches, 1066875 ℳ Restgewinn der Aktionäre; b) 120 Mill. Mark; c) 6,889 %.
370. a) 15339,65 ℳ; b) 86250 ℳ; c) 1616 ℳ; d) $33\frac{1}{3}$ %; e) 9 %.

---

374. 24 ℳ.
375. 40 kg.
376. $33\frac{1}{3}$ %.
377. a) 300 kg; b) 480 ℔.
378. 80000 Stück.
379. a) 0,40 qm; b) 3 m;
380. 20 mm stark.
381. 4 %.
382. 6 Stunden.
383. a) $66\frac{2}{3}$ %; b) 75 %.
384. 170000 ℳ.
385. a) 2329,75 kg; b) 1040,85 kg.
386. 21700 ℳ.
387. 136,80 ℳ.
388. $8\frac{1}{2}$ %.
389. 73,39 ℳ.
390. 166,7 cm.
391. 17,68 ℳ.
392. 11 %.
393. a) 28 hl Mehl; 4,20 hl Kleie; b) 2,80 hl; c) 476,88 ℳ.
394. $333\frac{1}{3}$ kg.

395. a) 420 m (28 Lagen à 15 m); b) 2 %; c) 28 Lagen zu je 70 d. s. 1960 Pfannen werden gebraucht, 2130 sind erforderlich.

396. Kegel 20,39 ℳ; Kugeln 14 ℳ; zusammen 34,39 ℳ.

---

400. 12 l. **401.** 7,2 g. **402.** 1,00122 m. **403.** 3 kg. **404.** 385 mkg.

405. 4,300 kg Fett; 0,550 kg Wasser; 0,150 kg Käsestoff.

406. 1,35 l Wasser; 0,06 l Eiweiss, 0,0075 l Fett.

407. 45 cm.

408. Grossbr. 14500000 t, Nordam. 11450000 t, Deutschland 10400000 t, Spanien 6650000 t.

409. 66000 Mann. **410.** 220,71 km. **411.** 22 %. **412.** 222 m.

413. 1) 71 %; 2) 41 %; 3) 54 %; 4) 35 %.

414. 13,71 %. **415.** 31,05 %. **416.** 10,01 %.

417. a) 58,5; b) 21,75; c) 11,9; d) 3,74; e) 9,1; f) 2,535 kg.

418. a) 41,1 %; b) 26,6 %; c) 78,6 %.

419. $26\frac{8}{17}$ %.

420. a) 509950000 qkm; b) 73,4 %; c) 374303000 qkm.

421. a) 260865 qkm Ackerland, 138919 qkm Wald, 59243 qkm Wiesen, 46162 qkm Weideland, 1351 qkm Weinberge; b) 540541 qkm.

422. $2486\frac{2}{3}$ l.

423. Römisch-Kath. 155940000, Griechisch-Kath. 81530000, Juden 5970000, Mohammedaner 6430000.

424. Gefallen 2,42 %, verwundet 11,29 %, in der Schlacht gefangen 16,94 %, entkommen 2,42 %, gefangen 66,94 %.

425. a) 11,4 und 12,7 %; b) 14 und 6,9 %; c) 27 und 20,4 %.

426. a) 594 g Ochsenfleisch, 850 g Kalbfleisch, 929 g Schweinefleisch, 743 g Hering; b) 5 g, 11 g, 158 g, 94 g; c) 35 g, 29 g zu wenig, 118 g, 54 g zuviel; d) 1244 g, 915 g, 2523 g, 704 g, 827 g, 945 g, 1000 g.

---

432. Hammelfleisch 1,05 ℳ, Kalbfleisch 1,35 ℳ.

433. A. 225 ℳ; B. 275 ℳ.

434. 3,20 ℳ. **435.** 3,20 ℳ.

436. a) $9\frac{1}{11}$ %; b) $8\frac{1}{3}$ %.

437. 200 qm.

438. a) $1\frac{5}{7}$ %; b) $1\frac{61}{89}$ %.

439. a) $6\frac{2}{3}$ %; b) $6\frac{1}{4}$ %.

440. 1440 ℳ. **441.** 21,5 kg.

442. 8750 ℳ.

443. a) 7,5 %; b) 6,98 %.

444. $18\frac{26}{93}$ % gestiegen, $15\frac{5}{11}$ % gefallen.

445. 22 Stunden.

446. 15 %.

447. $12\frac{1}{2}$ %.

448. 25 %. **449.** 80 Tage.

---

455. a) 356,25; b) 330; c) 345; d) 360 kg.

456. 25,65 ℳ.

457. 716 kg.

458. 4385,5 kg.

459. $12\frac{1}{2}$ %.

460. a) 30 kg Ta; b) $9\frac{1}{11}$ %.

461. 1079 kg. **465.** 2528,658 kg.

462. 3701,940 kg. **466.** 1692,7 kg.

463. 188361,331 kg. **467.** 3981,6 ℔.

464. 3807,589 ℔. **468.** 8608,5 kg.

---

479. a) 15,18 ℳ; b) 14,82 ℳ; c) 5,75 fl; d) 46,20 $.

480. a) 12 ℳ; b) 28,80 ℳ; c) 3,33 ℳ.

481. a) 19,80 ℳ; b) 20 ℳ.

482. a) 3; b) 10 Stück.

483. 15 %.

484. 12 %.

485. a) 3 ℳ; b) 3,20 ℳ; c) 3,60 ℳ.

486. 23590,56 ℳ.

487. a) 56,49 ℳ; b) 53,77 ℳ.

488. 31,08 ℳ.
489. $2\frac{1}{2}$ %.
490. 893,70 ℳ.
491. 361,11 fs.
492. 47,80 fl ö.
493. 131,25 ℳ.
494. 28,60 fs.
495. 23 %.
496. 51,41 ℳ.
497. a) 7,27 ℳ; b) 7,20 ℳ.
498. 6 Cor.
499. a) $7\frac{11}{27}$ %; b) $7\frac{1}{2}$ %.
500. A. 75 ℳ; B. 76,44 ℳ; C. 74 ℳ. Das Angebot des C. ist das beste.
501. 20 % Rabatt ist vorteilhafter.
502. $25\% + 10\frac{4}{7}\% = 35\frac{4}{7}\%$.
503. Alle Angebote sind gleich. Nettopreis 24 ℳ.

---

507. 1700 fs.
508. 2650 ℳ.
509. $16\frac{2}{3}$ %.
510. 141,45 ℳ.
511. 308,75 fl h.
512. 265,53 Rb.
513. 55,82 $ + 46,74 $ = 102,56 $.
514. £ 7·1·1.
515. £ 15·1·—.

---

523. 1160 ℳ.
524. Versicherungssumme 11110,72 ℳ; Kosten 277,92 ℳ.
525. a) 5069,05 fs; b) 119,05 fs.
526. a) 35031,85 ℳ; b) 656,85 ℳ.
527. £ 18·8·3.
528. 303,40 ℳ.
529. 7,50 ℳ.
530. 6,98 fs.
531. 40608 ℳ.
532. 2334,96 ℳ.
533. a) 2703,70 ℳ; b) 2417,20 ℳ; c) 946,30 ℳ.
534. Gesamtschaden 10193,50 fs; a) 9586,36 fs; b) 5634,29 fs.
535. 148 £.
536. $2\frac{7}{9}$ %.
537. 41 ₰.
538. 31,76 Rb.
539. 393,42 fl h.
540. 372,56 fs.
541. 9870 Cor.
542. 5 %.
543. 140 Rb.
544. 4090,86 $.
545. 5000 fs.
546. 60,45 £.
547. $3\frac{1}{3}$ %.
548. 622,95 ℳ (750 ℳ — 13,65 ℳ — 112,50 ℳ — 0,90 ℳ).
549. 20 % (Er verliert $8\frac{1}{2}$ kg, d. i. den 5. Teil).
550. 12,62 ℳ.

---

555. 25310,50 ℳ.
556. 2126,69 ℳ.
557. 2813,58 fs.
558. 1234,17 ℳ.
559. 8057,94 ℳ (7365,86 ℳ einschliesslich Kommission. Spesen 573 ℳ).
560. 1350,47 fl h = 2328,40 ℳ.
561. 907,34 fs.
562. 207 ℳ + 41,40 ℳ = 248,40 ℳ.
563. Die ganze Ware 8800,90 ℳ; 1 kg zu 2,25 ℳ.
564. Ausgabe 912 ℳ; Einnahme 1094,40 ℳ; 20 % Gewinn.
565. 2103,48 ℳ (Spesen zuletzt mit Prozenten im Hundert).
566. 22782,40 fs.
567. £ 1022·10·8.
568. 1,20 ℳ.
569. 22,47 $.
570. £ —·2·8 (genau 2,659 sh. Gewinn und Unkosten sind vom Verkaufspreise mit Prozenten auf Hundert zu rechnen).

---

575. 1,33 ℳ.
576. 1512,63 ℳ.
577. 310,50 fs.
578. 160 ℳ.
579. 1,12 ℳ.
580. 52,5 ₰.
581. 26932,50 ℳ.
582. 250 ℳ.
583. 3008,28 ℳ.
584. 210,18 fs.
585. 51 ₰.
586. a) 5,94 ℳ; b) 345,06 ℳ.
587. a) 75,97 ₰; b) 1710 ℳ.
588. 1852,63 ℳ.

---

593. 15 %.
594. 14 %.
595. $33\frac{1}{3}$ %.
596. $25\frac{125}{303}$ %.
597. 25 %.
598. Um 57,9 %.
599. Um 40,35 %.

---

604. 1 kg à 2,80 ℳ = 12194 ℳ; Differenz — 18,01 ℳ.
605. 1 kg à 7,70 ℳ = 3257,10 ℳ; Differenz — 0,10 ℳ.
606. 1 kg à 10,30 ℳ = 14533,30 ℳ; Differenz + 0,18 ℳ.
607. 1 kg à 1,69 ℳ = 2356,71 ℳ; Differenz + 2,01 ℳ.

608. 1 Schock à 56,33 ℳ = 2816,50 ℳ; Differenz — 0,18 ℳ.
609. 1 kg à 2,66 ℳ = 25629,10 ℳ; Differenz + 1,19 ℳ.
610. 100 kg à 71,18 ℳ = 158126,37 ℳ; Differenz + 93,18 ℳ.
611. 100 kg à 68,52 fs = 20188,75 fs; Differenz + 0,75 fs.
612. 23116,71 ℳ mit Gewinn; 21808,22 ℳ ohne Gewinn; 22253,29 ℳ kann B. ausgeben für 12960 m; 1 m kostet 171,7 ₰.
613. Versand £ 638·7·3·—; Nettoertrag £ 564·6·3·—; Verlust £ 74·1·—.

---

617. 1 kg Raffinade 1,24 ℳ; 1 Tausend Domingozigarren 40,42 ℳ; 1 Tausend Havannazigarren 100,42 ℳ.
618. a) 803,79 ℳ; b) 1 sh = 127,05 ₰; c) I 15,88; II 16,94; III 21,17; IV 22,87; V 27,22; VI 30,49; VII 34,62; VIII 39,39 ℳ.
619. 1 kg Schellack 77,5 xr; 1 kg Pfeffer 277,5 xr.
620. Braun Maryland 61,95 ℳ; hellbraun Maryland 72,49 ℳ; Varinaskanaster 168 ℳ (Gewinn durch Kalkulation 38 ₰).
621. Gesamtkosten 780,10 ℳ; Macis 553,28 ℳ; Senfsaat 226,78 ℳ; Wertspesen auf 1 fl 0,0254 fl; Gewichtsspesen auf 1 kg 0,0525 ℳ; 1 kg Macis 4,46 ℳ; 1 kg Senfsaat 57 ₰; Kalkulations-Gewinn 94 ₰.

---

623. a) 34,06 ℳ; b) 21,8 %.
624. Zusammen 1250,84 ℳ; 50 kg kosten 34,69 ℳ.
625. a) 241,10 ℳ; b) 6,43 ℳ.

---

628. 494,91 ℳ; 1247,40 ℳ; 446,50 ℳ.
629. 2921,94 ℳ.
630. 1216,04 ℳ.
631. 1567,11 ℳ.

II. Zinsrechnung.

637. 12 ℳ.
638. 14 Jahre.
639. 4 %.
640. 410 $.
641. 5 %.
642. 7,5 %.
643. 195 ℳ.
644. 5846 fs.
645. 154 Tage.
646. 89,10 ℳ.
647. 9 Monate.
648. 675 ℳ.
649. 5 %.
650. 4 %.
651. 2700 £.
652. 18 ℳ.
653. 134 Tage.
654. 466,67 fs.
655. 3707,86 ℳ.
656. Zu 5 %, um $1\frac{1}{4}$ % erhöhen.
657. $4\frac{2}{7}$ %.

---

664. a) 41,80; b) 46,80 ℳ.
665. a) 21,46; b) 25,46 ℳ.
666. a) 6,66; b) 9,66 ℳ.
667. a) 26,67; b) 30,17 ℳ.
668. a) 145,30; b) 147,80 ℳ.
669. a) 40,93; b) 46,43 ℳ.
670. a) 105; b) 108,75 ℳ.
671. a) 64,35; b) 68,85 ℳ.
672. a) 16,67; b) 20,47 ℳ.
673. a) 274,84; b) 279,59 ℳ.
674. 630 ℳ.
675. 740 ℳ.
676. 832 ℳ.
677. 9327 ℳ.
678. 845,30 ℳ.
679. 97,92 fs.
680. 158,76 fs.
681. 1649,2 fs.
682. 791,67 fs.
683. 0,1125 fs.
684. 55,73 Rb.
685. 53,79 Rb.
686. 248,72 Rb.
687. 3234 Rb.
688. 528,50 Rb.
689. 495 Cor.
690. 556,44 Cor.
691. 1912,22 Cor.
692. 2861,18 Cor.
693. 546,45 Cor.
694. 1749,60 ℳ.
695. 113,82 ℳ.
696. 479,95 ℳ.
697. 136,11 ℳ.
698. 239,58 ℳ.
699. 4,80 ℳ.
700. 93,14 ℳ.
701. 306,05 ℳ.
702. 699 ℳ.

---

709. 8,27 ℳ.
710. 32,30 ℳ.
711. 4,78 ℳ.
712. 13,91 ℳ.
713. 24,82 ℳ.
714. 34,16 ℳ.
715. 213,75 ℳ.
716. 14,09 fs.
717. 7,21 fs.
718. 15,61 fs.
719. 21,13 fs.
720. 45,63 fs.
721. 24,65 ℳ.
722. 178,26 ℳ.
723. 7,12 ℳ.
724. 23,69 ℳ.
725. 8,19 ℳ.
726. 71,22 ℳ.
727. 27,73 ℳ.
728. 17,21 ℳ.

729. 22,59 ℳ.
730. 430,45 ℳ.
731. 33,74 ℳ.
732. 236,26 ℳ.
733. 7,29 ℳ.
734. 28,93 ℳ.
735. 1,39 ℳ.

---

755. 21 fs.
756. 7,06 fs.
757. 25,09 fs.
758. 9,31 fs.
759. 220,97 fs.
760. 146 ℳ.
761. 8,97 ℳ.
762. 0,96 ℳ.
763. 50,69 ℳ.
764. 1,66 ℳ.
765. 8,70 fl.
766. 34,72 fl.
767. 6,91 fl.
768. 43,82 fl.
769. 29,27 fl.
770. 4,57 Rb.
771. 4,73 Rb.
772. 63,19 Rb.
773. 40,40 Rb.
774. 6,67 Rb.
775. 92,11 ℳ.
776. 19,08 ℳ.
777. 28,37 ℳ.
778. 52,80 ℳ.
779. 154,21 ℳ.
780. 0,49 ℳ.
781. 45,59 ℳ.
782. 1,37 ℳ.
783. 17,43 ℳ.
784. 2,53 ℳ.
785. 1,06 ℳ.
786. 12,39 ℳ.
787. 0,86 ℳ.
788. 2,50 ℳ.
789. 10,87 ℳ.
790. 4,63 ℳ.
791. 10 ℳ.
792. 9,12 ℳ.
793. 50,75 ℳ.
794. 2,62 ℳ.
795. 39,86 ℳ.
796. 2,57 ℳ.
797. 1,44 ℳ.
798. 28,01 ℳ.
799. 71,58 ℳ.
800. 0,22 ℳ.
801. 10,54 ℳ.
802. 1,50 ℳ.
803. 15,20 ℳ.
804. 0,58 ℳ.
805. 13,67 ℳ.
806. 5,48 ℳ.
807. 32,93 ℳ.
808. 0,98 ℳ.
809. 107,92 ℳ.
810. 24,61 ℳ.
811. 84,58 ℳ.
812. 23,28 ℳ.
813. 7,95 ℳ.
814. 311,99 ℳ.
815. 50,17 ℳ.
816. 99,17 ℳ.
817. 5,87 ℳ.
818. 39,16 ℳ.
819. 20,73 ℳ.
820. 72,42 ℳ.
821. 1,53 ℳ.
822. 47,66 ℳ.
823. 16,88 ℳ.
824. 65,20 ℳ.
825. 8,42 ℳ.
826. 2,45 ℳ.
827. 35,39 ℳ.
828. 11,86 ℳ.
829. 88,67 ℳ.
830. 299,44 ℳ.
831. 45,59 ℳ.
832. 30,78 ℳ.
833. 33,31 ℳ.
834. 5,49 ℳ.
835. 23,22 ℳ.
836. 11,64 ℳ.
837. 9,18 ℳ.
838. 30,95 ℳ.
839. 123,79 ℳ.
840. 8,84 ℳ.
841. 185,69 ℳ.
842. 33,87 ℳ.
843. 5,84 ℳ.
844. 18,60 ℳ.
845. 18,91 ℳ.
846. 1617,78 ℳ.
847. 47,83 ℳ.
848. 3,82 ℳ.
849. 0,68 ℳ.
850. 121,88 ℳ.
851. 33,83 ℳ.
852. 7,84 ℳ.
853. 29,56 ℳ.
854. 3,61 ℳ.
855. 24,16 ℳ.
856. 15,56 ℳ.
857. 74,26 ℳ.
858. 230 ℳ.
859. 4,71 ℳ.
860. 59,12 ℳ.
861. 278,29 ℳ.
862. 25,10 ℳ.
863. 59,17 ℳ.
864. 2,55 ℳ.
865. 24,10 ℳ.
866. 7,31 ℳ.
867. 86,70 fs.
868. 30,29 Rb.
869. 283,92 fs.
870. 9,75 ℳ.
871. 15,01 £.
872. 13,36 fl.
873. 4,31 fl.
874. 45,10 ℳ.
875. 32,58 fl h.
876. 135,12 £.
877. 58,32 $.
878. 10,73 fs.
879. 6,72 Rb.
880. 32,50 £.
881. 130,28 fl.
882. 21,41 $.
883. 52,55 $.
884. 104,99 $.
885. 1,18 $.
886. 17,63 $.
887. 26,88 $.
888. £ 4·19·1.
889. £ 12·—·3.
890. £ 3·5·4.
891. £ 4·8·11.
892. £ —·6·9.
893. £ 6·12·2.
894. £ 1·3·4.
895. £ 4·10·—.
896. £ 30·2·8.
897. £ 8·18·4.
898. £ 1·7·9.
899. £ 14·4·2.
900. £ 1·4·6.
901. £ 6·16·3.
902. £ 9·18·8.

---

907. 87,10 ℳ.
908. 78,79 ℳ, Zinszahlsumme 630281.
909. 27,34 ℳ, " 295293.
910. 57,59 ℳ, " 345520.
911. 67,90 ℳ, " 611132.
912. 52,69 ℳ, Zinszahlsumme 421351.
913. 43,69 ℳ, " 393226.
914. 39,77 ℳ, " 318188.
915. 412,04 fl h.
916. An Kapital 400 ℳ, an Zinsen 7,41 ℳ. Gesamtforderung des M. 1485,22 ℳ; der Sparkasse 1077,81 ℳ.
917. Kapitalguthaben 1098,10 ℳ; Zinsenguthaben 23,25 ℳ. Gesamtforderung des Einlegers 1910,18 ℳ; der Sparkasse 788,83 ℳ.
918. Kapitalguthaben 1210 ℳ, Zinsenguthaben 26,48 ℳ.
919. Eingelegt 2164,12 ℳ; entnommen 924,41 ℳ; Guthaben 1239,71 ℳ.

920. Eingelegt 2072,50 ℳ; entnommen 1385,00 ℳ; Guthaben 712,81 ℳ.
921. Guthaben des A. 2254,61 ℳ; des B. 1767,39 ℳ. B. schuldet dem A. 487,22 ℳ.
922. „ „ „ 3382,76 ℳ; „ „ 2800,86 ℳ. „ „ „ „ 581,90 ℳ.
923. „ „ „ 39932,67 ℳ; „ „ 37394,63 ℳ. „ „ „ „ 2538,04 ℳ.
924. „ „ „ 4031,31 ℳ; „ „ 3935,82 ℳ. „ „ „ „ 95,49 ℳ.
925. „ „ „ an Kapital und Zinsen 1069,88 ℳ, an Zinsen 16,66 ℳ.
926. „ „ „ 5858,15 fs; des B. 3717,02 fs. B. schuldet dem A. 2141,13 fs.

---

930. 160,08 ℳ.
931. 300 ℳ.
932. 231,78 ℳ.
933. 31,04 fs.
934. 26,36 fs.
935. 10,49 fs.
936. 80 fl.
937. 78,75 fl.
938. 68,33 fl.
939. 39,13 £.
940. 14,02 Rb.
941. 11,10 $.
942. 28,60 fl h.

---

947. 700 ℳ.
948. 8000 ℳ.
949. 950 ℳ.
950. 380 ℳ.
951. 325 ℳ.
952. 875 ℳ.
953. 1280 ℳ.
954. 4820 ℳ.
955. 330 ℳ.
956. 960 ℳ.
957. 536 ℳ.
958. 927 ℳ.
959. 837,50 ℳ.
960. 728,75 ℳ.
961. 6,75 ℳ.
962. 9,60 ℳ.
963. 8800 ℳ.
964. 2800 ℳ.
965. 1720 ℳ.
966. 2505 ℳ.
967. £ 2733·6·8.
968. £ 450·9·9.
969. £ 1825·—·—.
970. 4675 ℳ.
971. 31137,50 ℳ.
972. 56000 ℳ.
973. 48000 ℳ.
974. 7875 ℳ.
975. 73920 ℳ.
976. 15000000 ℳ.
977. 87600 ℳ.
978. 100000 fl.
979. 17500 ℳ.

---

982. 10680 ℳ.
983. 405,63 ℳ.
984. a) 866,53 ℳ; b) 11590 ℳ.
985. 589,35 ℳ.
986. 4811,87 ℳ.
987. 1517 ℳ.
988. 1005,32 Cor.
989. 1461,60 fs.
990. a) 922,34 ℳ; b) 926,44 ℳ.

---

994. 12600 ℳ.
995. 4050 Cor.
996. 4000 fs.
997. 1600 ℳ.
998. 9750 ℳ.
999. 750 ℳ.
1000. 5400 Rb.
1001. 2550 ℳ.
1002. 840 £.
1003. a) 2920 £; b) 2190 £.
1004. 3795,92 fs.
1005. 897 ℳ.

1012. In 2 Jahren.
1013. In 2 Jahren 6 Nonaten.
1014. In 1 Jahr 6 Monaten.
1015. In 1 Jahr 6 Monaten.
1016. In 1 Jahr 4 Monaten.
1017. In 2 Jahren 6 Monaten.
1018. In 4 Monaten.
1019. In 4 Monaten.
1020. In 14 Monaten.
1021. In 4 Monaten 15 Tagen.
1022. In 8 Monaten 10 Tagen.
1023. In 3 Monaten 15 Tagen.
1024. In 3 Monat.
1025. In 7 Monat.
1026. In 157 Tgn.
1027. In 80 Tagen.
1028. In 201 Tgn.
1029. In 58 Tagen.
1030. In 339 Tgn.
1031. In 126 Tgn.
1032. In 652 Tgn.
1033. Am 1. Dezember 1894.
1034. Am 2. August.
1035. 227 Tage, am 18. Mai.
1036. Am 1. Mai 1893.
1037. Am 2. März 1892.
1038. 146 Tage.
1039. 2 Jahre 6 Monate.
1040. 4 Monate.
1041. In 7 Jahren.
1042. Am 10. Juni.
1043. Nach 73 Tagen, am 25. August.

1048. 3 %.
1049. $3\frac{1}{2}$ %.
1050. 4 %.
1051. $4\frac{1}{2}$ %.
1052. 5 %.
1053. $5\frac{1}{2}$ %.
1054. 6 %.
1055. $2\frac{2}{3}$ %.
1056. 3,8 %.
1057. 4 %.
1058. Rund 5 %.
1059. Rund $3\frac{1}{3}$ %.
1060. Rund 3,9 %.
1061. Rund 5 %.
1062. Rund 2,4 %.
1063. Rund 6,4 %.
1064. Rund 3 %.
1065. Rund $4\frac{4}{9}$ %.

1513. Zinszahlensaldo 39115. Zinsen im Haben 4,35 ℳ. Kapitalsaldo 39,80 ℳ.
1514. Zinszahlensaldo 397431. Zinsen 49,68 ℳ. Saldo 234,39 ℳ.
1515. Zinszahlensaldo 348. Zinsen 5,80 ℳ. Kapitalsaldo 565,12 ℳ.
1516. Saldo der roten Zinszahlen 142. Saldo der schwarzen Zinszahlen 1059. Zinsen 14,71 ℳ. Kapitalsaldo 1122,18 ℳ.
1517. Die Zinszahl zum Bruttosaldo 11600 ℳ ist 20996. Zinsen aus 20580 sind 225,55 ℳ. Saldovortrag 11825,55 ℳ.
1518. Die Zinszahl vom Bruttosaldo 4342,55 ℳ ist 619659. Zinsensaldo 93,49 ℳ. Saldovortrag 4249,16 ℳ.
1519. Roher Saldo 110 ℳ. Zinszahlensaldo 56750. Zinsen 7,88 ℳ. Kapitalsaldo 117,88 ℳ.
1520. Sollzinsen 72,03 ℳ. Habenzinsen 32,76. Zinsensaldo 39,27 ℳ. Kapitalsaldo 3665,77 ℳ.

---

322. a) $4\frac{16}{21}$ %; b) $9\frac{1}{11}$ %; c) $10\frac{5}{7}$ %.

323. a) $4\frac{1}{6}$ %; b) $9\frac{81}{91}$ %; c) $11\frac{1}{9}$ %; d) 100 %.

324. a) $14\frac{2}{7}$ %; b) 20 %; c) $6\frac{2}{3}$ %.

325. a) $13\frac{1}{23}$, 15, $17\frac{11}{17}$, 15, $17\frac{11}{17}$, $21\frac{3}{7}$, $11\frac{7}{13}$, $13\frac{1}{23}$, 15
b) $16\frac{2}{3}$, 20, 25, 20, 25, $33\frac{1}{3}$, $14\frac{2}{7}$, $16\frac{2}{3}$, 20.

---

332. 3000 Ansässige, 4500 Unansässige.
334. 15 %.
335. 80 l.
336. $12\frac{1}{2}$ %.
337. $16\frac{2}{3}$ %.
338. 50 %.
339. 2058 ℳ.
333. a) 18,20 ℳ; b) 124000 ℳ.
340. 1,100 kg.
341. Der erste 3300 ℳ, der zweite 2800 ℳ.
342. 12 %.
343. 7 %.
344. 32193 Personen.
345. $3\frac{1}{2}$ %.

Q. Fehlerberichtigung zu den Ergebnissen des I. Teiles (Schluss- und Kettenrechnung).

135. b) $55\frac{5}{9}$.
217. 498 ℳ.
223. 49,07 ℳ.
227. 23,50 ℳ.
415. 45051,54 fs.
448. 2116,98 fs.
454. 974,76 ℳ.
494. 3603,10 ℳ. Aufgabe 5,26 ℳ.
503. 229,25 $.
518. 37 Tg 2 h 26′ 40″.
519. b) 14504 m.
634. £ 136. 12. 1.
650. 1615,50 ℳ.
692. 1976,16 ℳ. 4. Posten 227,50 ℳ.
749. In Aufgabe 20 nicht 21 Weber.
777. 0,907186 ℔.
798. Venus 1687, Jupiter 20241, Saturn 16561.
853. Cyclop 1350″.
856. 1 St. 30 Min.
878. 0,0857215 mm.
894. 600 Tage.
952. $888\frac{8}{9}$ a.
966. 135 kg Kartoff. 648 kg Brot.
981. 252600000 St.
999. 215230 ℳ.
1010. 1,246 ℔.
1033. a) 71,286 Tage.
1043. Fehlt Millionen.
1053. Preussen 27164000, Bayern 5235000, Württemberg 1970000, Baden 1568000, Sachsen 2969000.
1054. 186,3 ℔.
1080. Erde 0,03″.
1089. 25 Stunden.
1101. $545\frac{5}{11}$ °.
1130. $2\frac{7}{8}$ cm.
1136. 14 mm.
1244. a) 8 od. 10 Tage.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen** und **dauernden Gebrauch** zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

☛ Das **vollständige**

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kı ...n jede Buchhandlung bezogen werden.

...lich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

...ck von Carl Hammer in Stuttgart.